DS5 du 16/12 : Physique-chimie (3h)

Il sera accordé la plus grande importance au soin apporté à la copie ainsi qu'aux consignes suivantes :

- Chaque exercice sera traité sur une copie double séparée.
- Vous laisserez un espace au début de votre devoir pour la correction.
- Chaque réponse devra être formulée à l'aide d'une phrase verbale (sujet - verbe - complément).
- Les formules littérales doivent être **encadrés** et les applications numériques **soulignées**.
- La calculatrice est **autorisée**, le téléphone interdit.
- Vous veillerez à ne pas mélanger valeur numérique et expression littérale.

Exercice 1 : Optique de l'appareil photo

La date conventionnelle de l'invention de la photographie a été fixée au 7 janvier 1839, date à laquelle Arago présenta à l'Académie des Sciences l'invention de Daguerre : le daguerréotype. Mais l'histoire de la photographie commence bien avant notamment avec la camera obscura (chambre noire) qui est utilisée dès le XVIe siècle pour des travaux topographiques. Les historiens de l'at ont également montré qu'elle était utilisée par des peintres, comme Vermeer ou les frères Van Eyck.

Le fonctionnement de cet ancêtre de l'appareil photo repose sur les propriétés des lentilles.

1 Objet et image

On modélise un appareil photo (**figure 1**) par l'association d'une lentille mince (L) de focale $f' = \overline{OF'}$ appelée "objectif", d'un capteur (C) sur lequel on souhaite récupérer l'image et d'un diaphragme (D) placé devant la lentille.

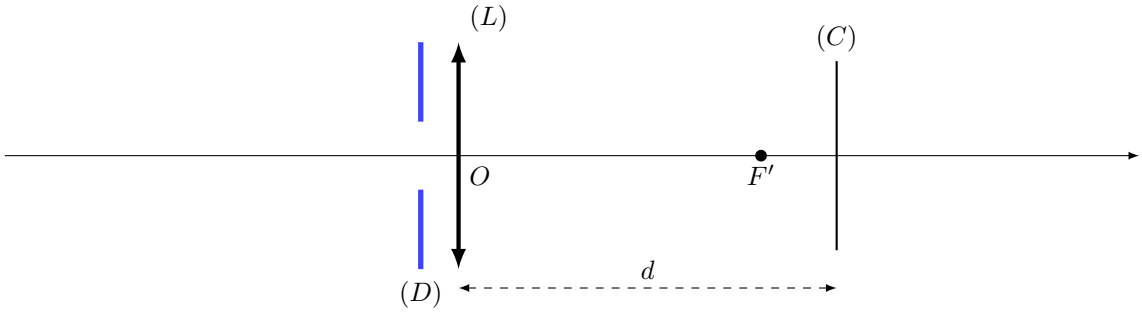

Figure 1 - Modélisation d'un appareil photo

La distance d entre la lentille (L) et le capteur (C) est réglable, grâce à un mécanisme lisé à l'objectif ; elle est comprise entre $d_{\min}$ et $d_{\max}$.

À l'aide de cet appareil, on souhaite former sur le capteur l'image d'un arbre de hauteur h situé à une distance L devant l'objectif.

Q.1 a) La lentille mince est utilisée dans les "conditions de Gauss". Préciser en quoi elles consistent.

b) Quelle partie de l'appareil permet d'assurer que ces conditions sont remplies ?

Q.2 a) Faire un schéma soigné de la situation en notant AB l'objet et $A'B'$ son image sur le capteur (A est sur l'axe et AB appartient à un plan orthogonal à l'axe). Positionner les foyers principaux et tracer au moins deux rayons lumineux issus de B pour justifier la position de l'image $A'B'$.

b) Exprimer la taille $\overline{A'B'}$ de l'image de l'arbre sur le capteur en fonction de h, f' et L. Calculer cette taille avec $f' = 50\,\text{mm}$, $h = 5\,\text{m}$ et $L = 20\,\text{m}$.

Rappel : l'objet AB et l'image $A'B'$ donnée par la lentille mince de centre O et de foyers principaux F (objet) et F' (image) dans les conditions de Gauss sont liés par les relations :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \quad ; \quad \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \quad ; \quad \overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = -(\overline{OF'})^2 \quad ; \quad \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$$

Q.3 a) Quelle est la valeur de d lorsque l'objet est à l'infini ?

b) Montrer qu'il existe une distance limite notée $L_{\min}$ en dessous de laquelle il ne sera pas possible d'obtenir une image sur le capteur, alors que ce serait toujours possible pour des valeurs supérieures à $L_{\min}$.

c) Exprimer $L_{\min}$ en fonction de f' et $d_{\max}$.

d) Calculer $L_{\min}$ pour $f' = 50\,\text{mm}$ et $d_{\max} = 55\,\text{mm}$.

