Fonctions circulaires réciproques

➤ La fonction arccosinus (arccos).

arccos est **définie** sur $[-1;1]$ par : $\begin{array}{rcl} \arccos : [-1;1] & \longrightarrow & [0;\pi] \\ x & \longmapsto & y \end{array}$ (où y : unique solution dans $[0;\pi]$ de $\cos(y)=x$).

La fonction arccos est **dérivable** (et même de classe $\mathscr{C}^\infty$) sur $]-1;1[$, et **n'est pas dérivable** en 1, ni en -1.

De plus : $\forall\, x \in\,]-1;1[\,,\ \arccos'(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

La fonction arccos est strictement décroissante sur $[-1;1]$.

x	-1		1
$\arccos' x$	‖	$-$	‖
$\arccos\ x$	π	↘	0

La tangente à la courbe représentative $\mathscr{C}_{\arccos}$ au point d'abscisse 0 a pour équation $y = \dfrac{\pi}{2} - x$, et $\mathscr{C}_{\arccos}$ est située au-dessus (*resp.* en-dessous) de cette tangente sur $[-1;0]$ (*resp.* sur $[0;1]$).

DL1 en 0 : $\arccos(h) = \dfrac{\pi}{2} - h + h\varepsilon(h)$ avec $\lim\limits_{h\to 0} \varepsilon(h) = 0$

➤ La fonction arcsinus (arcsin).

arcsin est **définie** sur $[-1;1]$ par : $\begin{array}{rcl} \arcsin : [-1;1] & \longrightarrow & \left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right] \\ x & \longmapsto & y \end{array}$ (où y : unique solution dans $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$ de $\sin(y)=x$).

La fonction arcsin est **impaire**, **dérivable** (et même de classe $\mathscr{C}^\infty$) sur $]-1;1[$, et **n'est pas dérivable** en 1, ni en -1.

De plus : $\forall\, x \in\,]-1;1[\,,\ \arcsin'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

La fonction arcsin est strictement croissante sur $[-1;1]$.

x	-1		0		1
$\arcsin' x$	‖		$+$		‖
$\arcsin\ x$	$-\pi/2$	↗	0	↗	$\pi/2$

La tangente à la courbe représentative $\mathscr{C}_{\arcsin}$ au point d'abscisse 0 a pour équation $y = x$, et $\mathscr{C}_{\arccos}$ est située au-dessus (*resp.* en-dessous) de cette tangente sur $[0;1]$ (*resp.* sur $[-1;0]$).

DL1 en 0 : $\arcsin(h) = h + h\varepsilon(h)$ avec $\lim\limits_{h\to 0} \varepsilon(h) = 0$

➤ La fonction arctangente (arctan).

arctan est **définie** sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{array}{rcl} \arctan : \mathbb{R} & \longrightarrow & \left]-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right[\\ x & \longmapsto & y \end{array}$ (où y : unique solution dans $\left]-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right[$ de $\tan(y)=x$).

La fonction arctan est **impaire**, **dérivable** (et même de classe $\mathscr{C}^\infty$) sur $\mathbb{R}$.

De plus : $\forall\, x \in\, \mathbb{R},\ \arctan'(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$.

La fonction arctan est strictement croissante sur $\mathbb{R}$. De plus elle est **bornée**.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$\arctan' x$			0		
$\arctan\ x$	$-\pi/2$	↗	0	↗	$+\pi/2$

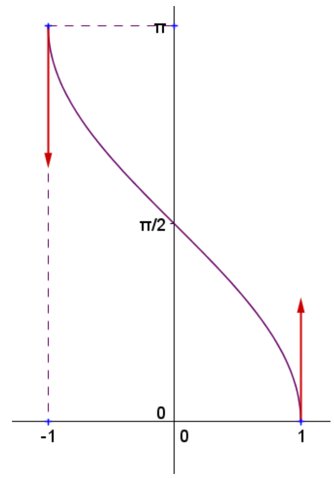
La tangente à la courbe représentative $\mathscr{C}_{\arctan}$ au point d'abscisse 0 a pour équation $y = x$, et $\mathscr{C}_{\arctan}$ est située au-dessus (*resp.* en-dessous) de cette tangente sur $\mathbb{R}_-$ (*resp.* sur $\mathbb{R}_+$).

La courbe $\mathscr{C}_{\arctan}$ admet au voisinage de $+\infty$ (*resp.* de $-\infty$) une asymptote horizontale d'équation $y = \pi/2$ (*resp.* $y = -\pi/2$).

DL1 en 0 : $\arctan(h) = h + h\varepsilon(h)$ avec $\lim\limits_{h\to 0} \varepsilon(h) = 0$

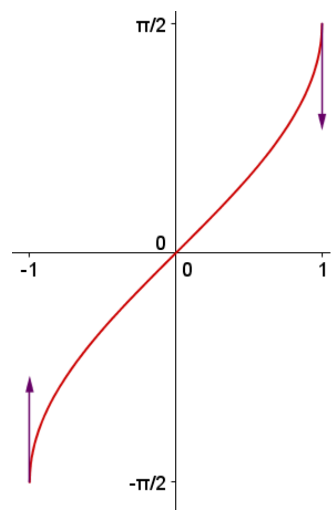
Arccosinus (arccos)

x	-1		1
$\arccos'(x)$	$\Vert$	$-$	$\Vert$
$\arccos(x)$	π	$\searrow$	0



Arcsinus (arcsin)

x	-1	0	1
$\arcsin'(x)$	$\Vert$	$+$	$\Vert$
$\arcsin(x)$	$-\pi/2$	$\nearrow$ 0	$\pi/2$



Arctangente (arctan)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\arctan'(x)$		0	
$\arctan(x)$	$-\pi/2$	$\nearrow$ 0	$+\pi/2$