

DS6 du 15/3 : Physique-chimie (3h)

Il sera accordé la plus grande importance au soin apporté à la copie ainsi qu'aux consignes suivantes :

- Chaque exercice sera traité sur une copie double séparée.
- Vous laisserez un espace au début de votre devoir pour la correction.
- Chaque réponse devra être formulée à l'aide d'une phrase verbale (sujet - verbe - complément).
- Les formules littérales doivent être **encadrés** et les applications numériques **soulignées**.
- La calculatrice est **autorisée**, le téléphone interdit.
- Vous veillerez à ne pas mélanger valeur numérique et expression littérale.

Exercice 1 : Chimie de la pointe AFM

La microscopie à Force Atomique (AFM en anglais, pour Atomic Force Microscopy) repose essentiellement sur l'analyse d'un objet point par point au moyen d'un balayage via une sonde locale, assimilable à une pointe effilée. Le principe consiste à approcher de la surface à étudier une fine pointe attachée à l'extrémité d'un levier flexible, dont l'autre extrémité est fixe. L'analyse des flexions du levier, liées aux interactions entre la surface et la pointe du levier, permet alors d'obtenir la topographie d'une surface à l'échelle nanométrique.

La pointe AFM est constituée de différents matériaux durs tels que le silicium ou le nitrure de silicium Si_3N_4 . Nous nous proposons ici de faire une étude chimique de ces deux matériaux.

Données : $\mathcal{N}_A = 6 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$; $\rho(\text{Si}) = 2,3 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $M(\text{Si}) = 28 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $Z(\text{H}) = 1$; $Z(\text{N}) = 7$; $Z(\text{O}) = 8$; $Z(\text{Si}) = 14$; $Z(\text{Cl}) = 17$.

Q.1 Le silicium intervient naturellement dans de nombreux composés : SiO_2 , $\text{Si}(\text{OH})_4$, SiCl_4 . Donner la structure de Lewis pour chacun de ces composés dans lesquels l'atome de silicium est central.

Le silicium forme une structure de type diamant, c'est-à-dire une structure cubique faces centrées d'atomes de silicium, avec occupation d'un site tétraédrique (noté T) sur deux par un atome de silicium.

Q.2 Représenter une maille d'un cristal de Silicium en faisant apparaître clairement les atomes présents sur les sites T .

Q.3 Calculer la population et la coordinence du silicium.

Q.4 Calculer a le paramètre de maille.

Q.5 À partir du modèle des sphères dures, calculer la compacité de la structure, comparer avec la compacité d'une maille CFC.

Le nitrure de silicium, quant à lui, cristallise sous trois variétés dont l'une est appelée gamma. Cette dernière est une structure spinette, c'est-à-dire une structure CFC d'ions nitrure N^{3-} dans laquelle les ions Si^{4+} occupent $1/8^{\text{ème}}$ des sites tétraédriques et la moitié des sites octaédriques.

Q.6 Dessiner une maille de Si_3N_4 .

Q.7 Calculer la population et la coordinence des ions.

Exercice 2 : Utilisation du dioxyde de titane comme catalyseur

Des matériaux photo-catalytiques à base de dioxyde de titane permettent d'éliminer des polluants dans un objectif de traitement des effluents urbains ou industriels. Une étude cinétique a été réalisée sur la dégradation d'un pesticide, de concentration C , à l'aide de dioxyde de titane fixé sur des fibres optiques. Les fibres optiques servent de guide de lumière et permettent de gagner en efficacité. Si l'on note P le pesticide, l'équation de réaction est de la forme :



Temps (h)	0	5	10	20	30	40	50	60
C ($\mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$)	15,0	13,7	12,5	10,3	8,55	7,08	5,86	4,86

Tableau 2 - Données relatives à l'étude cinétique

Q.1 À l'aide des données rassemblées dans le tableau 2, vérifier que cette réaction est compatible avec une cinétique d'ordre un.

Q.2 Donner la valeur numérique de la constante de vitesse k . L'unité de temps sera donnée en heure.

Exercice 3 : Instrumentation rotative

Les instruments rotatifs sont primordiaux pour effectuer les soins sur les dents. Les premiers instruments de ce type sont apparus au milieu du XIX^e siècle : une turbine entraînant une fraise était mise en rotation à l'aide du pied. Les vitesses de rotation de ces dispositifs étaient de l'ordre de 200 tour · min⁻¹ à 300 tour · min⁻¹.

