DS5 du 16/12 : Physique-chimie (3h)

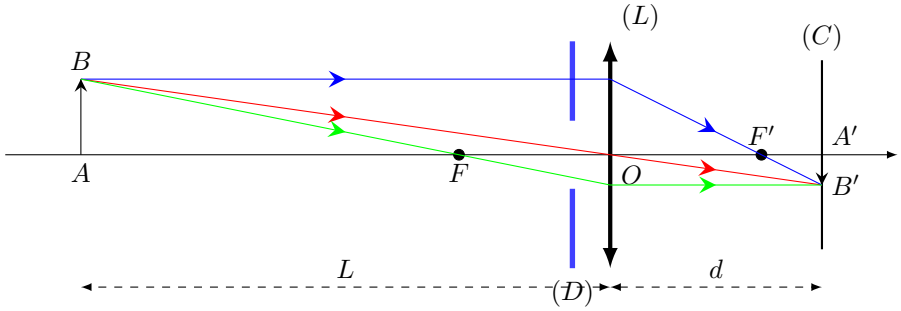
Solution de l'exercice 1 : Optique de l'appareil photo

Q.1 a) Conditions de Gauss :

- Rayons proches de l'axe optique ;
- angle faible avec l'axe optique.

b) Le diaphragme (D) sélectionne les rayons paraxiaux qui forment une image sur le capteur (C).

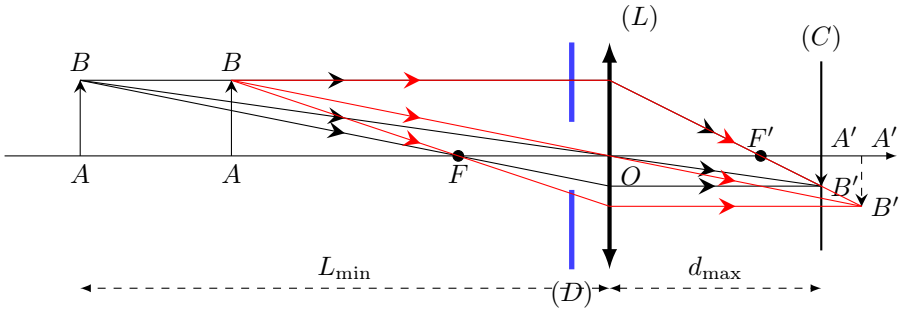
Q.2 a) On considère le schéma suivant :



b) Soit $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ avec $\overline{OA} = -L$ et $\dfrac{1}{\overline{OA'}} = \dfrac{1}{f'} + \dfrac{1}{\overline{OA}} \simeq \dfrac{1}{f'} \Longrightarrow \boxed{\overline{A'B'} \simeq -\dfrac{hf'}{L}}$ AN : $\underline{\overline{A'B'} \simeq -12{,}5\,\text{mm}}$

Q.3 a) Si $L \to +\infty$ $\boxed{d = d_{\min} = f'}$

b) Si $d = d_{\max}$ alors :



c) Soit $\overline{OA'} = d_{\max}$ et $\overline{OA} = -L_{\min} \Longrightarrow \dfrac{1}{d_{\max}} + \dfrac{1}{L_{\min}} = \dfrac{1}{f'} \Longrightarrow \boxed{L_{\min} = \dfrac{f' d_{\max}}{f' - d_{\max}}}$

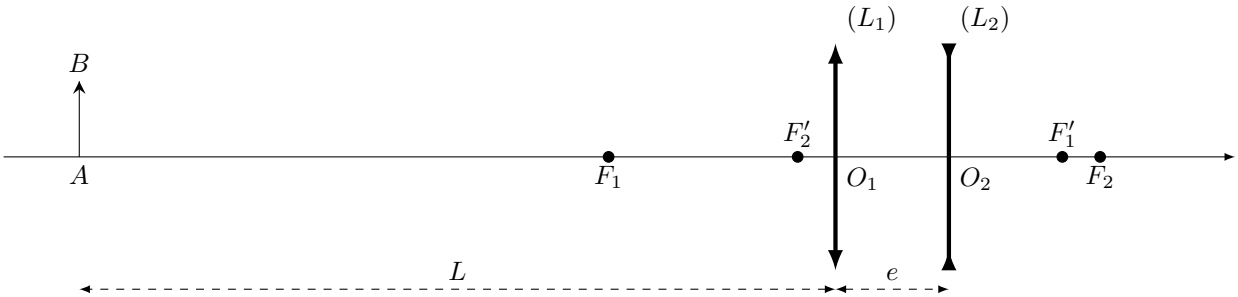
d) AN : $\underline{L_{\min} = 55\,\text{cm}}$

