

On a alors la réaction de dismutation : $2\text{AH}_{2(\text{aq})} = \text{AH}_{3^+(\text{aq})} + \text{AH}_{(\text{aq})}^-$ qui est prépondérante.

Q.5 On effectue un tableau d'avancement de la réaction prépondérante :

	$2\text{AH}_{2(\text{aq})}$	=	$\text{AH}_{3^+(\text{aq})}$	+	$\text{AH}_{(\text{aq})}^-$
EI	C_0		0		0
EF	$C_0 - 2x_{eq}$		x_{eq}		x_{eq}

Donc à l'équilibre on a $[\text{AH}_{3^+}] = [\text{AH}^-]$.

Or d'après les expressions de K_{A1} et K_{A2} :

$$\text{pH} = \text{p}K_{A1} + \log\left(\frac{[\text{AH}_2]}{[\text{AH}_{3^+}]}\right) \text{ et } \text{pH} = \text{p}K_{A2} + \log\left(\frac{[\text{AH}^-]}{[\text{AH}_2]}\right)$$

on a alors : $2\text{pH} = \text{p}K_{A1} + \text{p}K_{A2} + \log\left(\frac{[\text{AH}^-]}{[\text{AH}_{3^+}]}\right) = 3,0$

Q.6 D'après le tableau d'avancement précédent on a :

$$K^\circ = \frac{a(\text{AH}_{3^+(\text{aq})})a(\text{AH}_{(\text{aq})}^-)}{a(\text{AH}_{2(\text{aq})})^2} = \frac{x_{eq}^2}{(C_0 - 2x_{eq})^2} \implies x_{eq} \approx 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

or d'après l'expression de K_{A3} on a :

$$\text{pH} = \text{p}K_{A3} + \log\left(\frac{[\text{A}^{2-}]}{[\text{AH}^-]}\right) \iff [\text{A}^{2-}] = x_{eq} 10^{\text{pH} - \text{p}K_{A3}} \approx 10^{-10} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Solution de l'exercice 2 : Suivi de la décomposition du bleu brillant en présence d'hypochlorite de sodium

Q.1 La loi de Beer-Lambert donne l'absorbance A : $A = \epsilon l [\text{E}_{133}]$

avec ϵ le coefficient d'absorptivité molaire en $\text{L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$, l la longueur de la cuve en cm et $[\text{E}_{133}]$ la concentration molaire de $\text{E}_{133(\text{aq})}$ en solution en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Q.2 On lit sur le spectre que $A(\lambda = 630 \text{ nm}) \approx 0,45$, d'après les données de l'énoncé on en déduit que :

$$\epsilon(\lambda = 630 \text{ nm}) = \frac{A(\lambda = 630 \text{ nm})}{l [\text{E}_{133}]} \quad \text{AN : } \underline{\epsilon(\lambda = 630 \text{ nm}) = 1,19 \times 10^5 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}}$$

Q.3 On choisit de suivre la réaction de décomposition car seul E_{133} est coloré, on peut donc suivre la décomposition en suivant le spectre d'absorption. On choisit le maximum pour avoir une incertitude minimale lors du suivi.

Q.4 On effectue une dilution on a donc : $[\text{E}_{133}]_0 = \frac{C_0 V_0}{V_0 + V_1}$ AN : $[\text{E}_{133}]_0 = 4,54 \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

et $[\text{ClO}^-]_0 = \frac{C_1 V_1}{V_0 + V_1}$ AN : $[\text{ClO}^-]_0 = 2,32 \times 10^3 \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Q.5 On effectue le tableau d'avancement de la réaction :

	$\text{E}_{133(\text{aq})}$	+	$\text{ClO}^-(\text{aq})$	\rightarrow	Produits(aq)
$t = 0 \text{ s}$	$[\text{E}_{133}]_0$		$[\text{ClO}^-]_0$		
t quelconque	$[\text{E}_{133}]_0 - x(t)$		$[\text{ClO}^-]_0 - x(t) \approx [\text{B}]_0$		
$t \rightarrow +\infty$	$[\text{E}_{133}]_0 - x_f = 0$		$[\text{ClO}^-]_0 - x_f$		

Or comme on a $[\text{E}_{133}]_0 \ll [\text{ClO}^-]_0$ on peut alors supposer que $[\text{ClO}^-](t) \approx [\text{ClO}^-]_0$ on obtient alors :

$$r \approx k [\text{ClO}^-]_0^b [\text{E}_{133}]^a = k_{ap} [\text{E}_{133}]^a$$

