

## CB1 du 20/01 : Physique (4h)

Il sera accordé la plus grande importance au soin apporté à la copie ainsi qu'aux consignes suivantes :

- Chaque exercice sera traité sur une copie double séparée.
- Vous laisserez un espace au début de votre devoir pour la correction.
- Chaque réponse devra être formulée à l'aide d'une phrase verbale (sujet - verbe - complément).
- Les formules littérales doivent être encadrés et les applications numériques soulignées.
- La calculatrice est **autorisée**, le téléphone interdit.
- Vous veillerez à ne pas mélanger valeur numérique et expression littérale.

### Exercice 1 : Lunette astronomique

Une lunette astronomique est schématisée par deux lentilles minces convergentes de même axe optique  $\Delta$  :

- l'une  $L_1$  (objectif) de distance focale image  $f'_1 = \overline{O_1F'_1}$  ;
- l'autre  $L_2$  (oculaire) de distance focale image  $f'_2 = \overline{O_2F'_2}$ .

On rappelle qu'un œil normal voit un objet sans accommoder si celui-ci est placé à l'infini. On souhaite observer la planète Mars qui est vue à l'œil nu sous un diamètre apparent  $\alpha$ .

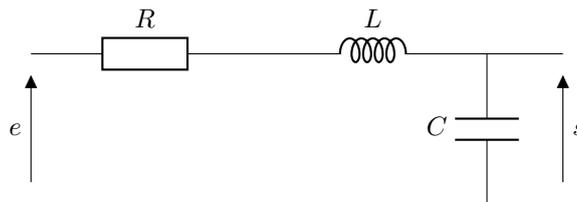
- Q.1** Pour observer la planète avec la lunette, on forme un système afocal. Que signifie l'adjectif afocal ? En déduire la position relative des deux lentilles.
- Q.2** Faire le schéma de la lunette pour  $f'_1 = 5f'_2$ . Dessiner sur ce schéma la marche à travers la lunette d'un faisceau lumineux (non parallèle à l'axe) formé de rayons issus de l'astre. On appelle  $A'B'$  l'image intermédiaire.
- Q.3** On souhaite photographier cette planète. Où faut-il placer le capteur CCD ?
- Q.4** On note  $\alpha'$  l'angle que forment les rayons émergents extrêmes en sortie de la lunette. L'image est-elle droite ou renversée ?
- Q.5** La lunette est caractérisée par son grossissement  $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ . Exprimer  $G$  en fonction de  $f'_1$  et  $f'_2$ .

On veut augmenter le grossissement de cette lunette et redresser l'image. Pour cela, on interpose entre  $L_1$  et  $L_2$  une lentille convergente  $L_3$  de distance focale image  $f'_3 = \overline{O_3F'_3}$ . L'oculaire  $L_2$  est déplacé pour avoir de la planète une image nette à l'infini à travers le nouvel ensemble optique.

- Q.6** Quel couple de points doit conjuguer  $L_3$  pour qu'il en soit ainsi ?
- Q.7** On appelle  $\gamma_3$  le grandissement de la lentille  $L_3$ . En déduire  $\overline{O_3F'_1}$  en fonction de  $f'_3$  et  $\gamma_3$ .
- Q.8** Faire un schéma (on placera  $O_3$  entre  $F'_1$  et  $F_2$  et on appellera  $A'B'$  la première image intermédiaire et  $A''B''$  la seconde image intermédiaire).
- Q.9** En déduire le nouveau grossissement  $G'$  en fonction de  $G$  et  $\gamma_3$ . Comparer  $G'$  à  $G$  en signe et valeur absolue.