Afin d'étudier les caractéristiques d'un instrument rotatif présent dans un cabinet dentaire, on le modélise par un cylindre plein et homogène placé verticalement et tournant autour de son axe vertical (Oz), son moment d'inertie par rapport à (Oz) est noté J . Suivant (Oz) ce cylindre est supposé soumis uniquement à un couple moteur constant $\Gamma_0 > 0$ et à un couple de frottements de type fluide $\Gamma_1 = -\alpha\omega$ avec α une constante et ω la vitesse angulaire de rotation du cylindre.

- Q.1** Déterminer l'expression de la puissance du couple de frottements. En déduire le signe de α .
- Q.2** Déterminer l'équation différentielle vérifiée par ω puis la résoudre en supposant le cylindre immobile à l'instant initial.
- Q.3** Quelle est l'expression de la vitesse angulaire limite ω_l que l'on peut atteindre avec ce dispositif ?

Des vibrations peuvent exister sur ce type de dispositif. Afin de les modéliser on écrit le moment par rapport à (Oz) du couple moteur sous la forme $\Gamma(t) = \Gamma_0(1 + \gamma \cos(\Omega t))$ avec Ω une pulsation et γ une constante caractéristique de l'intensité des vibrations. Par ailleurs on définit $\epsilon(t)$ telle que $\omega = \omega_l(1 + \epsilon)$.

- Q.4** Montrer que l'équation différentielle vérifiée par ϵ est :

$$\frac{d\epsilon}{dt} + \frac{\alpha}{J}\epsilon = \frac{\alpha\gamma}{J} \cos(\Omega t)$$

- Q.5** Montrer qu'au bout d'un temps suffisant, $\epsilon(t)$ est une fonction sinusoïdale de pulsation Ω que l'on cherchera sous la forme $\epsilon(t) = a \cos(\Omega t - \phi)$. On exprimera a et ϕ en fonction de γ , J , Ω et α en utilisant la notation complexe.
- Q.6** Expliquer pourquoi de façon à régulariser le fonctionnement d'objets en rotation, on adjoint aux parties tournantes un anneau massif et de grand rayon appelé volant d'inertie. Pourquoi un tel dispositif en cabinet dentaire est inapplicable ? Quelle autre solution peut-on envisager ?

Une turbine de cabinet dentaire permet la rotation très rapide d'une fraise afin, par exemple, d'effectuer un trou dans une dent cariée. La turbine est mise en rotation par de l'air comprimé actionnant un rotor mettant en mouvement la fraise. La vitesse angulaire de rotation de la fraise est de 400 000 tour · min⁻¹.

- Q.7** Estimer la valeur de la vitesse linéaire v_l pour un point de la périphérie de la fraise. Commenter le résultat obtenu.



Figure 1 - Turbine pour cabinet dentaire

- Q.8** Dès lors qu'on exerce une pression sur la fraise donc lors du contact avec une dent la vitesse de rotation diminue fortement, quasi de moitié. Expliquer ce phénomène.

Exercice 4 : Étude de la comète 67P Churyomov - Gerasimenko

La comète étudiée s'appelle Churyomov - Gerasimenko, du nom des scientifiques ukrainiens M. Churyumov, l'utilisateur du télescope, et Mme Gerasimenko, la comparatrice d'images, qui l'ont codécouverte en 1969. Cette comète mesure entre 3 km et 5 km de diamètre et tourne sur elle-même en une douzaine d'heures. Voilà à peu près tout ce que l'on savait sur la comète objet de Rosetta et Philae. Les estimations sur sa masse, varient, quant à elles, d'un facteur 10 et sa forme exacte restera un mystère jusqu'en juillet 2014 date de la première photo envoyée par Rosetta. Le noyau de la comète n'a pu être observé que depuis la Terre (le Very Large Telescope au Chili en lumière visible ou proche infrarouge) ou les satellites tournant autour de la Terre (Hubble en lumière visible, Spitzer en moyen infrarouge). De ces observations ont été tirées des courbes de lumières qui, elles-mêmes, ont permis de déterminer quelques unes de ses caractéristiques.

