

DS8 du 17/5 : Physique-chimie (2h)

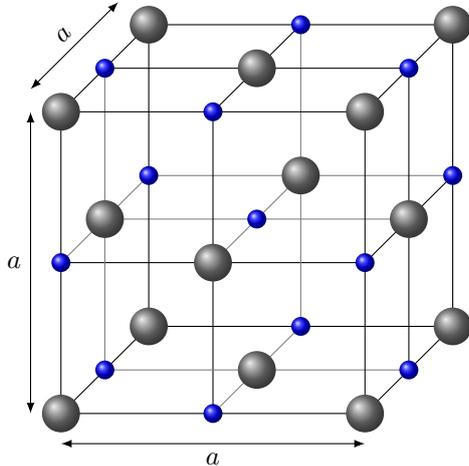
Solution de l'exercice 1 : Chimie des batteries lithium-ion

Q.1 Première colonne et première période.

Q.2 $\text{Li(s)} = \text{Li}^+(\text{aq}) + \text{e}^-$ et $\text{Li(s)} + \text{C}_6(\text{s}) = \text{LiC}_6(\text{s})$

Q.3 $\text{LiC}_6(\text{s}) = \text{Li}^+ + \text{C}_6(\text{s}) + \text{e}^-$

Q.4 On a le schéma :



En gris les atomes de carbones et en bleu les sites octaédriques.

Condition de tangence : $4R(\text{C}) = a\sqrt{2}$

$$a = 2\sqrt{2}R(\text{C})$$

Habitabilité site octaédrique : $R(\text{C}) + r_O = \frac{a}{2}$

$$r_O = R(\text{C})(\sqrt{2} - 1)$$

AN : $r_O = 29 \text{ pm}$

Q.5 Non impossible de faire un alliage par insertion car $R(\text{Li}) > r_O$.

Q.6 $\text{LiCoO}_2(\text{s}) = \text{Li}^+(\text{aq}) + \text{CoO}_2(\text{s}) + \text{e}^-$

Q.7 $\text{LiCoO}_2(\text{s}) + \text{C}_6(\text{s}) = \text{LiC}_6(\text{s}) + \text{CoO}_2(\text{s})$

Q.8 Soit $Q_{\max} = n \times \mathcal{F}$ avec $n = \frac{m}{M(\text{Li})}$ la quantité de matière d'électron libérée pour une masse m d'ion lithium.

$$Q_{\max} = \frac{m \mathcal{F}}{M(\text{Li})} \quad \text{AN: } 1,390 \times 10^4 \text{ C}$$

Q.9 On a la capacité C_{ap} de la batterie on divise par la charge délivrée par gramme d'ion lithium Q_{\max}

$$m_{\text{Li}^+} = \frac{C_{ap}}{Q_{\max}} \quad \text{AN: } 0,6928 \text{ g}$$

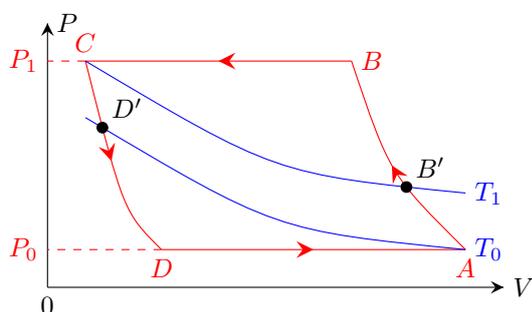
Q.10 Le lithium est rare, peu recyclable et l'extraction très polluante.

Q.11 L'énergie délivrée par la batterie est : $\mathcal{E} = C_{ap} \times e$ AN: 9,6 W · h

Q.12 On en déduit la masse : $m_{\text{batterie}} = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_{\text{massique}}}$ AN: 48 g ordre de grandeur cohérent.

