PROGRAMME DE COLLE POUR LA SEMAINE DU 3 MARS

MATHÉMATIQUES MPSI: SEMAINE 19

1. Fractions rationnelles : révision du programme précédent.

Décomposition en éléments simples de $\frac{P'}{P}$:

si
$$P = \lambda \prod_{k=1}^r (X - a_k)^{m_k}$$
 est un polynôme scindé, alors $\frac{P'}{P} = \sum_{k=1}^r \frac{m_k}{X - a_k}$

Décomposition de fractions rationnelles sur \mathbb{R} en éléments simples de première espèce et de deuxième espèce. Techniques calculatoires.

Applications des décompositions en éléments simples :

- calcul de sommes
- calcul de primitives et d'intégrales
- calcul de dérivées d'ordre n

2. Dénombrement :

Cardinal d'un ensemble fini.

Cardinal d'une partie d'un ensemble fini, cas d'égalité.

Cardinal de la réunion de deux ensembles finis. Cardinal du complémentaire.

Cardinal de la réunion de n ensembles finis disjoints deux à deux.

Si $f: E \to F$ est une application injective d'un ensemble fini dans un autre, alors $\operatorname{Card}(E) \leq \operatorname{Card}(F)$.

Si $f: E \to F$ est une application surjective d'un ensemble fini dans un autre, alors $\operatorname{Card}(F) \leq \operatorname{Card}(E)$.

Une application entre deux ensembles finis de même cardinal est bijective si et seulement si elle est injective, si et seulement si elle est surjective.

Cardinal d'un produit fini d'ensembles finis.

Cardinal de l'ensemble des applications d'un ensemble fini dans un autre, de l'ensemble des applications injectives d'un ensemble fini dans un autre.

Cardinal de l'ensemble des permutations d'un ensemble de cardinal n.

Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini.

Nombre de p-listes, de p-arrangements, de p-combinaisons d'un ensemble fini de cardinal n.