Q.4 a) Soit $\overline{A'_1B'_1} = \dfrac{\overline{AB} f'_1}{L} = 2\overline{A'B'}$ AN : $\underline{\overline{A'_1B'_1} = -25\,\text{mm}}$

b) L'arbre peut être vu en entier en mode "portrait".

Q.5 Lorsque $f' \to f'_1 = 2f'$ on obtient la même image que si $L \to L_1 = L/2$ ce qui donne une impression de rapprochement à condition que $f' \ll L$.

Q.6 a) Soit le schéma suivant :



Soit $\dfrac{1}{\overline{O_1A_1}} - \dfrac{1}{\overline{O_1A}} = \dfrac{1}{f'} \Longrightarrow \overline{O_1A_1} = \dfrac{f'_1 L}{L - f'_1} \simeq f'_1 \Longrightarrow \boxed{\overline{O_2A_1} = f'_1 - e}$

b) Pour que $A'B'$ soit réelle on doit avoir : $0 < \overline{O_2A_1} < \overline{O_2F_2} \Longleftrightarrow 0 < f'_1 - e < -f'_2$ soit $\boxed{f'_1 + f'_2 < e < f'_1}$

c) AN : $\underline{5\,\text{cm} < 8\,\text{cm} < 10\,\text{cm}}$ la condition est réalisée.

Q.7 Soit $\dfrac{1}{\overline{O_2A'}} - \dfrac{1}{\overline{O_2A_1}} = \dfrac{1}{f_2'}$ avec $d = \overline{O_2A'} = \dfrac{\overline{O_2A_1} \times f_2'}{\overline{O_2A_1} + f_2'} \Longrightarrow \boxed{d = \dfrac{(f_1' - e)f_2'}{f_1' + f_2' - e}}$ AN : $\underline{d \simeq 3{,}3\,\text{cm}}$

a) Soit $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \dfrac{d}{f_1' - e}$ et $\dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = -\dfrac{f_1'}{L} \Longrightarrow \boxed{\overline{A'B'} = \dfrac{hdf_1'}{L(e - f_1')}}$ AN : $\underline{\overline{A'B'} = -4{,}2\,\text{cm}}$

b) On a une taille d'image presque deux fois plus grande.

Solution de l'exercice 2 : Approche thermodynamique de la formation du SiC par CVD

Q.1 Soit $Q_r = \dfrac{P^3(\text{HCl})}{P(\text{CH}_3\text{SiCl}_3)(p^\circ)^2}$

Q.2 On dresse le tableau d'avancement suivant :

	$CH_3SiCl_3(g)$	=	$SiC(s)$	+	$3HCl(g)$	n_{tot}
EI	n		0		0	n
EF	$n - \xi_{éq}$		$\xi_{éq}$		$3\xi_{éq}$	$n + 2\xi_{éq}$

Q.3 On définit $\alpha = \xi/n$

Q.4 Soit $P(\text{HCl}) = x(\text{HCl})P = \dfrac{3\xi_{éq}}{n + 2\xi_{éq}}P \Longrightarrow \boxed{P(\text{HCl}) = \dfrac{3\alpha_{éq}}{1 + 2\alpha_{éq}}P}$

et $P(\text{CH}_3\text{SiCl}_3) = x(\text{CH}_3\text{SiCl}_3)P = \dfrac{n - \xi_{éq}}{n + 2\xi_{éq}}P \Longrightarrow \boxed{P(\text{CH}_3\text{SiCl}_3) = \dfrac{1 - \alpha_{éq}}{1 + 2\alpha_{éq}}P}$

Q.5 À l'équilibre : $Q_{réq} = K^\circ \Longrightarrow \dfrac{27\alpha_{éq}^3}{(1 - \alpha_{éq})(1 + 2\alpha_{éq})^2}\left(\dfrac{P}{p^\circ}\right)^2 = K^\circ$

d'où : $\boxed{\alpha_{éq}^3(27 + 4K^\circ) + \alpha_{éq}3K^\circ - K^\circ = 0}$

