AUTOMATE CELLULAIRE

Un **automate cellulaire** consiste en une grille régulière de « cellules » contenant chacun un « état » choisi parmi un ensemble fini et qui peut évoluer au cours du temps.

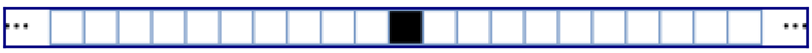
L'état d'une cellule au temps *t+1* est fonction de l'état au temps *t* d'un nombre fini de cellules appelé son « voisinage ».

À chaque nouvelle unité de temps, les mêmes règles sont appliquées simultanément à toutes les cellules de la grille, produisant une nouvelle « génération » de cellules dépendant entièrement de la génération précédente.

Les automates cellulaires offrent des modèles simples permettant de simuler des systèmes complexes (modélisation du trafic autoroutier, déplacement des particules …),

AUTOMATE CELLULAIRE UNIDIMENSIONNEL

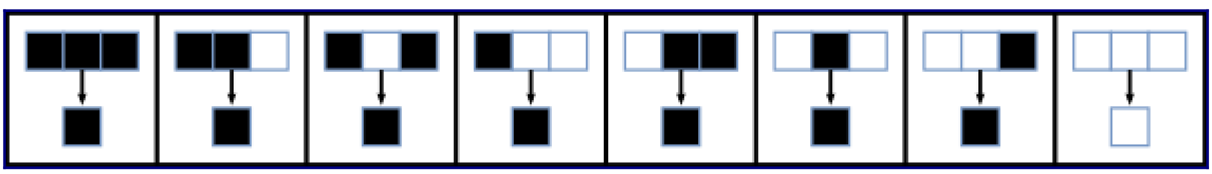
Pour réaliser un automate cellulaire élémentaire, nous allons considérer **des cases disposées en ligne**. Chaque case peut être soit blanche, soit noire. Au démarrage de notre simulation, nous allons supposer qu'une seule case est noire, comme sur le schéma ci-dessous.



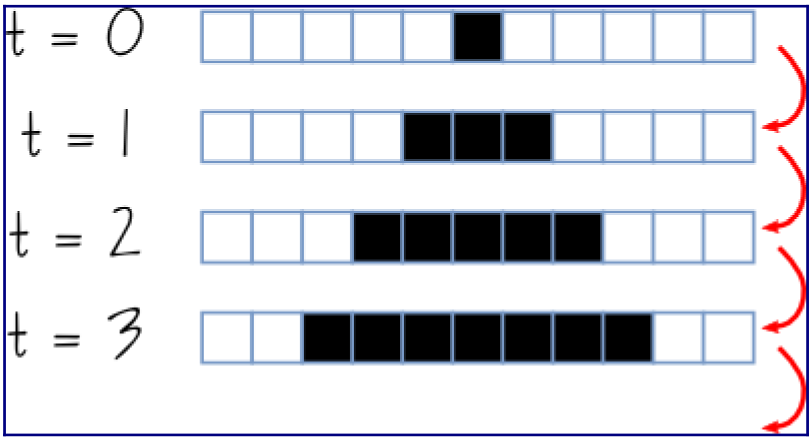
Puis nous allons faire évoluer notre système, en définissant des règles qui vont conditionner comment la couleur des cases change à chaque étape de la simulation. Pour faire au plus simple, nous allons supposer que **la nouvelle couleur d'une case dépend de sa couleur actuelle et de celle de ses voisines**. Voici une règle de ce genre :

- si une case est noire, elle reste noire.
- si elle est blanche, elle devient noire si elle possède au moins une voisine noire.

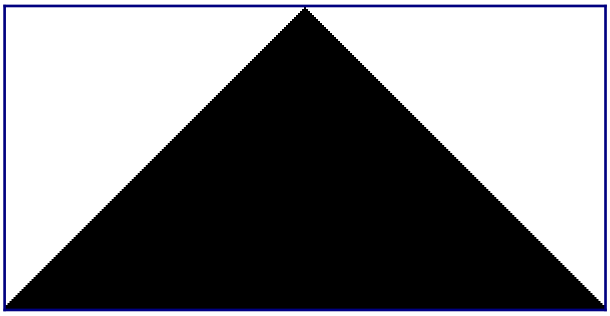
On peut facilement représenter cette règle graphiquement, car il n'existe que 8 cas à considérer :



Si on applique cette règle à notre situation de départ avec une seule case noire, voici ce que l'on obtient à chaque pas de temps :



Pour représenter l'évolution d'un automate cellulaire élémentaire, on peut le simuler sur plusieurs centaines d'itérations, et superposer les différentes lignes obtenues. Dans le cas ci-dessous, on obtient un dessin comme celui ci-dessous.

