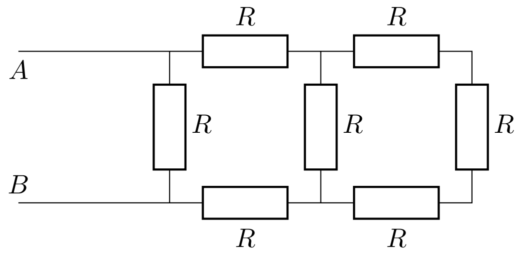
Signaux 1 : Lois de l'électrocinétique

Exercice 1 : Association de résistances

Q.1 Démontrer que deux résistances en séries sont équivalentes à une unique résistance dont on donnera l'expression.

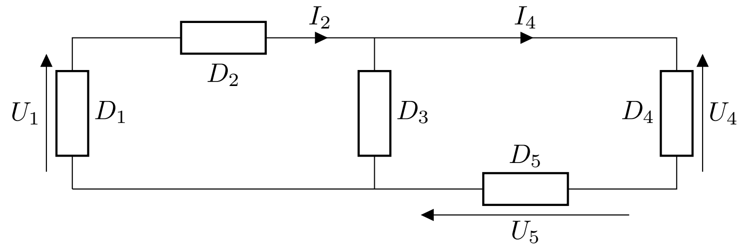
Q.2 Démontrer que deux résistances en parallèle sont équivalentes à une unique résistance dont on donnera l'expression.

Q.3 Calculer la résistance équivalente du circuit ci-dessous :



Exercice 2 : Caractère récepteur ou générateur de dipôles inconnus

Dans le circuit ci-dessous, on donne $U_1 = -2\,\mathrm{V}$, $U_4 = -3\,\mathrm{V}$, $U_5 = 1\,\mathrm{V}$, $I_2 = -1\,\mathrm{mA}$ et $I_4 = 1\,\mathrm{mA}$.



Q.1 Reproduire le schéma en représentant toutes les tensions et tous les courants inconnus.

Q.2 Déduire la valeur de ces courants et tensions.

Q.3 Calculer la puissance reçue pour chacun des dipôles.

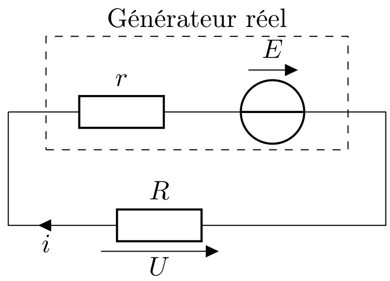
Q.4 En déduire le caractère générateur ou récepteur de chacun des dipôles.

Exercice 3 : Résistance de sortie d'un générateur

Prenons un générateur réel pour alimenter une résistance de charge R, on note U la tension à ses bornes. La tension commandée est la tension E. La résistance interne r est appelée «résistance de sortie du générateur».

Q.1 Exprimer la tension mesurée U en fonction des résistances et de la tension commandée E.

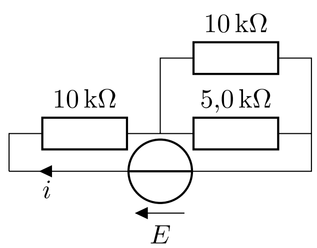
Q.2 Quelle condition sur la résistance de charge R par rapport à la résistance interne pour que la tension U soit égale à la tension de commande E ?



Générateur de tension réel débitant sur une résistance.

Exercice 4 : Détermination d'un courant

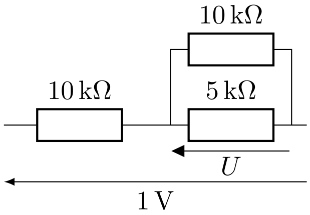
Q.1 Déterminer le courant i dans le circuit avec $E_0 = 1\,\mathrm{V}$.



Exercice 5 : Ponts diviseurs

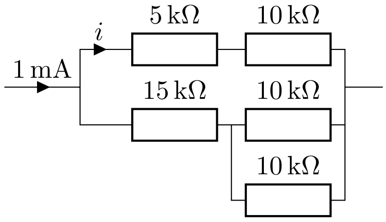
Q.1 Démontrer la formule du pont diviseur de tension.

Q.2 Combien vaut la tension U dans le circuit ci-dessous ?



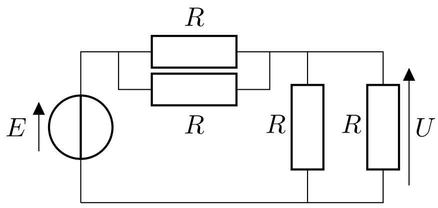
Q.3 Démontrer la formule du pont diviseur de courant.

Q.4 Combien vaut le courant i dans le circuit ci-dessous ?

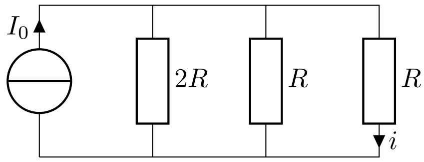


Exercice 6 : Ponts diviseurs

Q.1 Calculer U dans le montage suivant :

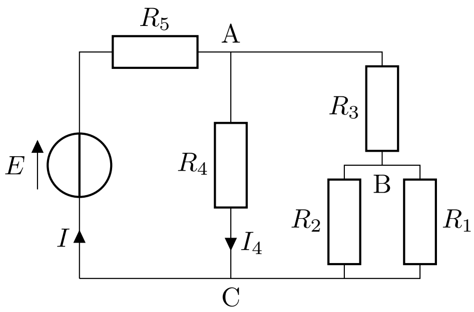


Q.2 Calculer i dans le montage suivant :



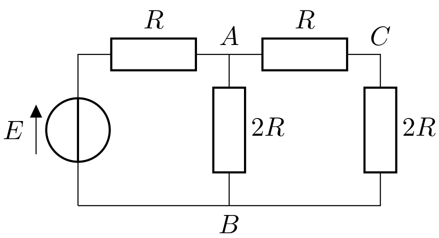
Exercice 7 : Étude de circuits résistifs

Dans le circuit ci-contre, calculer U_{AC}, U_{BC}, I et I_4. On précise $R_1 = 12\,\Omega$, $R_2 = 20\,\Omega$, $R_3 = 30\,\Omega$, $R_4 = 40\,\Omega$, $R_5 = 50\,\Omega$ et $E = 10\,\text{V}$



Exercice 8 : Double pont diviseur de tension

Dans ce circuit les valeurs des composants on a : $R = 10\,\Omega$ et $E = 5\,\text{V}$



Q.1 Calculer la résistance équivalente R_{AB} (R_2, R_3, R_4) entre les points A et B.

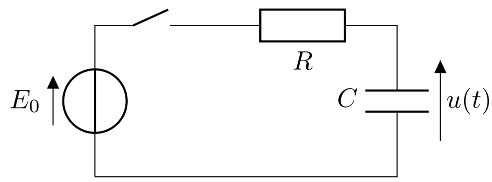
Q.2 En utilisant deux fois la formule du diviseur de tension calculer U_{CB}.

Signaux 2 : Circuits linéaires du premier ordre

Exercice 1 : Charge d'un condensateur

On étudie théoriquement le montage électrique ci-contre :

- la tension E_0 est une fonction constante ;
- l'interrupteur est fermé à l'instant $t = 0$;
- le condensateur est initialement déchargé.



Q.1 Sans établir d'équation différentielle, indiquer la valeur de la tension u_∞ après un temps très long.

Q.2 Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$.

Q.3 Donner en la justifiant la vleur de $u(t = 0^+)$ juste après la fermeture de l'interrupteur et résoudre l'équation différentielle.

Q.4 Tracer le graphe de la tension $u(t)$.

Q.5 Calculer $i(t)$ et commenter sa valeur en $t = 0$.

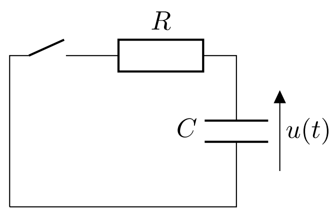
Q.6 Réaliser un bilan de puissance du système et l'interpréter.

Q.7 Calculer les différentes énergies fournies ou reçues au cours de toute la charge.

Exercice 2 : Décharge d'un condensateur

Une fois que le condensateur est chargé depuis longtemps, on ouvre l'interrupteur puis on arrête le générateur et on ferme l'interrupteur. Cela revient à étudier le montage électrique ci-contre :

- l'interrupteur est fermé à l'instant $t = 0$;
- le condensateur est initialement chargé à la tension E_0.



Q.1 Sans établir d'équation différentielle, indiquer la valeur de la tension u_∞ après un temps très long.