Q.6 Soit $n_1 = \xi_{éq} = n \times \alpha_{éq}$ $\underline{\text{AN : } n_1 \simeq 0{,}80\,\text{mol}}$

Q.7 On a un nouvel état initial et on dresse le tableau d'avancement :

	$CH_3SiCl_3(g)$	=	$SiC(s)$	+	$3HCl(g)$	n_{tot}
EI	$n - n_1$		n_1		0	$n - n_1$
EF	$n - n_1 - \xi_{éq}'$		$n_1 + \xi_{éq}'$		$3\xi_{éq}'$	$n - n_1 + 2\xi_{éq}'$

La réaction se fait dans le sens direct, on pose un nouveau $\alpha' = \dfrac{\xi}{n - n_1}$ et on atteint un nouvel état d'équilibre :

$$\frac{27\alpha_{éq}'^3}{(1 - \alpha_{éq}')(1 + 2\alpha_{éq}')^2}\left(\frac{P}{p^\circ}\right)^2 = K^\circ \Longrightarrow \boxed{\alpha_{éq}'^3(27 + 4K^\circ) + \alpha_{éq}'3K^\circ - K^\circ = 0}$$

La solution vaut $\alpha_{éq} = 0,80$ et donc $\xi_{éq} = \alpha_{éq}(n - n_1) = \alpha_{éq}(1 - \alpha_{éq})n$ $\underline{\text{AN : } \xi_{éq} = 0{,}16\,\text{mol}}$

Q.8 Non on na peut pas atteindre un taux de 100%, on atteindra toujours un état d'équilibre ou les produits à l'état gazeux coexistent avec les réactifs à l'état gazeux. On peut se rapprocher de 100% en répétant l'opération précédente mais pas l'atteindre.

Solution de l'exercice 3 : Tir d'un obus vers le zénith

Q.1 **Coordonnées cartésiennes :** $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{u}_x + y\overrightarrow{u}_y$ soit $\overrightarrow{v}(M)_{/\mathscr{R}} = \dot{x}\overrightarrow{u}_x + \dot{y}\overrightarrow{u}_y$.

Q.2 **Système :** $\{M(m)\}$
Référentiel : terrestre supposé galiléen noté $\mathscr{R}(O, \overrightarrow{u}_x, \overrightarrow{u}_y, \overrightarrow{u}_z)$.
Bilan des forces : $\overrightarrow{P} = -mg\overrightarrow{u}_z$.
Principe fondamental de la dynamique : $m\overrightarrow{a}(M)_{/\mathscr{R}} = \overrightarrow{P}$.
donc $\overrightarrow{a}(M)_{/\mathscr{R}} = -g\overrightarrow{u}_z$ est constante et colinéaire à $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{u}_z$, le mouvement possède donc un seul degrés de liberté et se fait donc à 1D.

Q.3 $/\overrightarrow{u}_z$: $\ddot{z} = -g$ On intègre entre 0 et t : $\dot{z}(t) - \dot{z}(0) = -gt \Longrightarrow \boxed{\dot{z}(t) = v_0 - gt}$

On intègre entre 0 et t : $z(t) - \cancel{z(0)} = v_0t - \dfrac{gt^2}{2} \Longrightarrow \boxed{z(t) = v_0t - \dfrac{1}{2}gt^2}$

Q.4 On cherche t_h tel que : $\dot{z}(t_h) = 0 \Longrightarrow \boxed{t_h = \dfrac{v_0}{g}}$ et $h = z(t_h) \Longrightarrow \boxed{h = \dfrac{v_0^2}{2g}}$

Q.5 L'obus retombe au sol à l'instant $\boxed{t_f = 2t_h}$ et sa vitesse $\boxed{\dot{z}(t_f) = -v_0}$.

Q.6 On effectue une analyse dimensionnelle : $[k] = \dfrac{MLT^{-2}}{L^2L^2T^{-2}}$ s'exprime en $\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

Q.7 **Bilan des forces :** $\overrightarrow{P} = -mg\overrightarrow{u}_z$ et $\overrightarrow{f} = -k\pi r_0^2 v\dot{z}$.
Principe fondamental de la dynamique : $m\overrightarrow{a}(M)_{/\mathscr{R}} = \overrightarrow{P} + \overrightarrow{f}$.

