TP d'informatique — Matrices et listes

Préambule. Une matrice en langage python peut être définie de deux façons (au moins).

Le premier point de vue est celui des listes de listes : la matrice $A = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 2 \\ 5 & 1 & 6 \end{pmatrix}$ peut être vue comme la liste de ses deux lignes, qui sont elles mêmes des listes :

```
A =[ [8,3,2], [5,1,6] ]
```

Avec cette définition, la notation $A[0]$ désigne la première ligne de A, soit la liste $[8, 3, 2]$; et la notation $A[0][1]$ désigne le deuxième élément de cette ligne, c'est à dire le coefficient 3.

Le second point de vue consiste à utiliser la bibliothèque numpy, grâce à laquelle les matrices peuvent être définies en utilisant un type de variable particulier appelé **array**. Plus explicitement, après avoir importé la bibliothèque numpy, on peut définir la matrice A précédente par le biais du code suivant :

```
>>>import numpy as np

>>>A =np.array([[8,3,2], [5,1,6]])
```

A noter que des matrices peuvent être définies à l'aide de formules "génériques", et pas nécessairement coefficient par coefficient. Par exemple :

```
>>>M= [[1+j for j in range(2)] for i in range(4)]

>>>M
[[1, 2], [1, 2], [1, 2], [1, 2]]
```

La même instruction fonctionne également avec le type "array" de numpy.

Enfin, une fois la matrice M créée, l'instruction "M[i][j] = machin" permet d'affecter la valeur machin au coefficient M[i][j]. En reprenant la matrice M de l'exemple précédent, on a ainsi :

```
>>>M[3][0] =2019

>>>M
[[1, 2], [1, 2], [1, 2], [2019, 2]]
```

Exercice 1 — Générer chacune des matrices ci-dessous à l'aide d'une seule instruction :

```
# QUESTION 1
[[1 1]
 [1 1]
 [1 1]]
```

```
# QUESTION 2
[[0 1 2]
 [0 1 2]]
```

```
# QUESTION 3
[[1 1 1]
 [2 2 2]
 [3 3 3]]
```

```
# QUESTION 4
[[0 0 0 0]
 [1 1 1 1]
 [4 4 4 4]]
```

```
# QUESTION 5
[[0 1 2 3 4]
 [1 2 3 4 5]
 [2 3 4 5 6]
 [3 4 5 6 7]]
```

```
# QUESTION 6
[[0 1 2 0 1 2]
 [0 1 2 0 1 2]]
```

```
# QUESTION 7
[[ 1 -1  1]
 [-1  1 -1]
 [ 1 -1  1]]
```

```
# QUESTION 8
[[0 1 4 1 0 1 4 1]
 [0 1 4 1 0 1 4 1]
 [0 1 4 1 0 1 4 1]]
```

```
# QUESTION 9
[[0 1 2]
 [1 1 2]
 [2 2 2]
 [3 3 3]
 [4 4 4]]
```

```
# QUESTION 10
[[ 0  1  2  3]
 [-1  0  1  2]
 [-2 -1  0  1]
 [-3 -2 -1  0]]
```

```
# QUESTION 11
[[0 1 2 3 4]
 [1 0 1 2 3]
 [2 1 0 1 2]
 [3 2 1 0 1]
 [4 3 2 1 0]]
```

Exercice 2 — Ecrire une fonction `MNUL(n,p)` qui reçoit comme paramètres deux entiers n et p, et qui retourne une matrice nulle à n lignes et p colonnes.

Exercice 3 — Ecrire une fonction `DIAG(n,x)` qui reçoit comme paramètres un entier n et un flottant x, et qui retourne la matrice $x\mathrm{I}_n$.

Exercice 4 — Ecrire une fonction `MALEA(n,p,N)` qui reçoit comme paramètres trois entiers n, p et N, et qui retourne une matrice à n lignes et p colonnes dont les coefficients sont des entiers aléatoires entre $-N$ et N. Les ingrédients spécifiques nécessaires à l'écriture de cette fonction sont contenus dans la bibliothèque `random` ; une fois celle-ci chargée, la commande `randint(a,b)` renvoie un entier aléatoirement choisi entre a et b (taper l'instruction : from random import randint).

Exercice 5 — Ecrire une fonction `TESTCARRE(A)` qui reçoit comme paramètre une matrice A, et qui retourne True (resp False) lorsque A est une matrice carrée (resp lorsqu'elle ne l'est pas).

Exercice 6 — Ecrire une fonction `TRACE(A)` qui reçoit comme paramètre une matrice carrée A et qui retourne sa trace.

Exercice 7 — Ecrire une fonction `MAX(A)` qui reçoit comme paramètre une matrice A et qui retourne son plus grand coefficient.

Exercice 8 — Ecrire une fonction `AVGLIG(A)` qui reçoit comme paramètre une matrice A, et qui retourne la liste des moyennes de ses lignes.

Exercice 9 — Ecrire une fonction `SOMME(A,B,n,p)` qui reçoit comme paramètres deux matrices A et B à n lignes et p colonnes, et qui retourne la somme $A + B$.

Exercice 10 — Ecrire une fonction `TRANSPOSEE(A,n,p)` qui reçoit comme paramètre une matrice A à n lignes et p colonnes, et qui retourne sa transposée ${}^tA$.

Exercice 11 — Ecrire une fonction `PRODUITC(A,B,n)` qui reçoit comme paramètres deux matrices A et B carrées de taille n, et qui retourne leur produit AB.