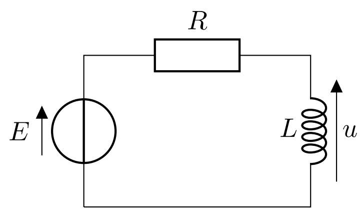
Q.2 Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$.

Q.3 Résoudre l'équation différentielle et tracer le graphe de la tension $u(t)$.

Q.4 Réaliser un bilan de puissance du système puis calculer les énergies mises en jeu lors de la décharge. Interpréter les résultats.

Exercice 3 : Circuit inductif

La tension $e(t)$ est nulle pour $t < 0$ et est égale à E pour $t \geqslant 0$.



Q.1 Déterminer l'équation différentielle vérifiée par u la tension aux bornes de la bobine. Quelle est la constante de temps de ce circuit ? On la notera τ.

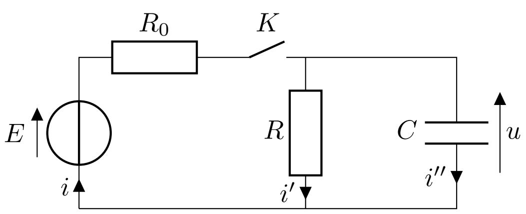
Q.2 Résoudre cette équation différentielle, on exprimera $u(t)$ en fonction de t, E et τ.

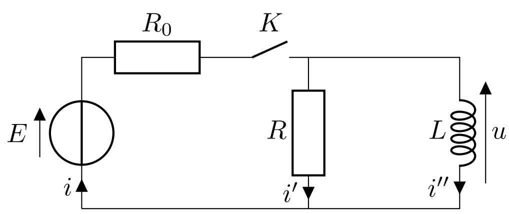
Q.3 Établir un bilan de puissance.

Q.4 Tracer l'allure de $u(t)$.

Exercice 4 : Conditions initiales

On considère les circuits électriques suivant.





L'interrupteur est ouvert depuis longtemps. À $t = 0$, on ferme l'interrupteur.

Q.1 Pour chaque circuit, déterminer les valeurs de i, i', i'' et u à $t = 0^+$.

Q.2 Pour chaque circuit, déterminer les valeurs de i, i', i'' et u en régime permanent.

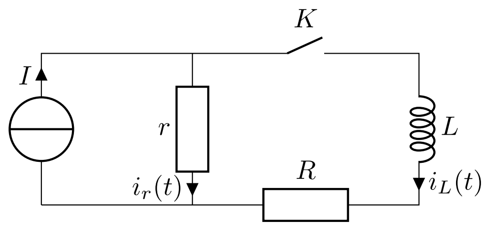
Exercice 5 : Étude d'un circuit à deux mailles

On considère le montage ci-dessous et on ferme l'interrupteur au temps $t = 0$.

Q.1 Quelles sont les valeurs de $i_r(t)$ et $i_L(t)$ pour $t = 0^+$ et $t \to +\infty$?

Q.2 Trouver l'équation différentielle pour i_L.

Q.3 La résoudre et vérifier le résultat grâce aux valeurs des courants en régime permanent.

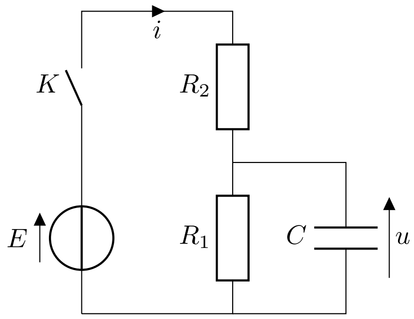


Exercice 6 : Charge d'un condensateur

On considère le circuit suivant. Le condensateur de capacité C étant déchargé, on abaisse l'interrupteur K à l'instant $t = 0$.

Q.1 Établir, à l'aide des lois de Kirchhoff, l'équation différentielle satisfaite par la tension $u(t)$. Quel est le temps caractéristique ?

Q.2 Quelles sont les expressions de $u(t)$ et $i(t)$?



Exercice 7 : Charge d'une bobine

Dans le circuit représenté ci-dessous le générateur de tension a une force électromotrice constante E. À l'intant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K qui était ouvert depuis très longtemps.

Q.1 Donner les valeurs des intensités i, i' et i'' et de la tension u à $t = 0^+$.

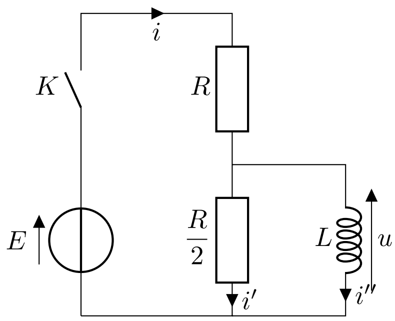
Q.2 Que vaut $u(t)$ quand t tend vers l'infini ?

Q.3 Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$.

Q.4 En déduire l'expression de $u(t)$ et tracer l'allure de $u(t)$.

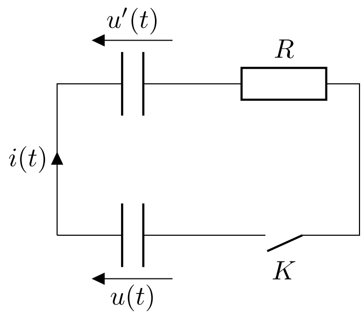
Q.5 Exprimer en fonction de L et R le temps t_0 au bout duquel $u(t)$ a été divisée par 10.

Q.6 On mesure $t_0 = 30\,\mu\text{s}$ pour $R = 1000\,\Omega$. En déduire la valeur de L.



Exercice 8 : Décharge d'un condensateur dans un autre

Dans le circuit suivant, les deux condensateurs ont même capacité C. Le condensateur situé en bas est chargé sous la tension $u = U_0$ et le condensateur en haut est déchargé. On ferme alors l'interrupteur K à la date $t = 0$. On pose $\tau = RC$.



Q.1 Exprimer la tension $u'(t)$ en fonction de $u(t)$ et $i(t)$.

Q.2 Exprimer $i(t)$ en fonction de $u(t)$. Exprimer $i(t)$ en fonction de $u'(t)$.

Q.3 En déduire une relation entre $u(t)$ et $u'(t)$.

Q.4 En déduire l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ pour $t \geqslant 0$.

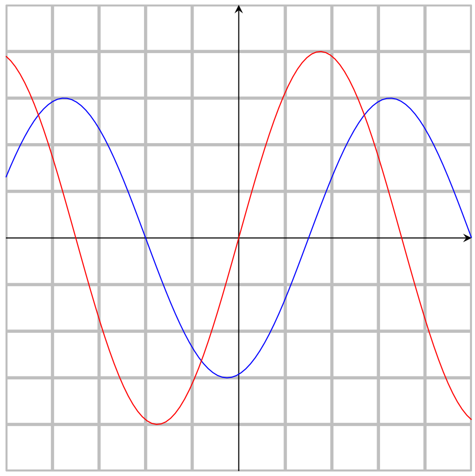
Q.5 En déduire les expressions des tensions $u(t)$ et $u'(t)$. Tracer leur allure sur un même graphe.

Q.6 À partir d'un bilan énergétique, déterminer l'énergie E_R reçue par la résistance au cours du régime transitoire.

Signaux 3 : Circuits linéaires du deuxième ordre

Exercice 1 : Mesure de déphasage

Le figure représente un écran d'oscilloscope avec deux signaux sinusoïdaux de même fréquence $s_1(t)$ (en rouge) et $s_2(t)$ (en bleu). Une division correspond à 20 ms.



Q.1 Déterminer la période T des signaux. En déduire la pulsation ω des signaux ainsi que la fréquence f.

Q.2 Déterminer un instant t_1 où la phase $\Phi_1(t_1)$ du signal s_1 vaut 0.

Q.3 Déterminer un instant t_2 où la phase $\Phi_2(t_2)$ du signal s_2 vaut 0.

Q.4 Déterminer le décalage temporel $\Delta t = t_2 - t_1$ entre les deux signaux.

Q.5 En considérant que $\Phi_1(t) = \omega t$ et $\Phi_2(t) = \omega t + \varphi$, trouver une relation entre φ, ω et Δt.

Q.6 Calculer le déphasage de s_2 par rapport à s_1.

Cet exercice détaillé correspond à une unique question dans les exercices que vous rencontrerez à l'avenir : "Calculer le déphasage entre les deux signaux"

Exercice 2 : Circuit LC

Soit un circuit LC série alimenté par un générateur de tension de f.e.m E. À $t = 0$ on ferme l'interrupteur :

Q.1 Établir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ la tension aux bornes du condensateur.