### Exercice 2 : Filtre linéaire d'ordre 2

On se propose de réaliser le quadripôle ci-dessous en sortie ouverte et alimenté par un signal d'entrée  $e(t)$  sinusoïdal de pulsation  $\omega$  :



- Q.1** Déterminer sans calculs la nature du filtre. On donnera la valeur du signal de sortie  $s(t)$  à basses et hautes fréquences.
- Q.2** Montrer que la fonction de transfert complexe en sortie ouverte se met sous la forme :

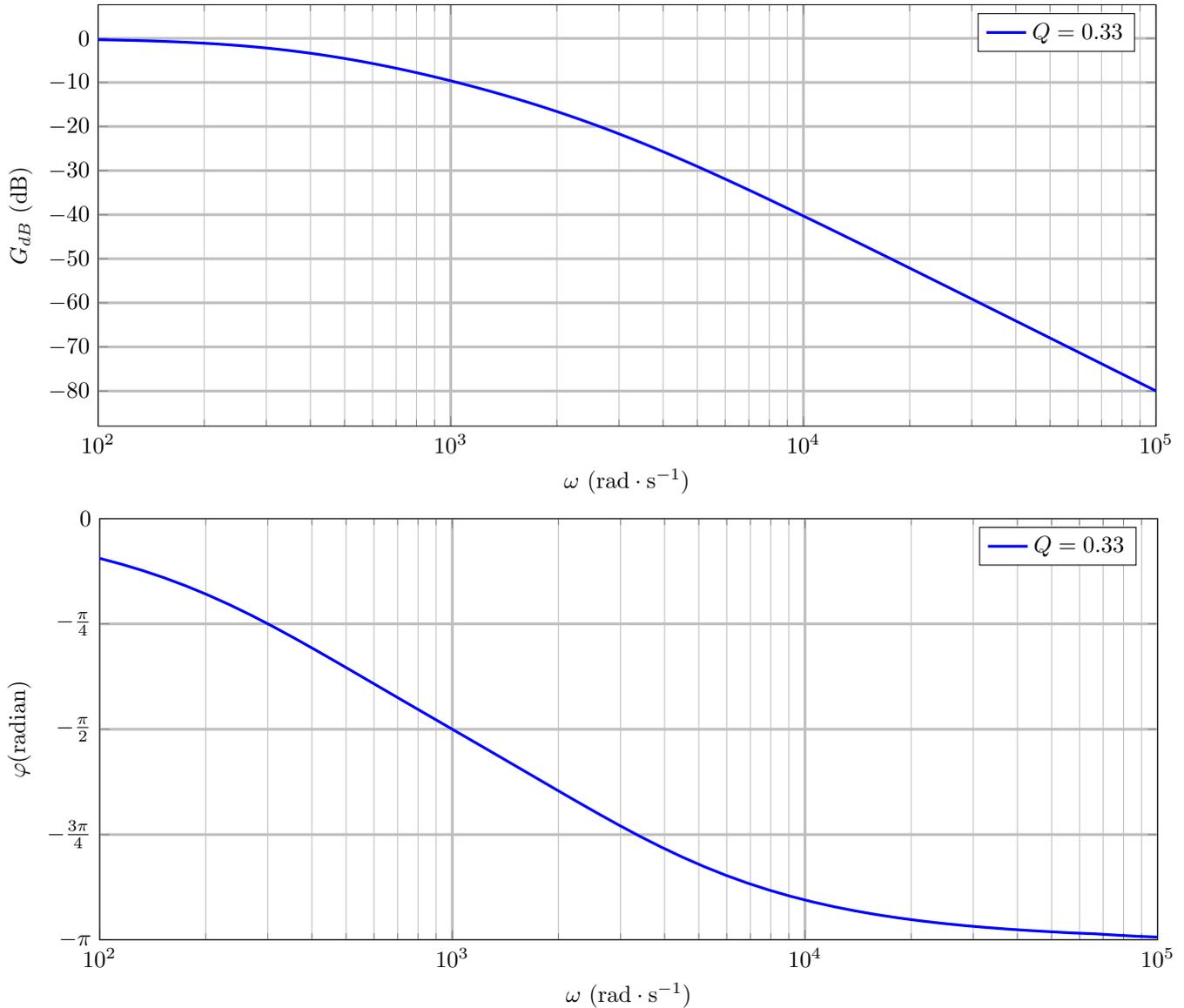
$$\underline{H}(jx) = \frac{1}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2}$$

avec  $x = \frac{\omega}{\omega_0}$  la pulsation réduite. Déterminer l'expression, l'unité et la signification des constantes  $\omega_0$  et  $Q$ . En déduire l'ordre du filtre.

