

Chapitre 25 : Applications linéaires entre ev de dim. finie

- 1 – Rang d’une famille
- 2 – Rang d’une application linéaire, théorème du rang
- 3 – Formes linéaires et hyperplans
- 4 – Matrice d’une application linéaire
- 5 – Rang d’une matrice

6 – Matrices équivalentes, matrices semblables

- a – Matrices équivalentes*
- b – Invariants de similitude*
- c – Trace d’un endomorphisme*

7 – Sous-espaces affines et équations linéaires

QUESTIONS DE COURS

- ▶ **Théorème** : Soient E un \mathbb{K} -ev de dimension p , et F un \mathbb{K} -ev; soit $B = \{\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_p\}$ une base de E . L’application

$$\begin{array}{ccc} \psi : \mathcal{L}(E, F) & \longmapsto & F^p \\ f & \longmapsto & (f(\vec{v}_1), \dots, f(\vec{v}_p)) \end{array}$$

est un isomorphisme.

- ▶ **Théorème** : formule du changement de base “ $A' = P^{-1}AP$ ”
- ▶ **Propriété** : le rang est un invariant de similitude dans $M_n(\mathbb{K})$

- ▶ **Propriété** : la trace est un invariant de similitude dans $M_n(\mathbb{K})$
- ▶ **Propriété** : le déterminant est un invariant de similitude dans $M_2(\mathbb{K})$ (en attendant de le prouver dans $M_n(\mathbb{K})$)
- ▶ **Propriété (trace d’un projecteur)** : soit $p \in \mathcal{L}(E)$ un \mathbb{K} -ev de dimension finie, tel que $p^2 = p$. On a : $\text{tr}(p) = \text{rg}(p)$
- ▶ **Corollaire de TGJ** : soit $A \in M_{np}(\mathbb{K})$. On a : $\text{rg}(A^T) = \text{rg}(A)$
- ▶ *Sur le principe du volontariat* — **Théorème (Gauss-Jordan)** : soit $A \in M_{np}(\mathbb{K})$. On a : $[\text{rg}(A) = r] \iff [A \equiv J_r]$ (“seulement” la preuve de \implies)