Q.2 Résoudre l'équation différentielle en sachant que le condensateur est initialement déchargé et la bobine est initialement déchargée.

Q.3 Résoudre l'équation différentielle en sachant que le condensateur est initialement chargé tel que $u_C(t = 0) = E$ et la bobine est initialement déchargée.

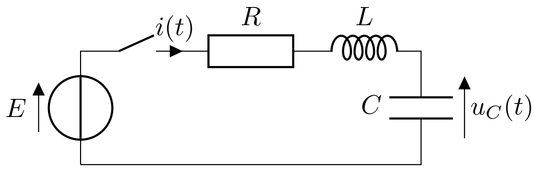
Q.4 Établir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ le courant délivré par le générateur.

Q.5 Résoudre l'équation différentielle en sachant que le condensateur est initialement déchargé et la bobine est initialement déchargée.

Q.6 Résoudre l'équation différentielle en sachant que le condensateur est initialement chargé tel que $u_C(t = 0) = E$ et la bobine est initialement déchargée.

Exercice 3 : Réponse d'un circuit RLC à un échelon de tension

On s'intéresse à l'évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur dans le circuit RLC série ci-dessous. Avant la fermeture de l'interrupteur, le condensateur est supposé déchargé.



Q.1 Que vaut la tension $u_C(t)$ très longtemps après avoir fermé l'interrupteur ?

Q.2 Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$. Donner l'expression du facteur de qualité du circuit Q, de la pulsation propre ω_0 ainsi que la tension d'équilibre u_{eq}.

Q.3 Donner les conditions initiales $u_C(t = 0)$ et $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(t = 0)$.

Q.4 On prend $E = 10\,\text{V}$, $R = 1\,\text{k}\Omega$, $L = 10\,\text{mH}$ et $C = 1\,\mu\text{F}$.

a) Donner les valeurs numériques de Q et ω_0. Comment s'appelle le régime transitoire dans ce cas ?

b) Résoudre l'équation différentielle pour donner $u_C(t)$. On donnera la solution en fonction des valeurs numériques données.

c) Montrer que l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire est de $\dfrac{5}{\omega_0 Q}$.

d) Tracer $u_C(t)$.

Q.5 On prend $E = 10\,\text{V}$, $R = 0{,}1\,\text{kV}$, $L = 1\,\text{mH}$ et $C = 1\,\text{nF}$.

a) Donner les valeurs numériques de Q et ω_0. Comment s'appelle le régime transitoire dans ce cas ?

b) Résoudre l'équation différentielle pour donner $u_C(t)$. On donnera la solution en fonction des valeurs numériques données.

c) Montrer que Q est l'ordre de grandeur du nombre de pseudo-oscillations visibles.

d) Tracer $u_C(t)$.

Q.6 On prend $E = 10\,\mathrm{V}$, $R = 2\,\mathrm{kV}$, $L = 1\,\mathrm{mH}$ et $C = 1\,\mathrm{nF}$.

a) Donner les valeurs numériques de Q et ω_0. Comment s'appelle le régime transitoire dans ce cas ?

b) Résoudre l'équation différentielle pour donner $u_C(t)$. On donnera la solution en fonction des valeurs numériques données.

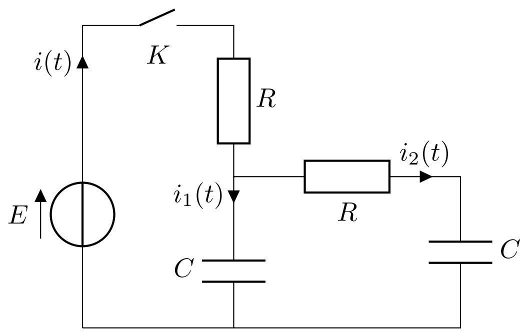
c) Tracer $u_C(t)$.

Q.7 Déterminer l'énergie totale E_G fournie par le générateur ainsi que l'énergie E_{LC} emmagasinée dans la bobine et le condensateur à la fin du régime transitoire en fonction de C et E.

Q.8 En déduire l'énergie dissipée par effet Joule dans la résistance. Ces résultats dépendent-ils du régime dans lequel se trouve le circuit ? Interpréter le cas limite $R \to 0$.

Exercice 4 : Mise en cascade de 2 cellules RC

On met en cascade 2 cellules RC identiques comme l'indique la figure ci-contre. Initialement les deux condensateurs sont déchargés et l'interrupteur K est ouvert. À $t = 0$ on ferme K.



Q.1 Déterminer sans calcul et en le justifiant : $i_1(t = 0^+)$, $i_2(t = 0^+)$ et $i(t = 0^+)$

Q.2 Déterminer sans calcul et en le justifiant : $\lim\limits_{t\to+\infty} i_1(t)$, $\lim\limits_{t\to+\infty} i_2(t)$ et $\lim\limits_{t\to+\infty} i(t)$

Q.3 Pour $t > 0$, déterminer l'équation différentielle reliant i_1 et i_2.

Q.4 Déterminer l'équation différentielle reliant $i(t)$ et $i_2(t)$.

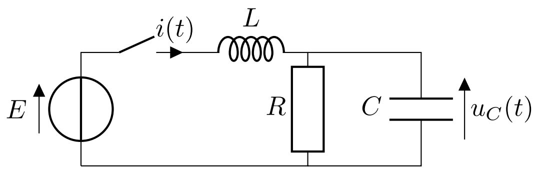
Q.5 Déduire des 2 équations ci-dessus, l'équation différentielle vérifiée par $i_2(t)$.

Q.6 Résoudre l'équation différentielle pour déterminer l'évolution de $i_2(t)$.

Q.7 Tracer $i_2(t)$. À quelle date t_M $i_2(t)$ est-elle maximum ?

Exercice 5 : Influence d'un condensateur sur un circuit RL

Considérons le circuit représenté ci-dessous où le condensateur et la bobine sont initialement déchargés.
Le générateur de tension est idéal de f.e.m E et à $t = 0$ on ferme l'interrupteur.



Q.1 Donner en le justifiant les valeurs de $i(t = 0^+)$, $u_C(t = 0^+)$.

Q.2 Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ le courant délivré par le générateur. Mettre l'équation différentielle sous forme canonique en introduisant Q et ω_0.

Q.3 En supposant que $Q < \dfrac{1}{2}$, donner la forme de la solution $i(t)$ de l'équation différentielle. On déterminera les constantes d'intégrations en fonction de C, E, ω_0, et Q.

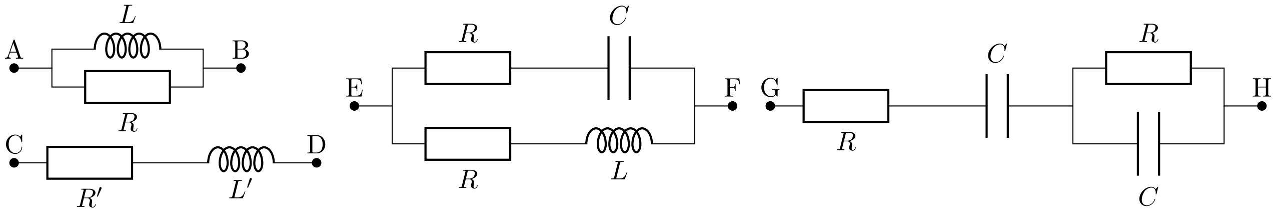
Q.4 Tracer l'allure de la courbe de $i(t)$.

Q.5 Déterminer l'expression de $u_C(t)$.

Signaux 4 : Régime des oscillations forcées et filtre d'ordre 1

Exercice 1 : Calculs d'impédances

On considère les dipôles suivants :



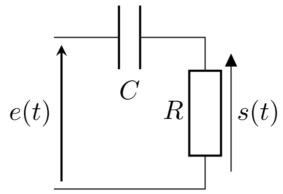
Q.1 Déterminer les expression de R' et L' en fonction de R, L et ω pour que les dipôles AB et CD ci-dessus aient la même impédance. Peut-on avoir $\dfrac{L}{R} = \dfrac{L'}{R'}$?

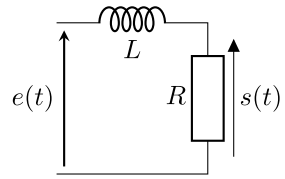
Q.2 Exprimer l'impédance $\underline{Z}_{EF}$ équivalente au dipôle EF ci-dessus. Que vaut $\underline{Z}_{EF}$ si $\omega = 0$? Et si ω tend vers l'infini. Montrer que $\underline{Z}_{EF}$ est réelle pour une certaine pulsation.