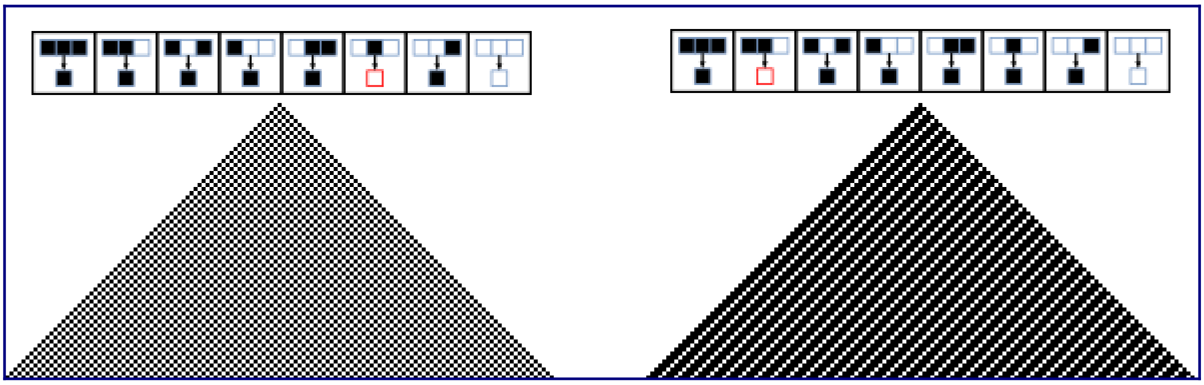


Rien de bien étonnant vous allez me dire. Vous avez raison ! Alors modifions un peu les règles qui régissent notre automate et voyons ce qui se passe.

Toutes ces investigations ont été réalisée dans les années 1980 par le physicien **Steven Wolfram**. Pour une raison que j'expliquerai plus bas, il a donné à chacune des règles possibles un petit numéro qui l'identifie : la règle ci-dessus s'appelle la règle 254. Voici ci-dessous quelques exemples des règles considérées par Wolfram.

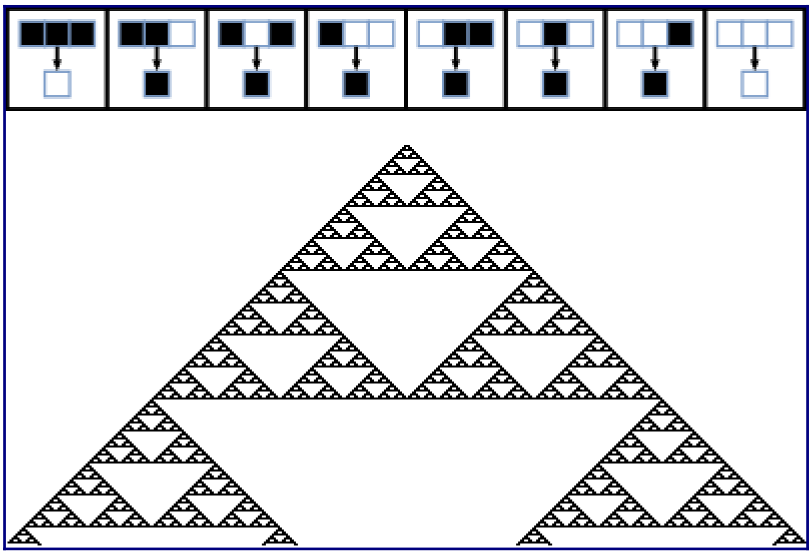
Un peu de variété

Partons de la règle précédente, et modifions une seule chose : dans la nouvelle règle, si une case noire est entourée par deux cases blanches, elle devient blanche. Dans ce cas j'obtiens la règle dite « numéro 250 », qui est représentée ci-dessous à gauche (j'ai souligné en rouge le changement). Le dessin de son évolution est assez semblable au précédent, c'est un triangle, mais cette fois j'obtiens à l'intérieur une sorte de damier. Je peux également faire une autre modification simple de la règle précédente (voir ci-dessous à droite) et obtenir **un autre type de structure périodique**, avec des bandes blanches et noires alternées (il s'agit de la règle 50).



Encore une fois, rien de bien excitant. Je pars d'une situation simple qui est une unique case noire. **J'applique des règles simples de transformation, les mêmes pour toutes les cellules. Et j'obtiens un dessin très régulier.** Normal, non ?