2 Influence de la focale

On souhaite obtenir une image de l'arbre sur le capteur plus grande sans changer de place (donc en gardant la même valeur pour L). On change donc l'objectif et on le remplace par un objectif de focale $f_1' = 100\,\text{mm}$. La distance d est toujours réglable mais les valeurs $d_{\min}$ et $d_{\max}$ sont différentes des valeurs de **Q.3**.

Q.4 a) Quelle sera la taille de l'image de l'arbre sur le capteur ?

b) Si on suppose que le capteur a pour dimensions : $24\,\text{mm} \times 36\,\text{mm}$, sera-t-il possible de voir l'arbre en entier sur la photo obtenue ?

Remarque : pour **Q.5** et **Q.6**, des approximations justifiées seront à faire.

Q.5 L'objectif utilisé est appelé "téléobjectif" ou "objectif de longue focale". Sur un site internet dédié à la photographie, on peut lire que ce genre d'objectif "rapproche les objets". Commenter cette phrase en indiquant la part de vérité ou d'inexactitude qu'elle contient. Un raisonnement et un calcul numérique sont attendus (en utilisant une approximation justifiée).

On souhaite maintenant réaliser un téléobjectif en utilisant deux lentilles : une lentille (L_1) convergente et une lentille (L_2) divergente, séparées par une distance e. La distance L entre (L_1) et l'arbre n'a pas changé.

Q.6 La lentille (L_1), de focale f_1', donne de l'arbre AB une image intermédiaire A_1B_1 qui joue le rôle d'objet pour la lentille (L_2), de focale f_2' qui en donne une image finale $A'B'$.

a) Exprimer la distance $\overline{O_2A_1}$ en fonction de f_1' et e (en utilisant une approximation justifiée).

b) L'image $A'B'$ doit être réelle. En déduire que la distance e entre les centres des deux lentilles doit être située dans une plage de valeurs bien précise. Exprimer cette condition sur e sous la forme d'une double inégalité sur e, f_1' et f_2' (en utilisant une approximation justifiée).

c) Vérifier que cette condition est réalisée avec $f_1' = 10\,\text{cm}$, $f_2' = -5\,\text{cm}$ et $e = 8\,\text{cm}$.

Q.7 Avec les valeurs numériques de **Q6c** :

a) Calculer la distance d.

b) Calculer la taille de l'image $\overline{A'B'}$ de l'arbre sur le capteur.

c) Indiquer si ce téléobjectif est équivalent à l'objectif de **Q4**.

Exercice 2 : Approche thermodynamique de la formation du SiC par CVD

Le dépôt chimique en phase vapeur (CVD) est un procédé utilisé pour produire des matériaux solides de grande pureté et sous forme de couches minces. Dans ce procédé, un solide inerte servant de support est exposé à un ou plusieurs composés chimiques en phase gazeuse qui se décomposent à sa surface pour former le matériau désiré. Généralement, plusieurs réactions se produisent conjointement, les produits des réactions indésirables étant évacués par un flux gazeux traversant en continu la chambre réactionnelle.

De nombreux composés chimiques sont utilisés pour produire des fils minces de SiC. Parmi ceux-ci, le méthyltrichlorosilane MTS CH_3SiCl_3 est très souvent choisi. La réaction se déroule sur un solide en graphite, à une température de l'ordre de $1000\,°\text{C}$ et sous pression réduite. Elle se déroule dans un courante de dihydrogène et, d'un point de vue microscopique, en deux étapes :

- une décomposition du MTS en présence de dihydrogène pour former des produits intermédiaires gazeux ;
- puis une réaction entre ceux-ci pour former le carbure de silicium solide.

L'équation-bilan globale de la réaction s'écrit :

$$CH_3SiCl_3(g) = SiC(s) + 3HCl(g)$$

On considère une enceinte vide, thermostatée à la température $T_1 = 870\,\text{K}$, dans laquelle on introduit une quantité $n = 1{,}0\,\text{mol}$ de MTS. On définit le taux de décomposition α du MTS par le quotient de la quantité de MTS ayant réagi sur la quantité initiale de MTS introduite. La pression dans l'enceinte est fixée à $P = p^\circ = 1\,\text{bar}$.

On donne : $K^\circ(T_1) = 10$.

Q.1 Exprimer la quotient réactionnel Q_r de la réaction en fonction des pressions partielles des espèces gazeuses présentes dans le milieu réactionnel et de la pression stadard p°.

