

1. **Limite d'une suite complexe :**

Brève extension des résultats sur les suites réelles.

Une suite complexe $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente si et seulement si $(\operatorname{Re}(z_n))_{n \in \mathbb{N}}$ et $(\operatorname{Im}(z_n))_{n \in \mathbb{N}}$ sont convergentes.

Convergence de $(q^n)_{n \in \mathbb{N}}$ en fonction de q .

Théorème de Bolzano-Weierstrass.

2. **Arithmétique dans \mathbb{Z}**

(a) Relation de divisibilité. Propriétés élémentaires. Couples d'entiers associés. Division euclidienne dans \mathbb{Z} .

Congruences dans \mathbb{Z} : règles opératoires.

(b) Définition du PGCD de deux entiers relatifs.

Lemme : $a \wedge b = b \wedge r$ où r est le reste de la division euclidienne de a par b .

Algorithme d'Euclide.

Relation de Bézout, calcul pratique de coefficients de Bézout par l'algorithme d'Euclide étendu.

Quelques propriétés du PGCD : d est un diviseur commun de a et $b \iff d$ divise $a \wedge b$
pour $k \in \mathbb{N}$, $(ka) \wedge (kb) = k \times (a \wedge b)$

Couples d'entiers premiers entre eux. Théorème de Bézout, corollaires.

Prop : soit $(a, b) \in \mathbb{Z}^2$, soit $d \in \mathbb{N}$.

$$d = a \wedge b \iff \text{il existe } (a', b') \in \mathbb{Z}^2 \text{ tel que } a = da', b = db' \text{ et } a' \wedge b' = 1$$

Lemme de Gauss. Forme irréductible d'un nombre rationnel.

Quelques propriétés du PPCM : m est un multiple commun de a et $b \iff m$ est un multiple de $a \vee b$

$$\text{Lien entre PGCD et PPCM : } (a \wedge b) \times (a \vee b) = |ab|$$

Extension : PGCD et PPCM de n entiers. Relation de Bézout.

Entiers premiers entre eux dans leur ensemble. Entiers premiers entre eux deux à deux.

QUESTIONS DE COURS

La colle pourra débiter par une ou plusieurs démonstrations de cours :

— Corollaire 1 du théorème de Bézout :

Si un entier est divisible par deux entiers premiers entre eux, alors il est divisible par leur produit

— Corollaire 2 du théorème de Bézout :

Si un entier est premier avec deux autres, alors il est premier avec leur produit

— Énoncé et démonstration du théorème de Gauss.

— Démonstration de la proposition : si m est un multiple commun de a et b , alors m est un multiple de $a \vee b$

— Tout entier n supérieur ou égal à 2 admet un diviseur premier.