Q.6 Si on suppose que $a = 1$ on obtient l'équation différentielle :

$$r = -\frac{d[E_{133}]}{dt} = k_{ap}[E_{133}] \implies \frac{d[E_{133}]}{[E_{133}]} = -k_{ap}dt \implies \int_{[E_{133}]_0}^{[E_{133}](t)} \frac{1}{[E_{133}]} d[E_{133}] = \int_0^t -k_{ap}dt$$

En intégrant on obtient la relation linéaire par rapport au temps :

$$\boxed{\ln \frac{[E_{133}](t)}{[E_{133}]_0} = -k_{ap}t} \text{ soit } \boxed{\ln \frac{A(t)}{A(t=0)} = -k_{ap}t}$$

Q.7 On effectue la régression linéaire suivant : $\ln \frac{A(t)}{A(t=0)} = -k_{ap}t$ On trouve $k_{ap} = 4,08 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$

Q.8 Soit $A(t_{\frac{1}{2}}) = \frac{A(t=0)}{2}$ alors : $\ln \frac{1}{2} = -k_{ap}t_{\frac{1}{2}} \implies \boxed{t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{k_{ap}}}$ AN : $t_{\frac{1}{2}} \approx 2,5 \text{ min}$

Q.9 On effectue une dilution on a donc : $\boxed{[\text{ClO}^-]_0 = \frac{C_1 V_1}{V_0 + V_1}}$ AN : $[\text{ClO}^-]_0 = 1,16 \times 10^3 \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Q.10 D'après les données expérimentales on voit que $t_{\frac{1}{2}}^{bis} \approx 5 \text{ min}$ donc $\frac{t_{\frac{1}{2}}^{bis}}{t_{\frac{1}{2}}} \approx 2$

or $t_{\frac{1}{2}}^{bis} = \frac{\ln 2}{k_{ap}^{bis}}$ on a alors : $\frac{t_{\frac{1}{2}}^{bis}}{t_{\frac{1}{2}}} = \frac{k_{ap}}{k_{ap}^{bis}} = \left(\frac{[\text{ClO}^-]_0}{[\text{ClO}^-]_0^{bis}} \right)^b = 2^b = 2 \implies \boxed{b = 1}$

Q.11 On peut alors calculer $\boxed{k = \frac{k_{ap}}{[\text{ClO}^-]_0}}$ AN : $k = 9,47 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$

Solution de l'exercice 3 : Glissade sur un igloo

Q.1 Système : $\{M(m)\}$

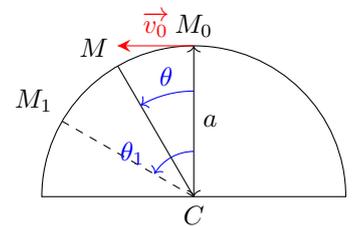
Référentiel : Terrestre supposé galiléen

Bilan :

- $\vec{P} = -mg\vec{u}_z$
- $\vec{R}_N = R_N\vec{u}_r$

TEC : $\Delta\mathcal{E}_c = W_{M_0 \rightarrow M}(\vec{P}) + W_{M_0 \rightarrow M}(\vec{R}_N) = +mga(1 - \cos(\theta))$

$$\frac{1}{2}mv^2(\theta) - \frac{1}{2}mv_0^2 = mga(1 - \cos(\theta)) \implies \boxed{v(\theta) = \sqrt{v_0^2 + 2ga(1 - \cos(\theta))}}$$



Q.2 TPC : $\frac{d\mathcal{E}_c}{dt} = \mathcal{P}(\vec{P}) + \mathcal{P}(\vec{R}_N)$

$$\frac{1}{2}ma^2 \frac{d\dot{\theta}^2}{dt} = -mga\dot{\theta}\vec{u}_z \cdot \vec{u}_{\theta} \implies ma^2\ddot{\theta} = -mga \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \implies \boxed{\ddot{\theta} + \frac{g}{a} \sin(\theta) = 0}$$

Q.3 PFD : $m\vec{a}(M)_{\mathcal{R}} = \vec{P} + \vec{R}_N \iff -ma\dot{\theta}^2\vec{u}_r + ma\ddot{\theta}\vec{u}_{\theta} = -mg\vec{u}_x + R_N\vec{u}_r$

On projette sur \vec{u}_r : $-m\frac{v^2(\theta)}{a} = -mg \cos(\theta) + R_N \iff \boxed{R_N = 3mg \cos(\theta) - m\frac{v_0^2}{a} - 2mg}$

Q.4 Pour $\theta = 0$ on décolle si : $R_N(\theta = 0) \leq 0 \iff mg - m\frac{v_0^2}{a} \leq 0 \iff \boxed{v_0 \geq \sqrt{\frac{g}{a}} = V_{lim}}$