Q.2 Dresser un tableau d'avancement de la réaction. On notera $\xi_{\text{éq}}$ l'avancement molaire de la réaction à l'équilibre.

Q.3 Exprimer α en fonction de n et ξ.

Q.4 Exprimer les pressions partielles des différentes espèces gazeuses présentes en fonction de P et α.

Q.5 En déduire une équation dont la résolution donne la valeur $\alpha_{\text{éq}}$ à l'équilibre. La résolution, non demandée donne $\alpha_{\text{éq}} = 0,80$.

Q.6 En déduire la quantité de matière de carbure de silicium solide formé.

On souhaite augmenter la quantité de matière de produit formé. On procède pour cela à une extraction du chlorure d'hydrogène HCl formé une fois la réaction terminée. Il ne reste donc dans l'enceinte que le MTS restant de la réaction précédente ainsi que le carbure de silice formé.

Q.7 Le système évolue vers un nouvel équilibre, calculer la quantité de matière de carbure de silice formé lors de cette deuxième évolution.

Q.8 Peut-on, à terme, atteindre un taux de décomposition de 100% pour le MTS ? Justifier.

Exercice 3 : Tir d'un obus vers le zénith

Au 17e siècle, le Père Mersenne, ami et correspondant de Descartes, se livra à un tir d'obus, le canon étant pointé vers le zénith. Le résultat ne fut pas du tout celui escompté.

On se propose d'étudier l'influence de différents facteurs physiques sur la trajectoire de l'obus.

En un lieu O , un canon tire un obus à la vitesse $v_0 = 100\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ suivant la verticale ascendante Oz. On désigne par $Oxyz$ un repère orthonormé lié à la Terre.

Le référentiel terrestre $\mathscr{R}$ est supposé galiléen. On note $\overrightarrow{g}$ le champ de pesanteur terrestre, de module g supposé constant égal à $10\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$.

Frottements négligeables :

Q.1 Donner l'expression de la vitesse $\overrightarrow{v}(M)_{/\mathscr{R}}$ de l'obus à un instant quelconque.

Q.2 En appliquant le principe fondamental de la dynamique, donner le nombre de degrés de liberté du mouvement. Le mouvement est-il à une dimension ou deux dimension ?

Q.3 Établir la ou les équations du mouvement afin d'obtenir les équations horaires.

Q.4 À quel instant t_h l'obus atteint-il son altitude maximale notée h ?

Q.5 Au bout de combien de temps l'obus retombe-t-il au sol ? À quelle vitesse ?

Frottements quadratiques :

La résistance de l'air sur l'obus, de forme sphérique de rayon $r_0 = 5\,\mathrm{cm}$ et animé d'une vitesse de norme v, se traduit par une force $\overrightarrow{f}$ de module $\|\overrightarrow{f}\| = k\pi r_0^2 v^2$. Au voisinage des conditions normales, $k = 0{,}25\,\mathrm{SI}$. L'obus est en plomb de masse volumique $\rho = 11{,}3\,\mathrm{g}\cdot\mathrm{cm}^{-3}$.

Q.6 Préciser l'unité de k.

Q.7 En appliquant le principe fondamental de la dynamique. Établir l'équation du mouvement qu'on mettra sous la forme :

$$\frac{\mathrm{d}\dot{z}}{\mathrm{d}t} + \alpha(v)\dot{z} = \beta$$

avec $\alpha(v)$ une fonction qui dépend de la norme de v à préciser et β une constante à préciser.

Q.8 Montrer qu'il existe une vitesse limite qu'on notera $v_{\mathrm{lim}} > 0$ qu'on exprimera en fonction de ρ, r_0, k et g. Faire l'application numérique.

Q.9 Exprimer le temps caractéristique pour atteindre la vitesse limite en supposant que les frottements sont négligeable. Faire l'application numérique.

Q.10 Lors de la phase de montée, comparer la force de frottement au poids à $t = 0$?

Q.11 On pose $u = v^2$. Montrer que lors de la phase de montée, u vérifie l'équation :

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}z} = -2g - 2\frac{k\pi}{m}r_0^2 u$$

Q.12 En posant $d = \dfrac{m}{2k\pi r_0^2}$, résoudre cette équation différentielle afin d'obtenir $u(z)$.

Q.13 En déduire $z(v)$. Exprimer l'altitude H atteinte par l'obus à la fin de la phase de montée.

Q.14 L'obus atteindra-t-il sa vitesse limite lors de sa phase de descente ?

$\cdots$ **FIN** $\cdots$