

PROBLÈME DE LA SEMAINE 2

EXERCICE 1 — (Trigonométrie).

Les 2 questions de cet exercice sont indépendantes.

1/ Résoudre dans \mathbb{R} l'équation :

$$(E1) \quad \cos(2x) + \sin(3x) = 0$$

2/ Résoudre dans \mathbb{R} l'équation :

$$(E2) \quad \cos^6(x) + \sin^6(x) = 1$$

EXERCICE 2 — (Somme alternée) Soit n un entier naturel non nul.

Calculer la somme :

$$S = \sum_{k=0}^{2n} (-1)^k k^2$$

EXERCICE 3 — (Somme astucieuse...) Soit $p \in \mathbb{N}^*$.

Etablir que :

$$\sum_{k=0}^{3p} \binom{k}{p-1} = \binom{3p+1}{2p+1}$$