Si $v < V_{lim}$ alors on cherche $R_N(\theta_1) = 0$: $3mg \cos(\theta_1) - m\frac{v_0^2}{a} - 2mg = 0 \iff \cos(\theta_1) = \frac{v_0^2}{3ga} + \frac{2}{3} \iff$

$$\boxed{\theta_1 = \arccos\left(\frac{v_0^2}{3ga} + \frac{2}{3}\right)}$$

Solution de l'exercice 4 : Spectromètre de masse

Q.1 On a la relation $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V)$ comme les ions sont chargés positivement, le champ électrique doit être de de F_1 vers F_2 donc le potentiel le plus élevé est sur la plaque P_1 . On a la relation :

$$\boxed{\|\vec{E}_0\| = \frac{U}{d}} \quad \text{AN : } \|\vec{E}_0\| = 1,00 \times 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

Q.2 Système : Ion de masse m et de charge q assimilé à un points M

Référentiel : terrestre supposé galiléen.

Bilan des forces : $\vec{F}_{L0} = q\vec{E}_0$ d'énergie potentielle $E_p = qV$ et \vec{P} est négligé. **TEM :** $E_m(F_1) = E_m(F_2)$

$$\iff \Delta E_c = -\Delta E_p \iff \frac{1}{2}mv_0^2 = -q(-U) \implies \boxed{v_0 = \sqrt{\frac{2qU}{m}}}$$

Q.3 Soit $m_1 = 200u$ avec $q = 2e$ et $m_2 = 202u$ avec $q = 2e$:

$$\underline{v_{01} = 1,383 \times 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} \quad \text{et} \quad \underline{v_{02} = 1,377 \times 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

Q.4 Pour que la trajectoire soit rectiligne le système doit être pseudo-isolé.

Q.5 On doit donc avoir $\vec{F}_{L1} = q\vec{E}_1 + qv_0 \vec{v} \wedge \vec{B}_1 = \vec{0}$ en projetant sur l'axe de \vec{E}_1 on obtient :

$$q\|\vec{E}_1\| - qv_0\|\vec{B}_1\| = 0 \implies \boxed{v_0 = \frac{\|\vec{E}_1\|}{\|\vec{B}_1\|}}$$

Tous les ions dont la vitesse est différence de v_0 seront dévié de la trajectoire rectiligne.

Q.6 AN : $v_0 = 1,384 \times 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ avec ces réglages, c'est l'isotope $^{200}_{80}\text{Hg}^{2+}$ qui partvient en F_3 .

Q.7 Bilan des forces : $\vec{F}_{L2} = q\vec{v} \wedge \vec{B}_2$ avec $\mathcal{P}(\vec{F}_{L2}) = q\vec{v} \wedge \vec{B}_2 \cdot \vec{v} = 0$

TPC : $\frac{dE_c}{dt} = 0 \iff E_c = C^{te} \implies v^2 = C^{te}$ donc le mouvement est uniforme.

Q.8 Coordonnées : On se place dans le repère de Frenet $\vec{v} = v\vec{u}_T$ et $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u}_T + \frac{v^2}{R}\vec{u}_N$

PFD : $m\vec{a} = \vec{F}_{L2} \iff m\frac{v_0^2}{R}\vec{u}_N = qv_0\|\vec{B}_2\|\vec{u}_N$

$$\boxed{R = \frac{mv_0}{q\|\vec{B}_2\|}} \quad \text{AN : } \underline{R_1 = 0,722 \text{ m}} \quad \text{et} \quad \underline{R_2 = 0,726 \text{ m}}$$

Q.9 C_1 reçoit l'isotope dont le rayon de la trajectoire sera le plus petit donc R_1 soit l'isotope $^{200}_{80}\text{Hg}^{2+}$ et C_2 l'isotope $^{202}_{80}\text{Hg}^{2+}$.

Q.10 Soit $\delta = 2R_2 - 2R_1 = 8 \text{ mm}$ est la distance nécessaire pour installer les détecteurs.

Q.11 Soit $Q_1 = N_1 \times 2e$ et $Q_2 = N_2 \times 2e$ on en déduit :

$$x(^{200}_{80}\text{Hg}^{2+}) = \frac{N_1}{N_1 + N_2} = \frac{Q_1}{Q_1 + Q_2} = 0,774 \quad \text{et} \quad x(^{202}_{80}\text{Hg}^{2+}) = \frac{N_2}{N_1 + N_2} = \frac{Q_2}{Q_1 + Q_2} = 0,226$$

On obtient alors : $M(\text{Hg}) = x(^{200}_{80}\text{Hg}^{2+})\frac{m_1}{\mathcal{N}_A} + x(^{202}_{80}\text{Hg}^{2+})\frac{m_2}{\mathcal{N}_A} = 200,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

... **FIN** ...