**Q.3** Exprimer le gain linéaire  $G(x)$  et le déphasage  $\varphi(x)$  introduit par le filtre à la pulsation réduite  $x$ .

**Q.4** Déterminer les équations des asymptotes du diagramme de Bode en gain et en phase.

On représente les diagrammes de Bode réels du filtre étudié :



**Q.5** En exploitant les diagrammes de Bode réels du filtre étudié, déterminer en justifiant votre réponse la valeur de la pulsation propre  $\omega_0$  du filtre étudié.

On envoie un signal d'entrée de la forme :  $e(t) = e_0 \cos\left(\frac{\omega_0}{10}t\right) + e_0 \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$

**Q.6** En exploitant soigneusement les diagrammes de Bode fournis, déterminer l'expression numérique approchée du signal de sortie  $s(t)$ .

### Exercice 3 : Étude d'un accéléromètre de smartphone

On se propose dans un premier temps d'étudier le principe de fonctionnement des accéléromètres présents dans nos téléphones. Les avancés des nanotechnologies ont permis l'élaboration de ces accéléromètres à MEMS (Micro-Electro-Mechanical-Systems), ces derniers sont fixés sur les cartes électroniques de nos smartphones. Dans toute la suite on note :

- $\mathcal{R}_T$  le référentiel terrestre supposé galiléen, de centre  $O$  et muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$  fixe dans ce référentiel. On note  $g$  l'intensité du champ de pesanteur terrestre, on prendra  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .
- $\mathcal{R}$  le référentiel lié au téléphone. Dans un premier temps, le référentiel  $\mathcal{R}$  est astreint à un mouvement de translation selon la direction  $(Ox)$ .

On donne ci-dessous une schématisation simplifiée de l'accéléromètre étudié:

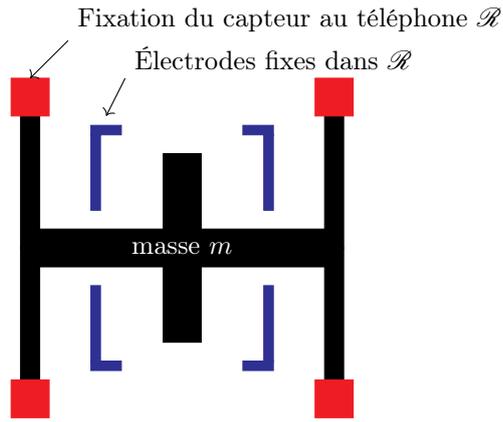


Figure 1 - Smartphone immobile dans  $\mathcal{R}_T$ .