Q.3 Exprimer l'impédance $\underline{Z}_{GH}$ en fonction de R, C et ω.

Exercice 2 : Circuits à 1 maille

Q.1 Déterminer à l'aide d'une étude qualitative la nature des filtres suivants :





Q.2 Déterminer les fonctions de transferts deux filtres.

Q.3 Exprimer le gain en décibel G_{dB} pour ces deux filtres. On prendra soin d'établir les équations des droites asymptotiques puis les pentes en HF et BF.

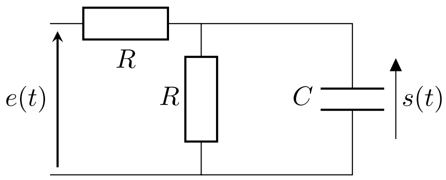
Q.4 Exprimer le déphase φ pour ces deux filtres. On prendra de calculer les valeurs asymptotiques en HF et BF.

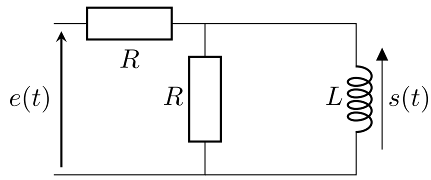
Q.5 Calculer l'expression de la pulsation de coupure ω_c pour chacun de ces deux filtres. En déduire les valeurs de $G_{\mathrm{dB}}(\omega_c)$ et $\varphi(\omega_c)$.

Q.6 Tracer les diagrammes asymptotiques de Bode et tracer l'allure du diagramme réel en plaçant les valeurs à ω_c.

Exercice 3 : Circuits à deux mailles

Q.1 Déterminer à l'aide d'une étude qualitative la nature des filtres suivants :





Q.2 Déterminer les fonctions de transferts deux filtres.

Q.3 Exprimer le gain en décibel G_{dB} pour ces deux filtres. On prendra soin d'établir les équations des droites asymptotiques puis les pentes en HF et BF.

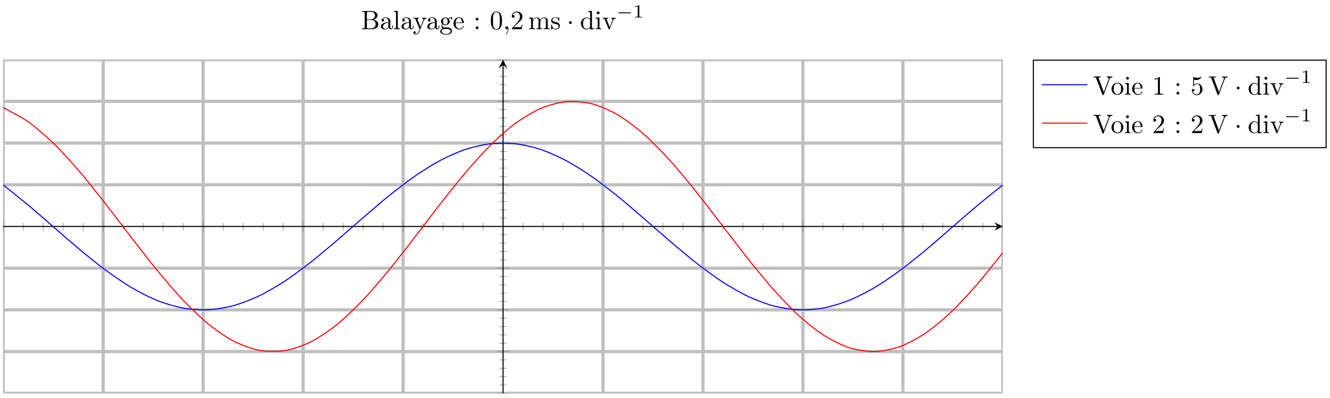
Q.4 Exprimer le déphase φ pour ces deux filtres. On prendra de calculer les valeurs asymptotiques en HF et BF.

Q.5 Calculer l'expression de la pulsation de coupure ω_c pour chacun de ces deux filtres. En déduire les valeurs de $G_{\mathrm{dB}}(\omega_c)$ et $\varphi(\omega_c)$.

Q.6 Tracer les diagrammes asymptotiques de Bode et tracer l'allure du diagramme réel en plaçant les valeurs à ω_c.

Exercice 4 : Oscillogrammes

On étudie un circuit série constitué d'une résistance $R = 600\,\Omega$ et d'une bobine réelle d'inductance L et de résistance interne r. À partir de l'oscillogramme fourni où on visualise en voie 1 la tension fournie par le générateur et en voie 2 celle aux bornes de la résistance, déterminer :



Q.1 La période et la fréquence de la tension délivrée par le générateur basse fréquence.

Q.2 La valeur maximale u_{Gmax} de la tension aux bornes du générateur.

Q.3 La valeur maximale u_{Rmax} de la tension aux bornes du conducteur ohmique.

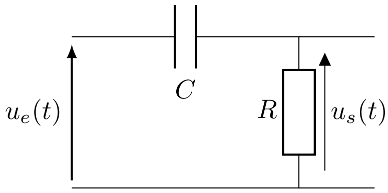
Q.4 La valeur maximale I_{max} de l'intensité du courant circulant dans le circuit.

Q.5 À partir des résultats précédents, déterminer la valeur Z de l'impédance du dipôle AC constitué de la bobine et du conducteur ohmique.

Q.6 Le décalage temporel entre les deux tensions observées, puis le déphasage φ entre ces deux tensions en précisant quelle tension est en avance sur l'autre.

Exercice 5 : Impédance d'entrée d'un oscilloscope

On considère le filtre ci-dessous :



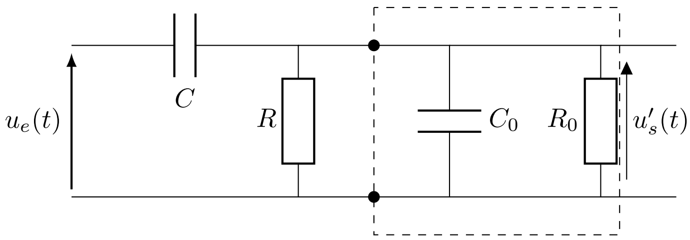
Q.1 Déterminer en fonction de R, C et ω, la fonction de transfert complexe $\underline{H}(j\omega)$ de ce filtre définie par le rapport des tensions complexes $\underline{u}_s$ et $\underline{u}_e$: $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e}$.

Q.2 Déterminer la pulsation de coupure ω_c. On fera l'application numérique avec $R = 500\,\mathrm{k\Omega}$ et $C = 0{,}1\,\mathrm{nF}$.

Q.3 Donner l'allure des courbes représentatives des fonctions $|\underline{H}(\omega)|$ et $\varphi(\omega)$.

Q.4 Donner l'allure du diagramme de Bode de ce filtre.

On observe la tension de sortie à l'aide d'un oscilloscope ayant une impédance d'entrée due à un groupement parallèle ($R_0 = 1\,\mathrm{M\Omega}$, $C_0 = 30\,\mathrm{pF}$).



Q.5 Calculer la nouvelle fonction de transfert et déterminer la nouvelle pulsation de coupure. Conclure sur l'influence de l'oscilloscope.

Signaux 5 : Filtres d'ordre 2 et résonance

Exercice 1 : Détermination d'un signal de sortie

Soit un filtre de fonction de transfert $\underline{H} = \dfrac{1}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}}$.

Q.1 Déterminer le signal de sortie correspondant au signal d'entrée : $e(t) = E + E\cos(\omega_1 t)$.

Q.2 Donner un exemple de circuit ayant une telle fonction de transfert.

Exercice 2 : Caractéristiques d'un signal périodique

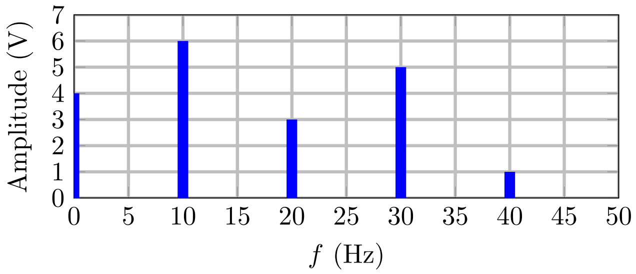
On représente ci-contre le spectre d'un signal périodique.

Q.1 Combien vaut la valeur moyenne de ce signal ?

Q.2 Quelle est la fréquence fondamentale du signal ?

