

## COURS

### GROUPES ET ANNEAUX

## EXERCICES

Ci-dessous, une liste non exhaustive, mais assez représentative, des techniques et connaissances de base relatives à chaque chapitre, et à maîtriser parfaitement à l'approche de la fin du semestre 1.

#### Chapitre 2 — Méthodes algébriques

Méthodes usuelles concernant les calculs de sommes : géométriques, télescopiques, somme des entiers, des carrés, des cubes

#### Chapitre 3 — Trigonométrie

Formulaire de trigonométrie / Equations trigonométriques

#### Chapitre 4 — Nombres complexes

Programme de Terminale / Equations du second degré à coeffs dans  $\mathbb{C}$  / Racines  $n$ -èmes de l'unité / Calculs de sommes utilisant la technique de l'angle moitié / Linéarisation-Délinéarisation

#### Chapitre 5 — Généralités sur les fonctions

Tout sur les fonctions usuelles : en particulier formulaire des dérivées usuelles, et formulaire des DL à l'ordre 1 en 0 des fonctions usuelles / Utilisation des DL pour lever des indéterminations / Fonctions exponentielles et puissances (se souvenir que  $a^b = e^{b \ln(a)}$  pour tout réel  $b$ , et tout réel  $a > 0$ ) / Croissances comparées.

#### Chapitre 6 — Applications

Définitions d'injective, surjective et bijective /  $f$  est bijective SSI il existe  $g$  tue  $f \circ g = \text{id}$  et  $g \circ f = \text{id}$ .

#### Chapitre 7 — Fonctions trigonométriques réciproques

Tout sur les fonctions arccos, arcsin et arctan : définition, ensemble de définition, éventuelle parité, tableau de variation, allure de la courbe représentative, dérivabilité, expression de la dérivée et DL à l'ordre 1 en 0.

#### Chapitre 8 — Méthodes de calcul intégral

Formulaire des primitives usuelles / Méthode d'intégration par parties / Méthode du changement de variable / Intégrales de Wallis / Calcul de  $\int \frac{dt}{t^2 + at + b}$ , et de  $\int e^{at} \sin(\beta t) dt$

#### Chapitre 9 — Équations différentielles linéaires

EDL1 : méthode de résolution, en particulier méthode de la variation de la constante / EDL2 : méthode de résolution, recherche d'une solution particulière lorsque le second membre est "de la forme  $P(x)e^{\alpha x}$ ".

#### Chapitre 10 — Nombres réels

Relation d'équivalence, relation d'ordre / Partie entière d'un réel

**Chapitre 11 — Suites réelles et complexes** Tout, et en particulier les équivalents

#### Chapitre 12 — Structures algébriques

Groupes, sous-groupes, morphismes de groupes

## QUESTIONS DE COURS

- **Propriété.** L'intersection de deux sous-groupes est un sous-groupe.
- **Propriété des morphismes de groupes 1.** Si  $f : (G, \star) \longrightarrow (H, \sharp)$  un morphisme de groupes, alors :  $f(e_G) = e_H$
- **Propriété des morphismes de groupes 2.** Si  $f : (G, \star) \longrightarrow (H, \sharp)$  un morphisme de groupes, alors :  $\forall g \in G, f(g^{-1}) = [f(g)]^{-1}$
- **Propriété des morphismes de groupes 3.** Si  $f : (G, \star) \longrightarrow (H, \sharp)$  un morphisme de groupes, alors :  $\ker f$  est un sous-groupe de  $G$ .
- **Propriété.** Pour tout entier naturel  $n \geq 2$ ,  $(\mathbb{U}_n, \times)$  est un sous-groupe de  $(\mathbb{U}, \times)$ ; et  $(\mathbb{U}, \times)$  est un sous-groupe de  $(\mathbb{C}^*, \times)$
- **Propriété.**  $(\text{Sim}^+(\mathbb{C}), \circ)$  est un groupe non abélien. (*sur le principe du volontariat*)