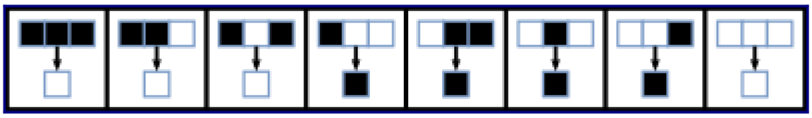
Eh bien maintenant considérons une nouvelle règle. Elle est quasiment identique à la première que nous avons considérée, avec une seule différence : si une case noire est entourée par deux cases également noires, elle devient blanche au tour suivant. Cette règle est appelée règle 126, et voici ce qu'elle donne :

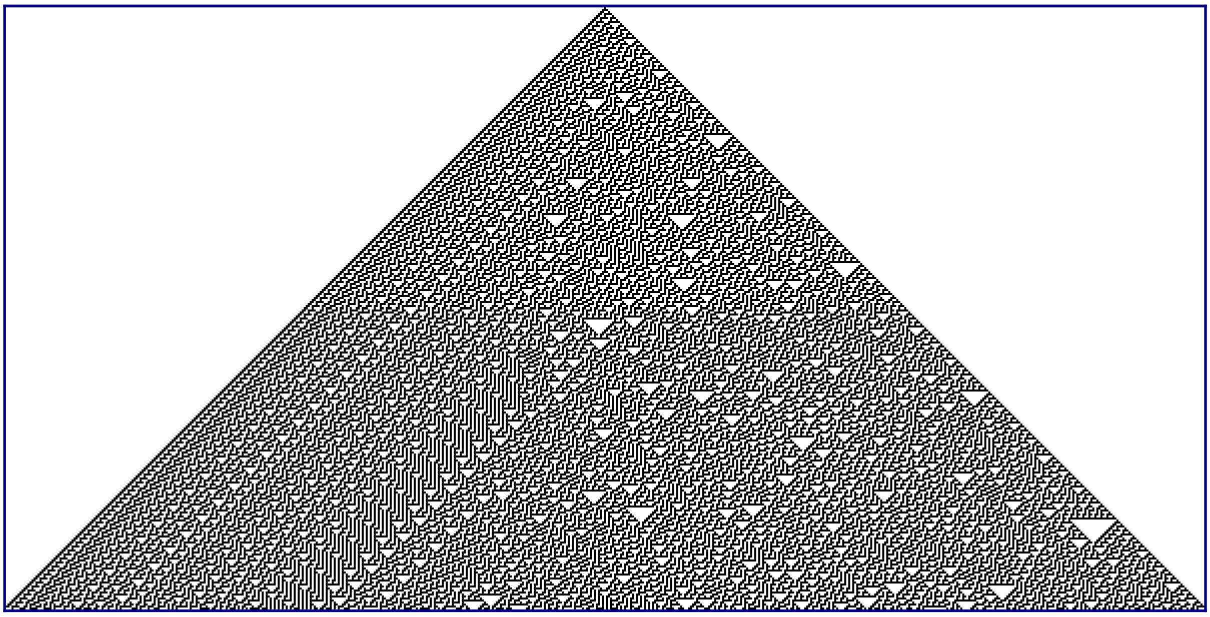


Bizarre, non ? On reconnait **une structure fractale connue sous le nom de triangle de Sierpinksi**. Voilà qui est bien différent de nos structures régulières précédentes ! N'est-ce pas fascinant que des règles locales élémentaires aussi simples puissent engendrer une organisation globale aussi complexe que cette figure ? Mais ça n'est pas tout.

Un peu de chaos

Parmi les règles considérées par Stephen Wolfram, l'une possède une évolution tout-à-fait étonnante : il s'agit de **la règle numéro 30**. Elle est représentée ci-dessous :

