

1. Probabilité sur un univers fini :

Vocabulaire relatif aux probabilités : expérience aléatoire et univers. Événement, événement élémentaire, événement contraire, événements incompatibles, système complet d'événements.

Probabilité sur un univers fini Ω .

Propriétés : probabilité de l'événement contraire, croissance, réunion de deux événements, d'une réunion finie d'événements deux à deux incompatibles.

Détermination d'une probabilité par les probabilités des événements élémentaires. Distribution de probabilités sur un ensemble fini.

Relation $P(A) = \sum_{\omega \in A} p_\omega$ où $p_\omega = P(\{\omega\})$

Probabilité uniforme : $P(A) = \frac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)}$

2. Probabilité conditionnelle de A sachant B . L'application P_B est une probabilité.

Inversion des conditionnements.

Formule des probabilités totales.

Formules de Bayes.

Formule des probabilités composées.

3. Couple d'événements indépendants.

Famille finie d'événements mutuellement indépendants.

4. Loi d'une variable aléatoire

La probabilité P_X est déterminée par la distribution des probabilités $(P(X = x))_{x \in X(\Omega)}$

Lois usuelles : loi uniforme sur un ensemble E fini non vide, loi de Bernoulli, loi binomiale.

Questions de cours :

— Question de cours n°1 : démontrer que :

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

- pour toute famille (A_1, A_2, \dots, A_n) d'événements deux à deux incompatibles, on a :

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$$

— Question de cours n°2 : prouver que l'application P_B est une probabilité sur Ω .

— Question de cours n°3 : énoncer et démontrer la formule des probabilités composées.