

EXERCICES 3 – TRIGONOMETRIE

UTILISATION DU FORMULAIRE

EXERCICE 1. — Déterminer la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$. En déduire la valeur exacte de $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$, puis de $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

EXERCICE 2. — Déterminer la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{16}\right)$...

EXERCICE 3. — Déterminer la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$, et celle de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

EXERCICE 4. — Simplifier l'expression $\frac{\cos(p) - \cos(q)}{\sin(p) + \sin(q)}$. En déduire la valeur exacte de $\tan\left(\frac{\pi}{24}\right)$.

EXERCICE 5. — Démontrer la formule d'addition pour la tangente.

EXERCICE 6. — Exprimer $\cos(3a)$ en fonction de $\cos(a)$.

EXERCICE 7. — Ecrire sous la forme $A \cos(x - \varphi)$ les expressions suivantes :

1) $\cos(x) + \sin(x)$

2) $\sqrt{3} \cos(x) - \sin(x)$

EQUATIONS TRIGONOMETRIQUES

EXERCICE 8. — Résoudre \mathbb{R} puis dans $[0; 2\pi[$ les équations suivantes :

1) $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

2) $2 \sin(x) - 1 = 0$

3) $2 \cos(x) + \sqrt{3} = 0$

4) $(\cos(x) + 1) \sin(x) = 0$

EXERCICE 9. — Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1) $\cos(2x) = \cos(3x)$

2) $\cos(x) = \cos(\pi - x)$

3) $\cos(x) = \sin(x + \pi)$

4) $\cos(2x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

EXERCICE 10. — **(Plus amusant).** Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1) $\sin(x) + \sin(2x) = 0$

2) $\sin(x) + \sin(2x) + \sin(3x) = 0$

3) $\cos^4(x) + \sin^4(x) = 1$

EXERCICE 11. — **(Encore plus amusant).** Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\tan(x) \tan(2x) = 1$.

EXERCICE 12. — **(Plus théorique).** Déterminer une condition (nécessaire et suffisante) sur les réels A , B et C pour que l'équation $A \cos(x) + B \sin(x) = C$ admette des solutions dans \mathbb{R} .

UN PEU D'ANALYSE POUR FINIR

EXERCICE 13. — Etablir les inégalités suivantes.

1) $\forall x \in \mathbb{R}_+, \sin(x) \leq x$

2) $\forall x \in \mathbb{R}, \cos(x) \geq 1 - \frac{x^2}{2}$

3) $\forall x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right[, \tan(x) \geq x$

EXERCICE 14. — Etude complète de la fonction $f : t \mapsto \cos^3(t)$ (par "étude complète" on entend : ensemble de définition, périodicité éventuelle, parité éventuelle, sens de variation, tableau de variation).