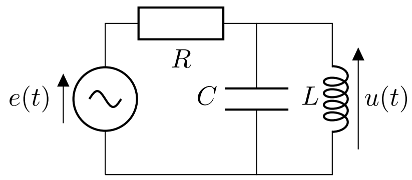
Q.3 Donner l'amplitude et la fréquence de chacune des harmoniques.

Q.4 Combien vaut la valeur efficace de ce signal ?



Exercice 3 : Étude d'un filtre passe-bande à deux mailles

On étudie le circuit ci-contre, avec $e(t) = E_m\cos(\omega t)$. On note $u(t) = U_m\cos(\omega t + \varphi)$ la tension aux bornes de l'association LC parallèle. On définit les amplitudes complexes $\underline{E}$ et $\underline{U}$ des tensions $e(t)$ et $u(t)$. On pose $H = \dfrac{U_m}{E_m}$.



Q.1 Déterminer à l'aide d'une étude qualitative la nature du filtre.

Q.2 Exprimer la fonction de transfert $\underline{H}$ du filtre.

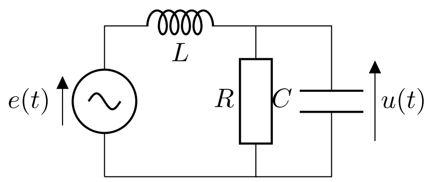
Q.3 Tracer l'allure du diagramme de Bode du filtre.

Q.4 Existe-t-il un phénomène de résonance de tension ? On tracera l'évolution de H et φ avec ω.

Q.5 Si oui, déterminer l'expression de la fréquence de résonance f_0 et du facteur de qualité Q en fonction de R, L et C. Faire l'application numérique avec $R = 1{,}0 \times 10^3\,\Omega$, $L = 0{,}10\,\mathrm{H}$ et $C = 0{,}10\,\mu\mathrm{F}$.

Exercice 4 : Étude d'un filtre passe-bas à deux mailles

On étudie le circuit ci-contre, avec $e(t) = E_m\cos(\omega t)$. On note $u(t) = U_m\cos(\omega t + \varphi)$ la tension aux bornes de l'association LC parallèle. On définit les amplitudes complexes $\underline{E}$ et $\underline{U}$ des tensions $e(t)$ et $u(t)$. On pose $H = \dfrac{U_m}{E_m}$.



Q.1 Déterminer à l'aide d'une étude qualitative la nature du filtre.

Q.2 Exprimer la fonction de transfert $\underline{H}$ du filtre.

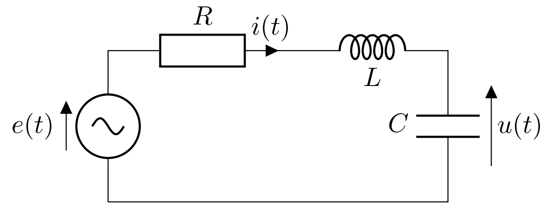
Q.3 Tracer l'allure du diagramme de Bode du filtre.

Q.4 Existe-t-il un phénomène de résonance de tension ? On tracera l'évolution de H et φ avec ω.

Q.5 Si oui pour quelles valeurs de Q ? Déterminer l'expression de la fréquence de résonance f_r et du facteur de qualité Q en fonction de R, L et C.

Exercice 5 : Bilan de puissance dans un circuit RLC série

On considère le circuit suivant dans lequel $e(t) = E_m \cos(\omega t)$.



Q.1 On introduit la charge $q(t)$ du condensateur C telle que $i(t) = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$. Écrire l'équation traduisant la loi des mailles dans le circuit et faisant intervenir $e(t)$, $i(t)$ et $q(t)$.

Q.2 Établir la relation :

$$e(t)i(t) = Ri^2(t) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}Li^2(t) + \frac{1}{2}\frac{q^2(t)}{C}\right)$$

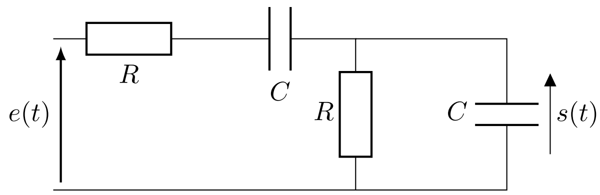
puis l'interpréter physiquement sous la forme d'un bilan de puissance.

Q.3 En régime sinusoïdal forcé, montrer que l'énergie fournie par le générateur sur une période est entièrement consommée par effet Joule dans la résistance.

Q.4 Montrer dans ce cas que l'énergie dissipée par effet Joule sur une période est maximale pour la pulsation $\omega = \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$, c'est-à-dire à la résonance d'intensité. On pourra au préalable exprimer l'intensité $i(t)$ en notation complexe, puis la mettre sous la forme $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$, où on exprimera uniquement l'amplitude I_m en fonction des données.

Exercice 6 : Filtre de Wien

On considère le filtre suivant :



Q.1 Déterminer sans calculs la nature du filtre.

Q.2 Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}$ du filtre.

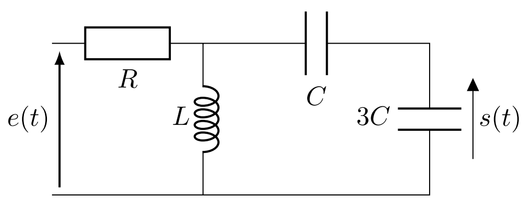
Q.3 Tracer le diagramme de Bode du filtre en précisant les asymptotes.

Q.4 Donner la bande passante ainsi que les pulsations de coupure.

Q.5 La tension d'entrée est $e(t) = E_m \cos(\omega t) + E_m \cos(10\omega t) + E_m \cos(100\omega t)$. À l'aide du diagramme de Bode asymptotique, donner une estimation de la tension de sortie. On prendra $\omega = 200\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$ et $\dfrac{1}{RC} = 2000\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$.

Exercice 7 : Filtre de Colpitts

On considère le filtre suivant :



Q.1 De quel type de filtre s'agit-il ?.

Q.2 Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}$ du filtre.

Q.3 Tracer le diagramme de Bode du filtre en prenant la valeur $Q = 0{,}1$. On recherchera tout d'abord les équations des asymptotes des deux courbes, et on fera apparaître les valeurs pour $\omega = \omega_0$.

Q.4 Un circuit multiplieur fournit le signal d'entrée $e(t) = 2E\cos(\omega_1 t)\cos(\omega_2 t)$ avec $\omega_1 = 100\omega_0$ et $\omega_2 = 101\omega_0$. Quel est le signal obtenu en sortie du filtre ?

Signaux 6 : Champ magnétique et ses actions

Exercice 1 : Questions de cours

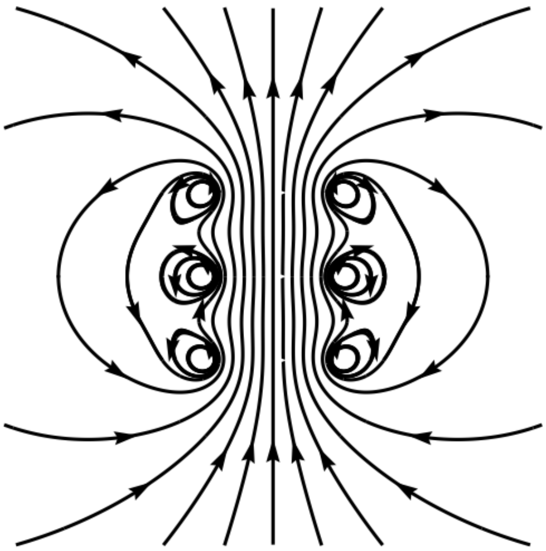
Q.1 Tracer l'allure de la carte de champ magnétique créé par une spire circulaire. Préciser les orientations du courant et du champ.

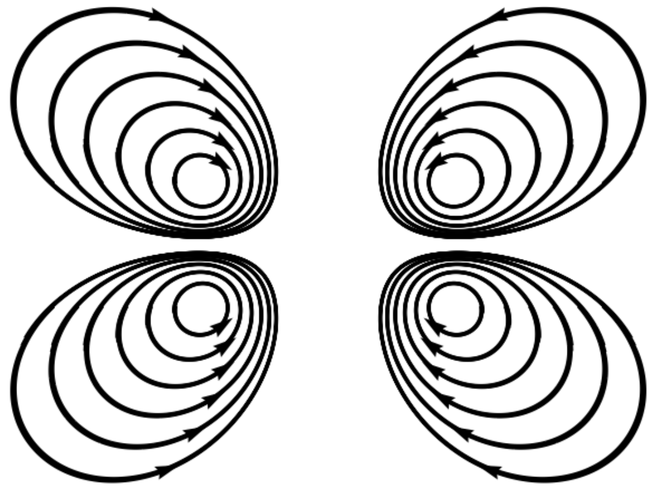
Q.2 Même question pour un solénoïde puis un aimant.