Solution de l'exercice 2 : Étude d'une pompe à chaleur

Q.1 Représentation du cycle dans le diagramme de Watt (P, V) :



AB : compression adiabatique réversible GP

BC : refroidissement isobare à P_1 du GP

CD : détente adiabatique réversible GP

BC : échauffement isobare à P_0 du GP

Cycle parcouru dans le sens **trigo** \implies **récepteur** ($W > 0$)

En bleu, les isothermes T_0 et T_1 passant par A et C

Q.2 Données : $T_0, T_1, a = \frac{P_1}{P_0}$

On utilise la loi de Laplace $PV^\gamma = C^{te}$ ou ici $P^{1-\gamma}T^\gamma = C^{te}$ sur les évolutions **isentropiques** du **gaz parfait** à coeff de Laplace γ constant :

- **Évolution AB :** $P_A^{1-\gamma}T_A^\gamma = P_B^{1-\gamma}T_B^\gamma \iff T_B = T_A \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_A \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{-\beta} = T_A \left(\frac{P_0}{P_1}\right)^{-\beta}$

puisque $\beta = 1 - \frac{1}{\gamma} = \frac{\gamma-1}{\gamma}$, d'où $T_B = T_0 a^\beta$ AN : $T_B = 448 \text{ K}$

- de même sur l'**évolution CD :** $T_D = T_C \left(\frac{P_C}{P_D}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_1 \left(\frac{P_C}{P_D}\right)^{-\beta} = T_1 \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{-\beta}$

d'où $T_D = T_1 a^{-\beta}$ AN : $T_D = 188 \text{ K}$

Q.3 Une pompe à chaleur reçoit un travail Total W ($W > 0$) pour transférer un transfert thermique de la source froide à la source chaude tel que : $Q_F > 0$ et $Q_C < 0$

Le but de la PAC étant de réchauffer la source chaude, on en déduit son efficacité : $e = \frac{-Q_C}{W}$

Pour n moles de gaz parfait effectuant un cycle, on écrit les deux principes de la thermodynamique :

$$\Delta U_{\text{cycle}} = W + Q_C + Q_F = 0 \quad (U \text{ est une fonction d'état}) \iff Q_C + Q_F = -W \quad (1)$$

$$\Delta S_{\text{cycle}} = 0 \quad \text{mène à l'inégalité de Clausius : } \frac{Q_F}{T_F} + \frac{Q_C}{T_C} \leq 0 \quad (2)$$

On réécrit alors l'efficacité de la PAC compte tenu de (1) :

$$e = \frac{Q_C}{Q_C + Q_F} = \frac{1}{1 + \frac{Q_F}{Q_C}} \quad \text{avec ici : } \begin{cases} Q_F = Q_{DA} \text{ au contact de la source froide} \\ Q_C = Q_{BC} \text{ au contact de la source chaude} \end{cases}$$

Sur les isobares BC et DA du GP, on peut évaluer les transferts thermique à l'aide du premier principe :

$$\begin{cases} Q_C = Q_{BC} = \Delta H_{BC} \\ Q_F = Q_{DA} = \Delta H_{DA} \end{cases} \quad \text{et selon la 2e loi de Joule on a alors : } \begin{cases} Q_{BC} = C_P(T_C - T_B) \\ Q_{DA} = C_P(T_A - T_D) \end{cases} \quad \text{où } C_P = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}$$

D'où : $e = \frac{1}{1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B}}$ avec $\frac{T_A - T_D}{T_C - T_B} = \frac{T_0 - T_A a^{-\beta}}{T_1 - T_0 a^\beta} = -a^{-\beta} \frac{T_1 - T_0 a^\beta}{T_1 - T_0 a^\beta} = -a^{-\beta}$

$$e = \frac{1}{1 - a^{-\beta}} \quad \text{AN : } e \simeq 2,71$$

Q.4 Le cycle de Carnot est un cycle ditherme **réversible** constitué de 2 isentropiques et de 2 isothermes réversibles. Sur le cycle précédent, il suffit de remplacer le pt B par B' et D par D' et on aura le cycle réversible $AB'CD'$ qui est un cycle de CARNOT.