On projette sur $\overrightarrow{u}_z$: $m\ddot{z} = -mg - k\pi r_0^2 v\dot{z} \quad \Longrightarrow \dfrac{\mathrm{d}\dot{z}}{\mathrm{d}t} + \alpha(v)\dot{z} = \beta$ avec $\boxed{\alpha(v) = \dfrac{k\pi r_0^2}{m}}$ et $\boxed{\beta = -g}$.

Q.8 On cherche une solution de la forme $\dot{z} = C^{te}$ tel que $v = v_{\mathrm{lim}} = |\dot{z}|$:

$$\frac{\mathrm{d}\dot{z}}{\mathrm{d}t} = 0 \Longrightarrow \dot{z} = \frac{\beta}{\alpha(v_{\mathrm{lim}})} \Longrightarrow v_{\mathrm{lim}} = \sqrt{\frac{mg}{k\pi r_0^2}}$$

or $m = \rho\dfrac{4}{3}\pi r_0^3$ $\quad \boxed{v_{\mathrm{lim}} = \sqrt{\dfrac{4\rho g r_0}{3k}}}$ $\quad$ <u>AN : $v_{\mathrm{lim}} = 174\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$</u>

Q.9 On définit le temps caractéristique comme le temps pour atteindre v_{lim} sans vitesse initiale et sans frottement :

$$v(\tau) = g\tau = v_{\mathrm{lim}} = \sqrt{\frac{mg}{k\pi r_0^2}} \Longrightarrow \boxed{\tau = \sqrt{\frac{4\rho r_0}{3kg}}} \quad \underline{\text{AN : } \tau = 17\,\mathrm{s}}$$

Q.10 à $t = 0$: $\|\overrightarrow{f}\|_0 = k\pi r_0^2 v_0^2$ $\quad$ <u>AN : $\|\overrightarrow{f}\|_0 = 20\,\mathrm{N}$</u> $\quad$ et $\|\overrightarrow{P}\|_0 = \rho\dfrac{4}{3}\pi r_0^3 g$ $\quad$ <u>AN : $\|\overrightarrow{P}\|_0 = 60\,\mathrm{N}$</u> les frottements ne sont donc pas négligeables.

Q.11 On a $u = v^2$ soit $\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}z} = 2v\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}z}$ or Lors de la montée on peu poser $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = v > 0$ l'équation du mouvement devient :

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{k\pi r_0^2}{m}v^2 = -g$$

On cherche à obtenir l'équation vérifiée par $v(z)$:

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}z}\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}z} \qquad \Longrightarrow v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}z} + \frac{k\pi r_0^2}{m}v^2 = -g$$

On utilise le changement de variable $u(z) = v^2(z)$:

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}z} = 2v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}z} \qquad \Longrightarrow \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}z} + \frac{2k\pi r_0^2}{m}u = -g$$

Q.12 On a $u(z) = u_h(z) + u_p$ avec $u_p = C^{te}$ et en posant $d = \dfrac{m}{2k\pi r_0^2}$ on a $u_h = Ae^{-z/d}$ et $u_p = -2dg$

avec $u(0) = v_0^2 = A - 2dg$ on a $\quad \boxed{u(z) = (v_0^2 + 2dg)e^{-z/d} - 2dg}$

Q.13 On inverse l'expression précédente : $\boxed{z(v) = d\ln\left(\dfrac{v_0^2 + 2dg}{v^2 + 2dg}\right)}$ $\quad$ soit $\boxed{H = d\ln\left(1 + \dfrac{v_0^2}{2dg}\right)}$

Q.14 On peut calculer t_H le temps nécessaire pour chuter d'une hauteur H sans frottement et sans vitesse initiale :

$$\ddot{z} = -g$$

On intègre entre 0 et t : $\quad \dot{z}(t) - \cancel{\dot{z}(0)} = -gt$

On intègre entre O et t : $\quad z(t) - H = -\dfrac{gt^2}{2}$

$$t_H = \sqrt{2H/g} = 9{,}2\,\mathrm{s} < \tau$$

· · · FIN · · ·