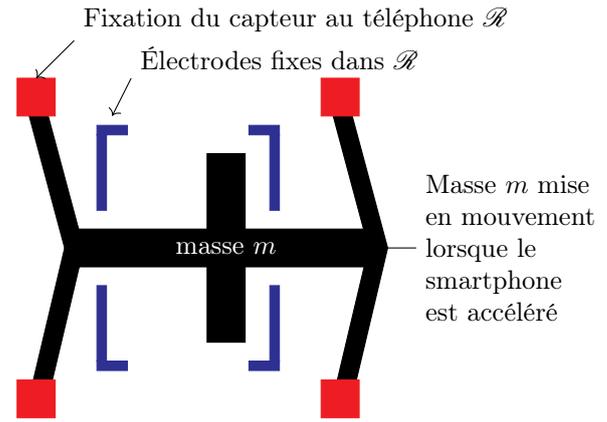
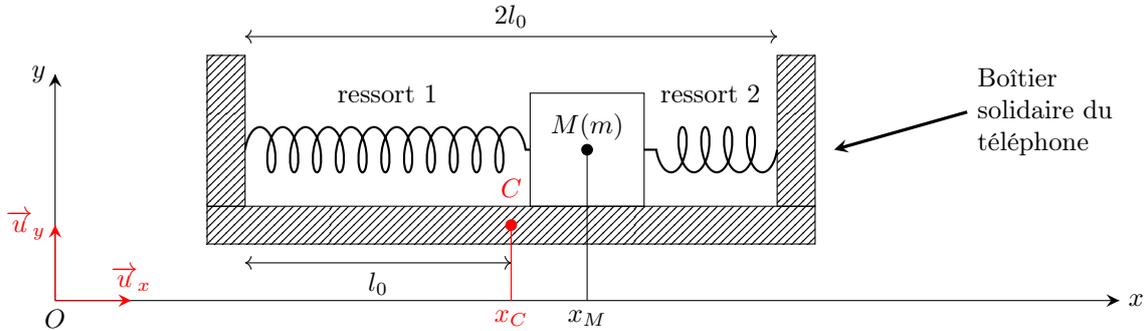


Figure 2 - Smartphone accéléré dans  $\mathcal{R}_T$ .

Pour cette étude mécanique nous ne prendrons pas en compte les électrodes du capteur, fixes dans le référentiel  $\mathcal{R}$ .

Lorsque le téléphone est accéléré horizontalement selon  $(Ox)$ , le bloc de masse  $m$  du capteur est mis en mouvement.

Il s'en suit des oscillations de la masse  $m$  qui peuvent être décrites de manière analogue à un système mécanique de type {masse-ressort}. Dans la suite, nous allons donc modéliser l'accéléromètre en l'assimilant à une masse  $m$  repérée par le point  $M$  et reliée à deux ressorts. Ces deux ressorts sont fixés à un boîtier de centre  $C$  qui est lui-même solidaire du téléphone :



Ce modèle suppose que les deux ressorts sont identiques, de raideur  $k$ , de longueur à vide  $l_0$ . On note  $\vec{f}_1$  la force qu'exerce le ressort 1 sur  $M$  et  $\vec{f}_2$  la force qu'exerce le ressort 2 sur  $M$ . Le boîtier est de longueur  $2l_0$ .

Le point  $C$  (lié au boîtier), repéré par l'abscisse  $x_C(t)$  est animé d'un mouvement rectiligne et accéléré par rapport au référentiel terrestre  $\mathcal{R}_T$  et son accélération sera notée  $\vec{a}_C = -a_C \vec{u}_x$ .

La masse  $m$ , dont la position est repérée par le point  $M$  d'abscisse  $x_M(t)$  à l'instant  $t$ , est astreinte à un mouvement horizontal.

Dans la suite, on pose  $X(t) = x_M(t) - x_C(t)$  ainsi  $X = 0$  si l'accéléromètre est immobile ou en mouvement rectiligne uniforme par rapport au référentiel terrestre  $\mathcal{R}_T$ .

**Q.1** Établir les expressions des forces  $\vec{f}_1$  et  $\vec{f}_2$  en fonction de  $k$  et  $X(t)$ . Montrer que la résultante s'exprime selon :

$$\vec{f}_1 + \vec{f}_2 = -2kX(t)\vec{u}_x$$

On modélise l'action des frottements fluides sur  $M$  dans le référentiel terrestre  $\mathcal{R}_T$  par la force  $\vec{f}_3 = -\alpha(x'_M - x'_C)\vec{u}_x$  où  $\alpha$  est une constante positive.

**Q.2** Montrer que la position  $X(t)$  du point  $M$  dans le référentiel terrestre vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\ddot{X} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{X} + \omega_0^2 X(t) = -a_C$$

où  $\omega_0$  et  $Q$  sont deux constantes dont on précisera les expressions en fonction des données du sujet.