Q.5 On applique le second principe sur le cycle $AB'CD'$: $\begin{cases} \Delta S_{\text{cycle}} = 0 \\ \Delta S_{\text{cycle}} = S_{\text{éch}} + S_{\text{cr}} \end{cases}$ avec ici : $S_{\text{éch}} = \frac{Q_{B'C}}{T_1} + \frac{Q_{D'A}}{T_0}$

$$S_{\text{cr}} = -S_{\text{éch}} = -\left(\frac{Q_{B'C}}{T_1} + \frac{Q_{D'A}}{T_0}\right)$$

On applique le premier principe sur les 2 isothermes du GP vérifiant la première loi de Joule :

$$\Delta U_{B'C} = W_{B'C} + Q_{B'C} = 0 \implies Q_{B'C} = -W_{B'C} = + \int_{V_{B'}}^{V_C} P_{\text{ext}} dV \stackrel{QS}{=} \int_{V_{B'}}^{V_C} P dV = nRT_1 \ln \frac{V_C}{V_{B'}}$$

$$\Delta U_{D'A} = W_{D'A} + Q_{D'A} = 0 \implies Q_{D'A} = -W_{D'A} = + \int_{V_{D'}}^{V_A} P_{\text{ext}} dV \stackrel{QS}{=} \int_{V_{D'}}^{V_A} P dV = nRT_0 \ln \frac{V_A}{V_{D'}}$$

D'où la quantité d'entropie créée sur le cycle de Carnot : $S_{\text{cr}} = nR \ln \frac{V_{B'}}{V_C} + nR \ln \frac{V_{D'}}{V_A} = nR \ln \frac{V_{B'} V_{D'}}{V_C V_A}$

En appliquant la loi de Laplace : $TV^{\gamma-1} = C^{te}$ sur les isentropiques AB' et CD' :

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_{B'} V_{B'}^{\gamma-1} \iff T_0 V_A^{\gamma-1} = T_1 V_{B'}^{\gamma-1} \quad \text{soit} \quad \boxed{\frac{V_{B'}}{V_A} = \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}} \quad \text{de même} \quad \boxed{\frac{V_{D'}}{V_C} = \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}$$

$$\frac{V_{B'} V_{D'}}{V_C V_A} = 1 \implies \boxed{S_{cr} = 0} \quad \text{le cycle de Carnot est bien réversible}$$

Q.6 Le cycle de Carnot réversible vérifie l'égalité de Clausius : $\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = 0$ soit $\frac{Q_{B'C}}{T_1} + \frac{Q_{D'A}}{T_0} \iff \frac{Q_{D'A}}{Q_{B'C}} = -\frac{T_0}{T_1}$

que l'on remplace dans l'expression de l'efficacité : $\boxed{e_C = \frac{1}{1 - \frac{T_0}{T_1}}}$ AN : $e_C \simeq 19,9$

Q.7 En notant Δt la durée d'un cycle, on introduit les **puissances thermiques** moyennes échangées avec les deux thermostats :

$$\left| \begin{array}{l} P_C = \frac{Q_C}{\Delta t} \\ P_F = \frac{Q_F}{\Delta t} \end{array} \right. \quad \text{ce qui permet de réécrire l'efficacité } e = \frac{-Q_C}{W} \implies \boxed{e = \frac{-P_C}{P_m}} \quad \text{avec } P_m \text{ la puissance mécanique}$$

Reste à évaluer P_C qui correspond **exactement** à P_{fuite} , l'apport d'énergie thermique compense exactement les fuites thermiques pour que la **température reste constante** (régime stationnaire) :

$$\boxed{P_C = -P_{\text{fuite}}} \implies \boxed{P_m = \frac{P_{\text{fuite}}}{e}} \quad \text{AN : } \underline{P_m \simeq 7,37 \text{ kW}}$$

Q.8 Par définition du rendement du moteur **électrique** : $\eta = \frac{P_m}{P_e}$ soit $\boxed{P_e = \frac{P_m}{\eta}}$ AN : $P_e \simeq 12,3 \text{ kW}$

Avec un chauffage électrique, toute la puissance électrique est convertie par effet Joule en chauffage. En régime stationnaire pour la même température, la consommation serait égale à P_{fuite} . D'où l'écart relatif :

$$\boxed{\frac{P_{\text{fuite}} - P_e}{P_{\text{fuite}}} \simeq 39\%}$$

... **FIN** ...