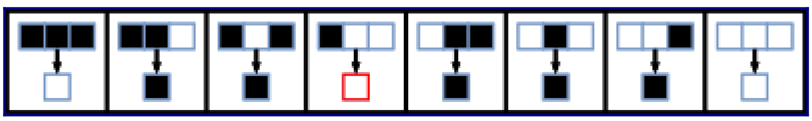


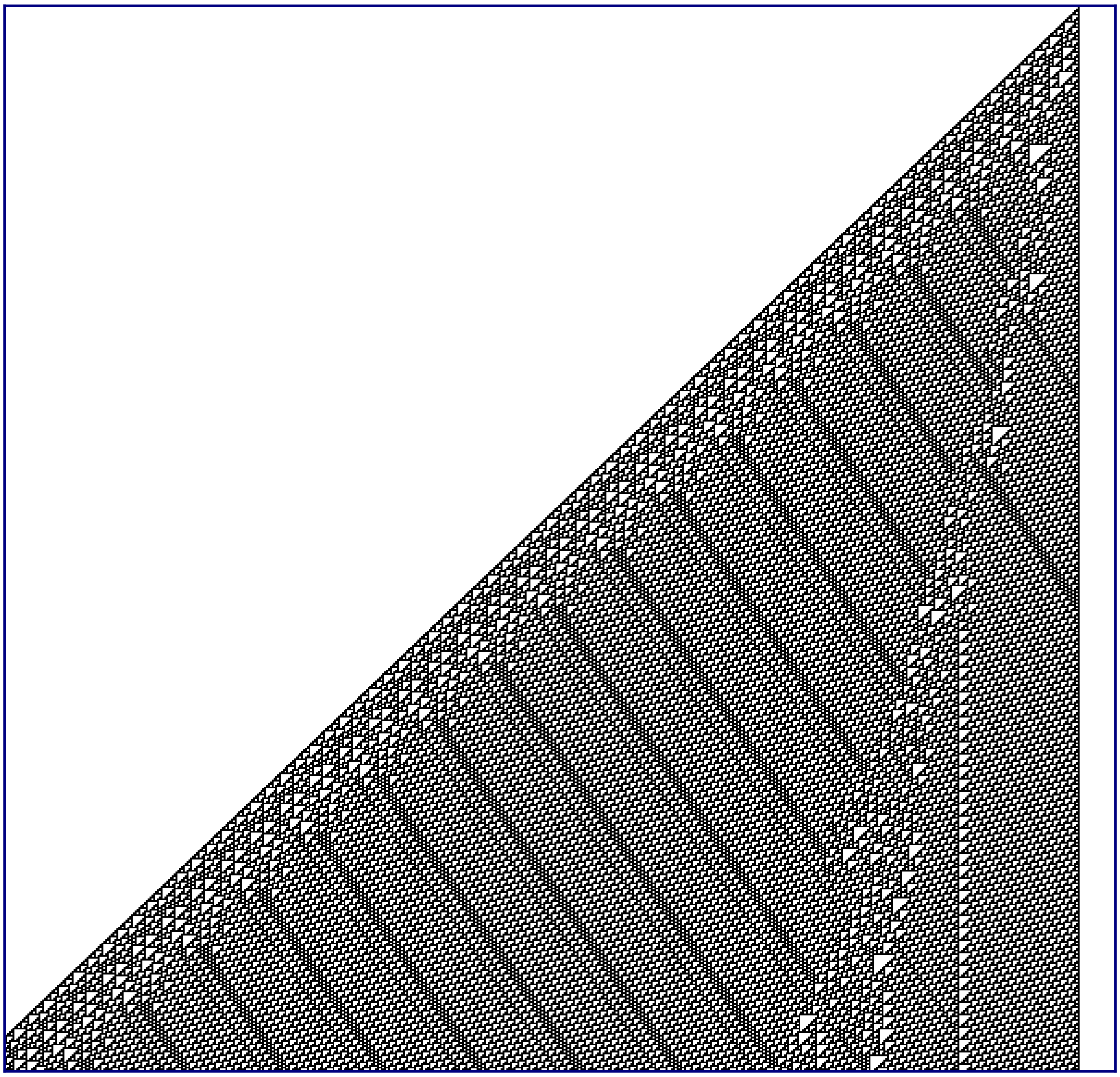


Si on regarde seulement le début de l'évolution, on a l'impression que cet automate dessine des structures régulières. C'est également le cas sur la partie gauche du dessin. Mais sur la partie droite, des structures en triangle de différentes tailles apparaissent et disparaissent sans logique apparente. En fait, Wolfram a montré que cet automate avait **un comportement totalement désordonné et même chaotique**. Son évolution semble totalement aléatoire, et pourtant encore une fois il est défini par des règles simples et une situation de départ simple. Encore une surprise des automates cellulaires élémentaires : **des règles simples et déterministes peuvent engendrer le chaos !**

Un peu d'émergence

Dans la classification réalisée par Wolfram, un autre automate possède un statut à part encore plus incroyable : **il s'agit du numéro 110**. Il ne diffère de la règle 126 (celle des fractales) que par un seul changement (souligné en rouge ci-dessous). Si l'on étudie son évolution (en prenant toujours une case noire comme point de départ), on s'aperçoit qu'il reste totalement blanc sur la droite. En revanche sur la gauche, il se passe des choses étranges. En voici la règle ainsi que les 600 premières itérations, je n'ai représenté que la partie gauche.





A première vue, le motif a l'air franchement régulier, et ce quasiment partout. Mais quand on y regarde de près, on voit que **sur ce motif régulier apparaissent et disparaissent des structures étranges** : des séries de triangles blanc qui se propagent, ainsi que des bandes noires diagonales. **Toutes ces structures semblent interagir** : elles apparaissent, se rencontrent, disparaissent; le tout sur ce paysage de fond très régulier.

Si vous vous demandez d'où vient la numérotation de Wolfram, l'idée est très simple. Comme je l'ai montré, pour définir complètement une règle, il n'y a que 8 situations à considérer. Il n'y a donc que $2^8 = 256$ *règles possibles. Le numéro qu'on attribue à chaque règle est simplement la représentation en binaire de sa définition par des cases noires et blanches.*