

---

MATHÉMATIQUES MPSI : SEMAINE 2

PROGRAMME DE COLLE POUR LA SEMAINE DU 23 SEPTEMBRE

1. **Trigonométrie** : révision du programme précédent.
2. **Systèmes linéaires de  $n$  équations à 2 ou 3 inconnues** :  
Interprétation géométrique : intersection de droites dans  $\mathbb{R}^2$ , de plans dans  $\mathbb{R}^3$ .  
Opérations élémentaires sur les lignes.  
Méthode du pivot : transformer le système initial en un système échelonné équivalent.
3. **Nombres complexes : forme algébrique.**  
Écriture algébrique d'un nombre complexe, conjugaison, module.  
Nombres complexes et géométrie plane : affixe d'un point, d'un vecteur.  
Interprétation géométrique de  $z_1 + z_2$ , de  $\frac{z_1 + z_2}{2}$ , de  $z_2 - z_1$ , de  $|z_2 - z_1|$   
Inégalités triangulaires.
4. **Nombres complexes : forme trigonométrique.**  
Nombres complexes de module 1. Ensemble  $\mathbb{U}$ .  
Définition de  $e^{it}$ . Propriétés. Formules d'Euler. Formule de Moivre.  
Factorisation de  $e^{ia} + e^{ib}$  et de  $e^{ia} - e^{ib}$  par l'exponentielle d'angle moitié.  
Applications à la trigonométrie : linéarisation, calculs de sommes, expression de  $\cos(nx)$  ou de  $\sin(nx)$  en fonction de  $\cos(x)$  et de  $\sin(x)$ .  
Forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul. Argument.

---

QUESTIONS DE COURS

1. Démonstration de l'inégalité triangulaire  $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ .
  2. Énoncé des formules d'Euler, de Moivre. Application au calcul de linéarisation.  
(demander à l'étudiant de linéariser  $\cos^n(x)$  ou  $\sin^n(x)$  avec  $n \in \llbracket 5, 8 \rrbracket$ )
  3. Demander à l'étudiant de simplifier une des deux sommes suivantes :  
$$\sum_{k=0}^n \cos(kx) \quad \text{ou} \quad \sum_{k=0}^n \sin(kx) \quad (\text{on distinguera deux cas suivant que } x \not\equiv 0 [2\pi] \text{ ou } x \equiv 0 [2\pi])$$
-