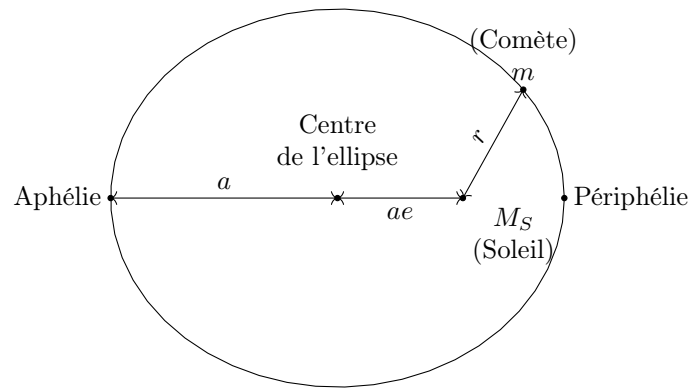


Figure 2 - Orbite elliptique d'excentricité e et de demi-grand axe a .

Q.1 En appliquant le principe fondamental de la mécanique à une comète de masse m en orbite circulaire de rayon R autour du Soleil, retrouver la 3^e loi de Kepler.

Dans le cas d'une orbite elliptique, on peut démontrer que cette relation se généralise remplaçant le rayon R par le demi-grand axe a de l'ellipse (voir **figure 2**).

Q.2 En déduire la relation entre le demi-grand axe a de l'ellipse parcourue par la comète, la période T de la comète, la masse du Soleil M_\odot et la constante de gravitation \mathcal{G} .

Q.3 Déterminer la valeur numérique de la période T_c de la comète Churry. On donne $2\pi a_c = 33 \times 10^{11}$ SI et on prendra $1 \text{ an} \simeq \frac{1}{3} \cdot 10^8 \text{ s}$.

On ne suppose plus la trajectoire circulaire, et on note \vec{r} le vecteur position de la comète dans le référentiel héliocentrique et $r = \|\vec{r}\|$.

Q.4 Donner l'expression du moment cinétique $\vec{\sigma}_S$ de la comète par rapport au Soleil.

Q.5 Montrer que la trajectoire de la comète est contenue dans un plan que l'on précisera.

Q.6 Déterminer l'expression de $C = \frac{\|\vec{\sigma}_S\|}{m}$ en fonction des coordonnées polaires (r, θ) de la comète dans ce plan.

Q.7 Établir la relation $\frac{1}{2}m\dot{r}^2 = E_m - E_{\text{eff}}(r)$ où E_m est l'énergie mécanique supposée négative de la comète et $E_{\text{eff}}(r)$ son énergie potentielle effective que l'on exprimera en fonction de C , \mathcal{G} , m , M_\odot et r . Tracer la représentation graphique de $E_{\text{eff}}(r)$, et positionner sur ce graphique E_m , l'aphélie r_{max} et le périhélie r_{min} (voir **figure 2**).

Q.8 Montrer qu'il existe une trajectoire circulaire correspondant à $r = r_{\text{min}} = r_{\text{max}} = r_0$ et $E_m = E_0$. Déterminer l'expression de r_0 en fonction de C , \mathcal{G} et M_\odot puis en déduire celle de E_0 en fonction de C , \mathcal{G} , M_\odot et m .

Q.9 Exprimer r_{min} et r_{max} en fonction de a et e .

Q.10 Établir l'équation du second degré en r dont r_{min} et r_{max} sont solutions, qui permet de déduire l'expression de E_m en fonction de \mathcal{G} , m , M_\odot et a . Montrer que son discriminant est bien positif.

Q.11 On rappelle que si r_{min} et r_{max} sont solutions d'un polynôme de degrés 2 alors :

$$(r - r_A)(r - r_P) = 0$$

En déduire une relation entre e à E_m , C , a et m .

Q.12 Quelle est la propriété de la vitesse aréolaire de la comète, rapport de la surface balayée par le rayon vecteur de la comète sur le temps mis par la parcourir ?

Q.13 Quelle est l'astronome qui a identifié cette propriété qui porte son nom ?

Q.14 Sachant que l'aire d'une ellipse d'excentricité e et de demi-grand axe a est $S = \pi a^2 \sqrt{1 - e^2}$, déterminer la relation entre la période de la comète et le demi-grand axe de l'ellipse. Commenter le résultat obtenu.

Données :

Constante de la gravitation universelle	$\mathcal{G} = 6,7 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
Vitesse de la lumière dans le vide	$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Masse du Soleil	$M_\odot = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$
Unité astronomique	$1 \text{ ua} = 1,5 \times 10^{11} \text{ m}$
Aphélie de la comète Churry	$r_{\text{max}} = 5,70 \text{ ua}$
Périhélie de la comète Churry	$r_{\text{min}} = 1,30 \text{ ua}$

... **FIN** ...