Q.3 Soit une spire circulaire de rayon R, parcourue par un courant d'intensité i. Préciser l'expression de son vecteur moment magnétique, en indiquant les unités.

Exercice 2 : Cartes de champ

Q.1 Dans les cartes de champs magnétique suivantes, où le champ est-il le plus intense ? Où sont placées les sources ? Le courant sort-il ou rentre-t-il du plan de la figure ?





Exercice 3 : Champ magnétique terrestre

La Terre génère un champ magnétique dont on pense que l'origine est la circulation de particules chargés dans le manteau. En première approximation, on peut considérer la Terre comme un dipôle magnétique.

Pour mesurer approximativement la composante horizontale du champ magnétique terrestre, on utilise le dispositif suivant :

- une petite aiguille aimantée est placée au centre d'un solénoïde, l'ensemble étant horizontal,
- en l'absence de courant traversant le solénoïde, l'aiguille est orthogonal à l'axe du solénoïde,
- en présence d'un courant $I = 96\,\mathrm{mA}$ traversant le solénoïde, l'aiguille tourne de $37°$.
- le solénoïde utilisé comporte 130 spires, sa longueur est $60\,\mathrm{cm}$ et son rayon $3\,\mathrm{cm}$

Intensité champ magnétique créé par un solénoïde infini en son sein : $B = \mu_0 n I$ où n est le nombre de spires par unité de longueur et $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{H \cdot m^{-1}}$

Q.1 Déterminer la valeur de la composante B_H horizontale du champ magnétique terrestre.

Exercice 4 : Moment magnétique orbital

Une particule de masse m et de charge q décrit un mouvement circulaire uniforme à la vitesse v. On note T la période de ce mouvement et R son rayon.

Q.1 Exprimer l'intensité moyenne I résultant du mouvement de la charge.

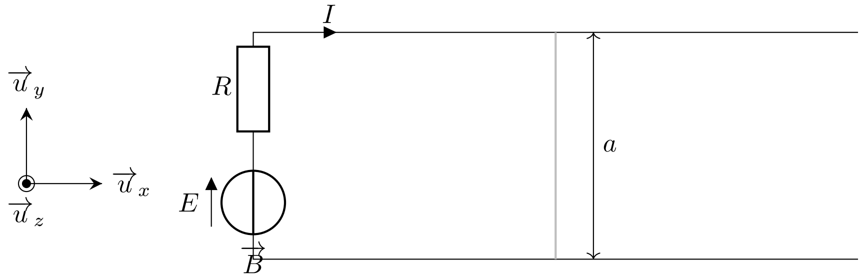
Q.2 En déduire le moment magnétique de ce système.

Q.3 Calculer le moment cinétique de la particule et comparer à son moment magnétique. *On admet que cette propriété se généralise.*

Q.4 Dans l'atome d'hydrogène, le moment cinétique de l'électron vaut $\hbar = 1{,}05 \times 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$. Que vaut son moment magnétique ? Ce moment est appelé magnéton de Bohr.

Exercice 5 : Force de Laplace

Une tige conductrice de masse $m = 5{,}0\,\mathrm{g}$ et de longueur $a = 5{,}0\,\mathrm{cm}$ est posée sur des rails de Laplace alimentés par un générateur de tension continue de f.e.m E. La résistance électrique totale du circuit est $R = 4{,}0\,\Omega$.



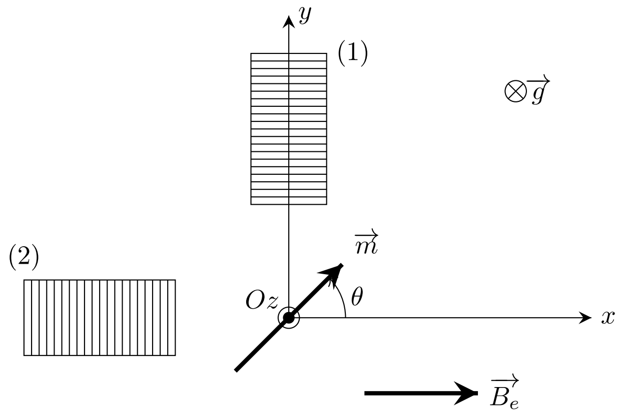
Un champ magnétique uniforme et stationnaire $\overrightarrow{B_e}$ est appliqué, avec $B_e = 50\,\mathrm{mT}$.
La valeur de l'accélération de la pesanteur est prise égale à $g = 9{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Q.1 Déterminer la direction et le sens de $\overrightarrow{B_e}$ pour lesquels la force de Laplace exercée sur la tige est verticale ascendante.

Q.2 Calculer la f.e.m minimale $E_{\min}$ pour que la tige quitte le rail.

Exercice 6 : Couple de Laplace

L'aiguille aimantée d'une boussole peut tourner librement autour de son axe (Oz)



Son moment magnétique $\overrightarrow{m}$ appartient au plan xOy ; il est repéré par l'angle θ. L'aiguille est soumise à un champ magnétique uniforme et permanent $\overrightarrow{B_e} = B_e\overrightarrow{u}_x$ avec $B_e = 1{,}0\,\mathrm{mT}$.
Les deux bobines (1) et (2) génèrent dans la région de l'agiguille respectivement les champs magnétiques :

$$\overrightarrow{B_1} = B_0\sin(\omega t)\overrightarrow{u}_y \quad \text{et} \quad \overrightarrow{B_2} = B_0\cos(\omega t)\overrightarrow{u}_x$$

L'aiguille possède un moment d'inertie $J = 3{,}0\times10^{-8}\,\mathrm{kg\cdot m^{-2}}$ par rapport à (Oz) et ne subit aucun frottement.

Q.1 Dans un premier temps, les bobines (1) et (2) ne sont parcourues par aucun courant. Exprimer le moment du couple $\overrightarrow{\Gamma} = \overrightarrow{m}\wedge\overrightarrow{B_e}$ subi par l'aiguille aimantée en fonction de B_e, m, θ et d'un vecteur unitaire à préciser. Déterminer les valeurs de θ correspondant aux positions d'équilibre et préciser la stabilité de ces dernières.

Q.2 L'aiguille est écartée de sa position d'équilibre stable d'un petit angle θ_0 sans vitesse angulaire initiale. Appliquer la loi du moment cinétique à l'aiguille et en déduire l'équation différentielle vérifiée par θ. On pose $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{mB_e}{J}}$.

Q.3 Résoudre l'équation différentielle.

Q.4 Les deux bobines sont maintenant branchées. Montrer que le champ magnétique créé par ces deux bobines est un champ magnétique tournant que l'on caractérisera.

Q.5 Une résonance est observée lorsque $\omega = \omega_0$. La fréquence du courant circulant dans les bobines est alors $f = 4{,}6\,\mathrm{Hz}$. Calculer m.

Signaux 7 : Circuit fixe dans un champ magnétique variable

Exercice 1 : Spire autour d'un solénoïde

Un solénoïde de rayon $R_1 = 2\,\mathrm{cm}$, constitué de $n = 10$ spires par cm, est alimenté par un générateur de f.e.m. $U = 30\,\mathrm{V}$. La résistance interne du générateur est de $1{,}2\,\Omega$ et celle du fil du solénoïde est $6{,}8\,\Omega$. Une spire conductrice $\mathscr{S}$, de rayon $R_2 = 4\,\mathrm{cm}$, est placée autour du solénoïde ; elle a le même axe que celui-ci. Le champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde vaut $B = \mu_0 n I$ à l'intérieur et est nul à l'extérieur.

Q.1 Quel est la valeur numérique du flux magnétique à travers la spire ?

Q.2 L'intensité du courant qui traverse le solénoïde décroît à partir de $t = 0$ selon la loi $i(t) = i_0 e^{-t/\tau}$. Quelle est l'unité de τ ?

Q.3 Quelle est la f.e.m. induite dans la spire pour $t > 0$?

Exercice 2 : Mutuelle entre une spire et un solénoïde

Une spire conductrice de rayon a_1 est placée autour d'un solénoïde de rayon $a_2 < a_1$, dont le nombre de spires par unité de longueur est n. La spire et le solénoïde ont même axe (Oz). Les intensités i_1 dans la spire et i_2 dans le solénoïde sont comptées positivement dans le sens positif autour de (Oz).