**Q.3** Donner les unités de  $\omega_0$  et  $Q$  ainsi que la signification physique de ces deux grandeurs.

Dans la suite, nous allons chercher à déterminer les conditions pour lesquelles le déplacement est proportionnel à l'accélération que l'on cherche à mesurer.

Pour cela, on va étudier la réponse du capteur en régime sinusoïdal forcé tel que  $a_C = a_m \cos(\omega t)$  où  $\omega$  est la pulsation à laquelle oscille le téléphone et  $a_m$  est une constante positive.

Dans ces conditions, on écrit  $X(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$  où  $X_m > 0$  est l'amplitude réelle de la réponse en élongation.

En utilisant la représentation complexe, on écrit les signaux complexes sous la forme :

$$\underline{X}(t) = X_m e^{j(\omega t + \varphi)} \quad \text{et} \quad \underline{a_C}(t) = a_m e^{j\omega t}$$

**Q.4** En posant  $u = \frac{\omega}{\omega_0}$ , montrer que l'amplitude réelle s'exprime selon :

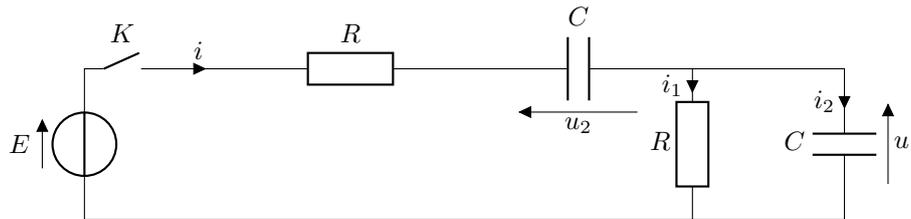
$$X_m(u) = \frac{a_m / \omega_0^2}{\sqrt{(1 - u^2)^2 + \frac{u^2}{Q^2}}}$$

Dans la suite, on prendra  $Q = 5$  et  $f_0 = 5,0$  kHz.

- Q.5** Montrer qu'il est possible d'observer un phénomène de résonance en élongation à une fréquence  $f_r$  que l'on exprimera en fonction de  $f_0$  et  $Q$ . À quelle condition sur le facteur de qualité  $Q$ , une résonance est-elle possible ? Effectuer l'application numérique sur la fréquence de résonance  $f_r$ .
- Q.6** Expérimentalement, on stimule le capteur à des fréquences  $f \ll f_r$ , montrer alors que  $X_m \simeq K a_m$  où  $K$  est une constante qu'on exprimera en fonction des données du sujet.
- Q.7** Pour cette question, on impose une accélération  $a_C$  constante telle que  $a_C = g$ . Estimer alors la valeur finale de  $X$  en nm.

## Exercice 4 : Régime transitoire du pont de Wien

On étudie ici la réponse  $u_1(t)$  à un échelon de tension dans le circuit ci-dessous. À  $t = 0$  on ferme  $K$ .



- Q.1** Donner les valeurs de  $i_1(t = 0^+)$ ,  $i_2(t = 0^+)$  et  $i(t = 0^+)$ .
- Q.2** Donner les valeurs en régime permanent de :  $i_{1\infty}$ ,  $i_{2\infty}$ ,  $u_{1\infty}$  et  $u_{2\infty}$ .
- Q.3** Montrer que l'EDL<sub>2</sub> vérifiée par  $u_1(t)$  est de la forme :

$$\frac{d^2 u_1}{dt^2} + \frac{3}{RC} \frac{du_1}{dt} + \frac{1}{(RC)^2} u_1 = 0$$

- Q.4** Mettre l'équation différentielle sous forme canonique. Identifier  $Q$  et  $\omega_0$ .
- Q.5** Déterminer  $u_1(t)$ .
- Q.6** Déterminer l'instant  $t_M$  pour lequel  $u_1$  atteint sa valeur maximale.
- Q.7** Effectuer un bilan de puissance sur le circuit.
- Q.8** En déduire l'énergie dissipée totale par effet Joule lors de l'établissement du régime permanent.

... **FIN** ...