

MATHÉMATIQUES MPSI : SEMAINE 14

1. **Dérivabilité :**

Dérivabilité en un point, dérivabilité à gauche, à droite.

La dérivabilité entraîne la continuité.

Opérations sur les fonctions dérivables et dérivées : combinaison linéaire, produit, quotient, composition, réciproque.

Fonctions k -fois dérivable, de classe C^k , de classe C^∞ .

Opérations sur les fonctions de classe C^k : combinaison, linéaire, produit (formule de Leibniz), quotient, composition, réciproque.

Dérivées successives des fonctions $x \mapsto x^n$ (où $n \in \mathbb{N}^*$), $x \mapsto \frac{1}{x}$, $x \mapsto e^{\lambda x}$, \ln , \cos , \sin , ch et sh .

2. **Propriétés des fonctions dérivables :**

Extremum local et dérivée.

Théorème de Rolle. Théorème des accroissements finis.

Monotonie des fonctions dérivables.

Inégalité des accroissements finis. Fonction lipschitzienne.

Théorème de la limite de la dérivée.

QUESTIONS DE COURS

La colle pourra débiter par une démonstration de cours :

1. Soit $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ et soit $a \in I$ tel que a ne soit pas une extrémité de I .

Si f présente un extremum local en a et si f est dérivable en a , alors $f'(a) = 0$.

2. théorème de Rolle

3. soit $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction dérivable.

$f' \geq 0 \iff f$ est croissante.

4. Théorème de la limite de la dérivée : si f est continue sur I , dérivable sur $I \setminus \{a\}$ et si $\lim_{x \rightarrow a} f'(x) = l \in \overline{\mathbb{R}}$,

alors $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = l$.
