

NOM :

INTERROGATION DU 6 SEPTEMBRE 2025 — MATHÉMATIQUES

Durée approximative : 15 min. Matériels électroniques et documents interdits.

QUESTION 1 — Soient P et Q deux assertions logiques.

A l'aide d'une table de vérité, démontrer que : $\overline{P \wedge Q} \equiv \overline{P} \vee \overline{Q}$

Dans les questions 2 à 5, (u_n) désigne une suite réelle quelconque.

QUESTION 2 — Ecrire la négation de : $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} \geq u_n$

QUESTION 3 — Ecrire la négation de : $\exists k \in \mathbb{N}^*, \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+k} = u_n$

QUESTION 4 — Ecrire la négation de :

$$\exists \ell \in \mathbb{R}, \forall \varepsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, [n \geq n_0] \implies [|u_n - \ell| < \varepsilon]$$

QUESTION 5 — Ecrire la réciproque, la contraposée, et la négation de l'implication

$$[u_n = u_p] \implies [n = p]$$

- Réciproque :
- Contraposée :
- Négation :

QUESTION 6 — Dans cette question, f désigne une fonction, définie sur $\mathbb{R}$ et à valeurs réelles.

On considère les trois assertions suivantes :

- $P : \forall x \in \mathbb{R}, f(x) = 0$
- $Q : \exists x \in \mathbb{R}, f(x) = 0$
- $R : (\forall x \in \mathbb{R}, f(x) > 0) \vee (\forall x \in \mathbb{R}, f(x) < 0)$

Déterminer si les implications suivantes sont vraies ou fausses (entourer la bonne réponse) :

- | | |
|--------------------------------------|--|
| a. $P \implies Q$ est VRAIE — FAUSSE | c. $Q \implies R$ est VRAIE — FAUSSE |
| b. $Q \implies P$ est VRAIE — FAUSSE | d. $\overline{Q} \implies \overline{P}$ est VRAIE — FAUSSE |

QUESTION 7 — Rappeler les formules définissant les fonctions cosinus hyperbolique (ch) et sinus hyperbolique (sh). Pour tout réel x :

$$\text{ch}(x) = \quad \quad \quad \text{et} \quad \quad \quad \text{sh}(x) =$$

QUESTION 8 — La relation fondamentale de la trigonométrie hyperbolique est l'identité :

- A. ☐ $\forall x \in \mathbb{R}, \text{ch}^2(x) + \text{sh}^2(x) = 1$
- B. ☐ $\forall x \in \mathbb{R}, \text{ch}^2(x) + \text{sh}^2(x) = e^x$
- C. ☐ $\forall x \in \mathbb{R}, \text{ch}(x) + \text{sh}(x) = 1$
- D. ☐ $\forall x \in \mathbb{R}, \text{ch}^2(x) - \text{sh}^2(x) = 1$