Q.1 Exprimer le flux magnétique envoyé par le solénoïde à travers la spire. Le champ magnétique créé par un solénoïde est $B = \mu_0 n I$ dans celui-ci et est nul à l'extérieur.

Q.2 Exprimer le flux magnétique envoyé par la spire à travers le solénoïde.

Q.3 L'intensité dans le solénoïde est $i_2(t) = I_0 \cos(\omega t)$. On note R et L la résistance et l'auto-inductance de la spire. Déterminer l'intensité $i_1(t)$ en régime permanent.

Exercice 3 : Écrantage d'un champ magnétique

On utilisera les coordonnées cylindriques (r, θ, z) et la base locale $(\overrightarrow{u}_r, \overrightarrow{u}_\theta, \overrightarrow{u}_z)$.

On considère deux solénoïdes Σ_1 et Σ_2 coaxiaux, d'axe (Oz), de même longueur $L = 20\,\mathrm{cm}$, de rayons $r_1 = 10\,\mathrm{cm}$ et $r_2 = 5\,\mathrm{cm}$ et comportant respectivement $N_1 = 700$ et $N_2 = 500$ spires jointives, enroulées dans le même sens.

On négligera les effets de bord ; on considérera donc les solénoïdes comme très longs. Ces deux bobines ont pour résistance respectivement R_1 et $R_2 = 50\,\Omega$. On pourra introduire les nombres de spires par unité de longueur $n_i = N_i/L$. Le champ magnétique créé par un solénoïde est $\mu_0 n I$ à l'intérieur et est nul à l'extérieur.

Le solénoïde Σ_1 est parcouru par un courant d'intensité i, Σ_2 étant en circuit ouvert.

Q.1 Exprimer le champ magnétique $\overrightarrow{B_1}$ créé dans tout l'espace.

Q.2 En déduire que le coefficient d'inductance L_1 de Σ_1 vaut $\mu_0 \dfrac{N_1^2}{L} \pi r_1^2$; donner l'expression de L_2, inductance de Σ_2 et calculer sa valeur numérique.

Q.3 Définir le coefficient de mutuelle inductance M entre les deux solénoïdes. Montrer que $M = \mu_0 \dfrac{N_1 N_2}{L} \pi r_2^2$.

Le solénoïde Σ_1 est alimenté par un générateur idéal de courant $i_0(t) = I_0 \cos(\omega t)$ avec $I_0 = 1{,}0\,\mathrm{A}$; les deux extrémités du solénoïde Σ_2 sont reliées par un fil sans résistance.

Q.4 Déterminer l'amplitude complexe du courant $i_2(t)$ circulant dans Σ_2 en fonction de M, L_2 et R_2. La mettre sous la forme :

$$\underline{i_2} = K \frac{j \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} \underline{i_0}$$

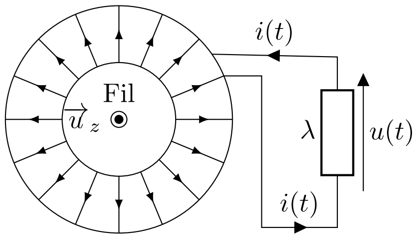
On donnera l'expression de K en fonction de N_1 et N_2 et celle de ω_c en fonction de R_2 et L_2.

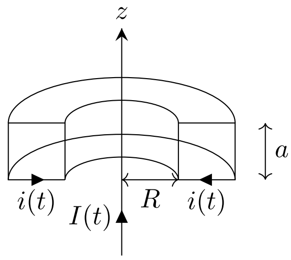
Q.5 En déduire l'expression de l'amplitude complexe $\underline{B_2}$ du champ magnétique total à l'intérieur du solénoïde Σ_2. Montrer que ce champ tend vers 0 à haute fréquence. Commenter.

Q.6 Application numérique : calculer ω_c ainsi que les amplitudes de i_2 et de B_2 pour une fréquence de $11\,\mathrm{kHz}$. Calculer le rapport des amplitudes B_2/B_1.

Exercice 4 : Pince ampèremétrique

Pour des fils parcourus par un courant électrique très important, un ampèremètre n'est pas utilisable pour en mesurer l'intensité. On peut alors utiliser une pince ampèremétrique si le courant est variable.





Q.1 Champ magnétique engendré par un fil parcourant par un courant électrique. Localement, le champ magnétique engendré par un fil s'écrit :

$$\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\overrightarrow{u}_\theta$$

où le fil est orienté suivant le vecteur $\overrightarrow{u}_z$, r est la distance au fil et I l'intensité électrique du courant le parcourant.

a) Commenter l'expression du champ magnétique.

b) Représenter le fil et quelques lignes de champs.

Q.2 La pince ampèremétrique est un enroulement torique de N spires carrées d'inductance propre L qu'on ferme sur le fil de façon à ce que son axe soit confondu avec celui du fil. Le fil est parcouru par un courant harmonique de pulsation ω. On néglige la résistance du bobinage devant la résistance λ.

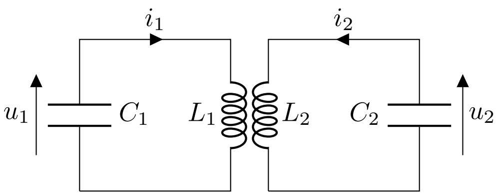
a) Écrire l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$. On pourra exprimer l'inductance mutuelle du système et admettre que $L = N \times M$.

b) Exprimer la fonction de transfert du système $\underline{T} = \dfrac{\underline{u}}{\underline{I}}$. Pour quel domaine de fréquence la mesure de I via u est possible ?

c) Écrire alors le lien entre la valeur efficace de $u(t)$ et celle de $I(t)$.

Exercice 5 : Oscillateurs couplés par induction mutuelle

Deux circuits électriques son couplés par induction mutuelle. On néglige la résistance électrique de chacun et on précise les relations suivantes : $L_1 = L_2 = L = 100\,\text{mH}$, $C_1 = C_2 = C = 1\,\mu\text{F}$. On note M l'inductance mutuelle entre les deux circuits.



Q.1 Soit q_1 et q_2 les charges des condensateurs à l'instant t, établir le système d'équations différentielles vérifié par q_1 et q_2. On posera $k = \frac{M}{L} \leqslant 1$ et $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Q.2 En posant, $u = \dfrac{1}{2}(q_1 + q_2)$ et $v = \dfrac{1}{2}(q_1 - q_2)$, écrire puis résoudre le système d'équations différentielles vérifié par u et v. On suppose $q_1(0) = Q$, $q_2(0) = 0$, $\dot{q_1}(0) = \dot{q_2}(0) = 0$.

Q.3 En déduire les expressions des tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$ aux bornes des condensateurs en posant $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{C(L+M)}}$ et $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{C(L-M)}}$.

Q.4 Si $M \ll L$, montrer que ω_1 et ω_2 s'écrivent :

$$\omega_1 = \omega_0\left(1 - \frac{M}{nL}\right) \text{ et } \omega_2 = \omega_0\left(1 + \frac{M}{nL}\right)$$

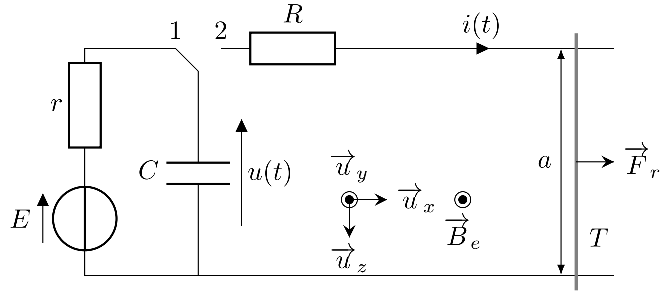
où n est un entier à préciser. En déduire l'expression de $u_{C1}(t)$ sous la forme d'un produit de cosinus, puis une méthode qui permette de mesurer expérimentalement le rapport $\frac{M}{L}$ à l'oscilloscope.

Q.5 En pratique, quels phénomènes vont limiter la durée des oscillations ?

Signaux 8 : Conversion électromécanique de puissance

Exercice 1 : Coup de frein

Nous souhaitons utiliser l'énergie stockée dans un condensateur pour donner un «coup de frein» au déplacement d'une tige conductrice posée sur des rails de Laplace distants de $a = 5{,}0\,\text{cm}$.



La tige conductrice T de masse $m = 5{,}0\,\text{g}$ se déplace à la vitesse $\overrightarrow{v}_0 = v_0\overrightarrow{u}_x$. Le champ magnétique uniforme et stationnaire $\overrightarrow{B}_e = B_e\overrightarrow{u}_y$. est imposé, avec $B_e = 50\,\text{mT}$.
La résistance électrique totale du circuit est $R = 1{,}0\,\Omega$.

