Programme de colle pour la semaine du 20 janvier

mathématiques MPSI : semaine 15

1. **Dérivabilité :** révision du programme précédent.
2. **Convexité :**
   Définition d'une fonction convexe, d'une fonction concave. Interprétation graphique : la courbe d'une fonction convexe est au-dessous de ses cordes.
   Caractérisation de la convexité par la croissance des pentes. Inégalité des pentes.
   Caractérisation des fonctions convexes dérivables, des fonctions convexes deux fois dérivables.
   Position du graphe d'une fonction convexe dérivable par rapport à ses tangentes.
   Inégalité de Jensen.
3. **Généralités sur les polynômes à une indéterminée à coefficients dans $\mathbb{K}$**
   (a) Définition. Degré d'un polynôme, coefficient dominant, polynôme unitaire.
   Degré d'une somme, d'un produit.
   $(\mathbb{K}[X], +, \times)$ est un anneau intègre.
   Evaluation d'un polynôme en un point.
   (b) Dérivation. Polynôme dérivé. Dérivées successives d'un polynôme.
   Opérations sur les polynômes dérivés. Formule de Leibniz.
   Formule de Taylor polynomiale.
   (c) Divisibilité dans $\mathbb{K}[X]$: multiples et diviseurs d'un polynôme, polynômes associés.
   Division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$.
   (d) Composition.
4. **Racines d'un polynôme**
   Racine d'un polynôme, caractérisation en termes de divisibilité.
   Si α_1, α_2, ..., α_n sont des racines distinctes de P, alors $\prod_{i=1}^{n} (X - \alpha_i)$ divise P.
   Le nombre de racines d'un polynôme non nul est majoré par son degré.
   Si α_1, α_2, ..., α_n sont des racines distinctes de P et $\deg(P) = n$, alors les polynômes P et $\prod_{i=1}^{n} (X - \alpha_i)$ sont associés.