

1. **Groupe symétrique :**

Groupe des permutations de l'ensemble $\llbracket 1, n \rrbracket$. Ordre d'une permutation.

Cycle, transposition.

Décomposition d'une permutation en produit de cycles à supports disjoints : existence et unicité.

Décomposition d'une permutation en produit de transpositions.

Signature d'une permutation.

2. **Application n -linéaire.** Symétrie, antisymétrie.

Forme n -linéaire alternée. Effet d'une permutation.

3. **Déterminant de n vecteurs**

Déterminant de n vecteurs dans une base d'un espace vectoriel de dimension n .

Formule de changement de bases.

Caractérisation des bases.

4. **Déterminant d'une matrice carrée**

Déterminant d'une matrice carrée, d'un produit.

Déterminant d'une transposée.

Caractérisation des matrices inversibles.

5. **Calculs des déterminants**

Effets des opérations élémentaires sur le déterminant.

Mineurs, cofacteurs. Développement par rapport à une ligne ou une colonne.

Déterminant d'une matrice triangulaire.

6. **Comatrice.** Relation $A \operatorname{Com}(A)^\top = \operatorname{Com}(A)^\top A = \det(A) I_n$.

Expression de l'inverse d'une matrice inversible.

7. **Déterminant de Vandermonde**

8. **Déterminant d'un endomorphisme.**

Déterminant d'une composée d'endomorphismes. Caractérisation des automorphismes.

9. **Autres applications du déterminant**

Détermination de l'équation d'un hyperplan.

Orientation d'un espace vectoriel réel de dimension finie.

Dans \mathbb{R}^2 , $\det_{\mathcal{B}_e}(u, v)$ mesure l'aire algébrique du parallélogramme construit à partir des vecteurs u et v .

Dans \mathbb{R}^3 , $\det_{\mathcal{B}_e}(u, v, w)$ mesure le volume algébrique du parallélépipède construit à partir des vecteurs u , v et w .