À l'instant initial $t = 0^+$, l'interrupteur à deux voies bascule instantanément en position 2. À cer instant, la vitesse de la tige est $v_0 = 10\,\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$.

On néglige tout frottement ainsi que le phénomène d'auto-induction. L'accélération de la pesanteur est $g = 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Q.1 Quelle est la tension $u(t = 0^+)$ aux bornes du condensateur juste après la bascule de l'interrupteur ?

Q.2 Exprimer la f.e.m. induite dans le circuit en fonction de B_e, a et de la vitesse $v(t)$ de la tige. Représenter le schéma électrique équivalent au dispositif et en déduire une équation différentielle reliant $i(t)$ et $v(t)$ (équation électrique).

Q.3 Exprimer la force de Laplace s'exerçant sur la tige puis appliquer à celle-ci la loi de la résultante cinétique. En déduire une deuxième équation différentielle couplant $i(t)$ et $v(t)$ (équation mécanique).

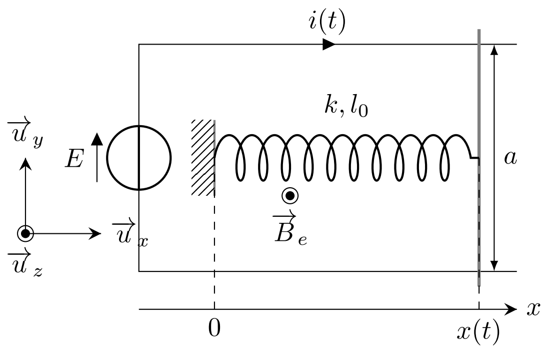
Q.4 Déduire du système couplé une équation différentielle vérifiée par $i(t)$ et mettre en évidence un temps caractéristique τ que l'on exprimera en fonction des données. Résoudre l'équation différentielle après avoir précisé la valeur initiale $i(0)$. Montrer que $i(t)$ tend vers une valeur limite i_{lim} que l'on précisera.

Q.5 En déduire l'expression de $v(t)$. Montrer que la vitesse de la tige tend vers une valeur limite v_{lim} que l'on calculera.

Q.6 Faire un bilan énergétique de l'opération «coup de frein».

Exercice 2 : Principe du haut-parleur

On modélise un haut-parleur par une barre conductrice, de longueur a et de masse m, posée sur des rails conducteurs horizontaux. Cette barre est assujettie à se déplacer en translation suivant $\overrightarrow{u}_x$. ELle est reliée à un bâti fixe dans le référentiel d'étude par un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0. Ce ressort modélise l'élasticité de la membrane du haut-parleur. Les frottements de la membrane sont traduit par la force $\overrightarrow{f} = -\mu\dot{x}\overrightarrow{u}_x$.



Le circuit constitué des rails et de la barre est alimenté par un générateur imposant une tension $E(t)$. La résistance totale du circuit, supposée constante, est notée R. Les propriétés électriques de la bobine du haut-parleur sont prises en compte sous la forme d'une inductance propre L, non négligeable.
Le tout est plongé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B} = B_0\overrightarrow{u}_z$ stationnaire et uniforme.
Enfin, on néglige tout frottement solide.

Q.1 Écrire l'équation mécanique couplant $i(t)$ et $X(t) = x(t) - l_0$ notée (M).

Q.2 Proposer un modèle électrique du haut-parleur puis écrire l'équation électrique couplant $i(t)$ et $x(t)$ notée (E).

Q.3 Exprimer l'énergie totale U du système {haut-parleur} puis, à partir des équations (E) et (M) déterminer l'équation différentielle vérifiée par U. Commenter.

Q.4 Pour $E(t) = E_0\cos(\omega t)$, proposer une expression pour $X(t)$ et $i(t)$.

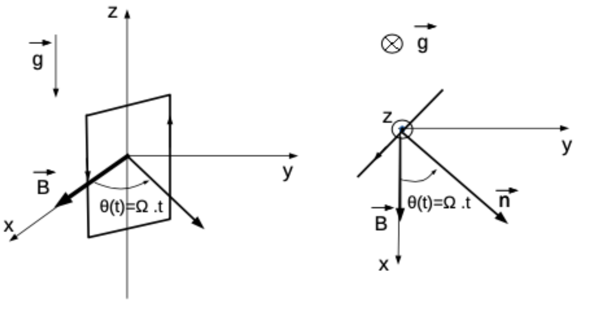
Q.5 Montrer que l'impédance $\underline{Z} = \dfrac{\underline{E}}{\underline{i}}$ s'écrit :

$$\underline{Z} = R + jL\omega + \underline{Z}_m$$

où on exprimera $\underline{Z}_m$, dite impédance motionnelle.

Q.6 Tracer l'allure de Z en supposant les frottements faibles.

Exercice 3 : Principe de l'alternateur



(a) Perspective (b) Vue de dessus

On considère une bobine plate à section carré de côté a et constitués de N spires : le rotor. Il est plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\overrightarrow{B} = B_0\overrightarrow{u}_x$ et entraîné à la vitesse angulaire Ω constante autour de l'axe Oz.
La résistance du rotor vaut R, son inductance propre L est négligeable et son moment d'inertie par rapport à Oz vaut J.

Q.1 Exprimer le moment magnétique du rotor.

Q.2 Analyser qualitativement le comportement du système.

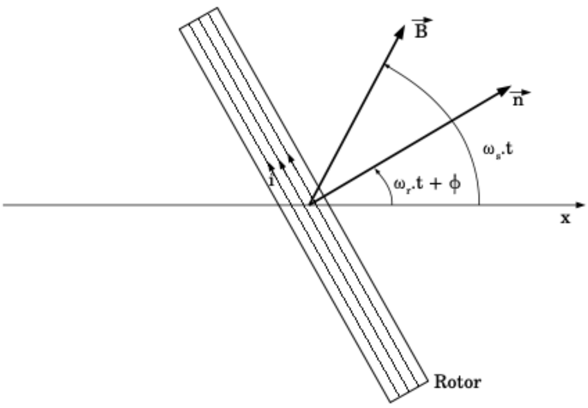
Q.3 Calculer le courant électrique $i(t)$ traversant le rotor.

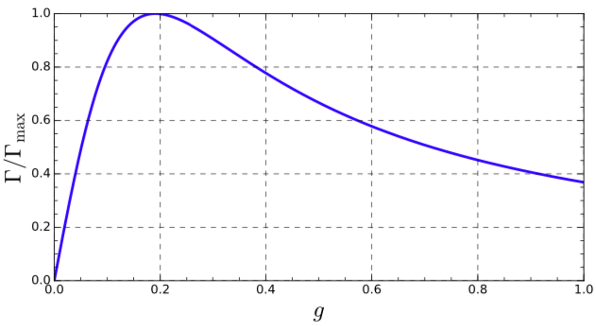
Q.4 Expliquer pourquoi les forces de Laplace exerce nécessairement un couple Γ résistant sur le rotor et calculer ce couple.

Q.5 Calculer la puissance électrique reçue par le rotor. D'où provient-elle ? Un calcul est attendu.

Exercice 4 : Principe du moteur aynchrone

On modélise le rotor par une bobine de résistance R, d'inductance propre L, de surface S et constitué de N spires. On suppose qu'en régime établi le champ magnétique tourne à la vitesse angulaire ω_s et que le rotor tourne à la vitesse angulaire ω_r.





Couple moteur en fonction du glissement $g = \frac{\omega_g}{\omega_s}$

Q.1 Quelle est l'origine physique du moment magnétique du rotor ?

Q.2 Proposer un modèle électrique du rotor et exprimer le courant $i(t)$ qui le parcourt en régime établi. On posera $\omega_g = \omega_s - \omega_r$. On posera $\phi_0 = NB_0S$ et $\tan(\psi) = \frac{R}{L\omega_g}$.

Q.3 En déduire la valeur du couple Γ subi par le rotor. Exprimer sa valeur moyenne $\langle\Gamma\rangle$, en fonction de ϕ_0, L, R et ω_g.

Q.4 On donne la représentation graphique $\langle\Gamma\rangle$. Le moteur est relié à une charge qui impose un couple résistant $-\Gamma_r$ inférieur à la valeur maximale de $\langle\Gamma\rangle$.

a) Montrer qu'il existe deux valeurs possi bles pour la vitesse ω_r du rotor.

b) Justifier le qualificatif «asynchrone» pour ce moteur.

c) Identifier sur la courbe la zone de fonctionnement stable et la zone de fonctionnement instable du moteur.