

COURS ET EXERCICES

Ci-dessous, une liste non exhaustive, mais assez représentative, des techniques et connaissances de base relatives à chaque chapitre, et à maîtriser parfaitement à l'approche de la fin du semestre 1.

Chapitre 2 — Méthodes algébriques

Méthodes usuelles concernant les calculs de sommes : géométriques, télescopiques, somme des entiers, des carrés, des cubes

Chapitre 3 — Trigonométrie

Formulaire de trigonométrie / Equations trigonométriques

Chapitre 4 — Nombres complexes

Programme de Terminale / Equations du second degré à coeffs dans \mathbb{C} / Racines n -èmes de l'unité / Calculs de sommes utilisant la technique de l'angle moitié

Chapitre 5 — Généralités sur les fonctions

Tout sur les fonctions usuelles : en particulier formulaire des dérivées usuelles, et formulaire des DL à l'ordre 1 en 0 des fonctions usuelles / Utilisation des DL pour lever des indéterminations / Fonctions exponentielles et puissances (se souvenir que $a^b = e^{b \ln(a)}$ pour tout réel b , et tout réel $a > 0$) / Croissances comparées.

Chapitre 6 — Applications

Définitions d'injective, surjective et bijective / f est bijective SSI il existe g tqe $f \circ g = \text{id}$ et $g \circ f = \text{id}$.

Chapitre 7 — Fonctions trigonométriques réciproques

Tout sur les fonctions arccos, arcsin et arctan : définition, ensemble de définition, éventuelle parité, tableau de variation, allure de la courbe représentative, dérivabilité, expression de la dérivée et DL à l'ordre 1 en 0.

Chapitre 8 — Méthodes de calcul intégral

Formulaire des primitives usuelles / Méthode d'intégration par parties / Méthode du changement de variable / Intégrales de Wallis / Calcul de $\int \frac{dt}{t^2 + at + b}$, et de $\int e^{\alpha t} \sin(\beta t) dt$

Chapitre 9 — Equations différentielles linéaires

EDL1 : méthode de résolution, en particulier méthode de la variation de la constante / EDL2 : méthode de résolution, recherche d'une solution particulière lorsque le second membre est "de la forme $P(x)e^{\alpha x}$ ".

Chapitre 10 — Nombres réels

Bornes supérieures et inférieures / Parties denses dans \mathbb{R}

Chapitre 11 — Suites réelles et complexes Tout!

QUESTIONS DE COURS

Sur le principe du volontariat : questions 2, 4, 6, 10, 11 et 12B

► Colle 1 - Exercice : $\forall n \in \mathbb{N}, \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$ et $\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k} = n2^{n-1}$

► Colle 2 - Formule du binôme de Newton : $\forall (a, b) \in \mathbb{C}^2, \forall n \in \mathbb{N},$

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

► Colle 3 - Exercice : calcul de $\sum_{k=0}^n \cos(k\theta)$

► Colle 4 - Théorème : $U_n = \left\{ e^{\frac{2ik\pi}{n}} / k \in \llbracket 0; n-1 \rrbracket \right\}$, ou $U_n = \left\{ w^k / k \in \llbracket 0; n-1 \rrbracket \right\}$ en ayant noté : $w = e^{\frac{2i\pi}{n}}$.

► Colle 5 - Exercice : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n = e$

► Colle 6 - Propriété. La composée de deux applications injectives (resp. surjectives) est injective (resp. surjective).

► Colle 7 - Exercice. Etablir que : $\forall x \in [-1, 1], \arccos(x) + \arccos(-x) = \pi$

► Colle 8 - Exercice. Relation de récurrence sur les intégrales de Wallis $I_{n+2} = \frac{n+1}{n+2} I_n$

► Colle 9 - Propriété. Intégrale et parité.

► Colle 10 - EDL2 et Physique/Maths. Oscillateur harmonique libre, sans frottements (résolution de $y'' + \omega_0^2 y = 0$). Solution g^{ale} peut s'écrire $f_{K,\varphi}(t) = K \cos(\omega_0 t - \varphi)$.

► Colle 11 - Propriété : si u est bornée, et v converge vers 0, alors uv converge vers 0.

► Colle 12A - Exercice : terme général de la suite de Fibonacci.

► Colle 12B - Propriété fondamentale des suites extraites : si u converge vers $\ell \in \mathbb{C}$, toute suite extraite de u converge vers ℓ .