

**1. Probabilité sur un univers fini :**

Vocabulaire relatif aux probabilités : expérience aléatoire et univers. Événement, événement élémentaire, événement contraire, événements incompatibles, système complet d'événements.

Probabilité sur un univers fini  $\Omega$ .

Propriétés : probabilité de l'événement contraire, croissance, réunion de deux événements, d'une réunion finie d'événements deux à deux incompatibles.

Détermination d'une probabilité par les probabilités des événements élémentaires. Distribution de probabilités sur un ensemble fini.

Relation  $P(A) = \sum_{\omega \in A} p_{\omega}$  où  $p_{\omega} = P(\{\omega\})$

Probabilité uniforme :  $P(A) = \frac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)}$

**2. Probabilité conditionnelle de  $A$  sachant  $B$ . L'application  $P_B$  est une probabilité.**

Inversion des conditionnements.

Formule des probabilités totales.

Formules de Bayes.

Formule des probabilités composées.

**3. Couple d'événements indépendants.**

Famille finie d'événements mutuellement indépendants.

**4. Loi d'une variable aléatoire**

La probabilité  $P_X$  est déterminée par la distribution des probabilités  $(P(X = x))_{x \in X(\Omega)}$

Lois usuelles : loi uniforme sur un ensemble  $E$  fini non vide, loi de Bernoulli, loi binomiale.

Loi conditionnelle d'une variable aléatoire  $X$  sachant un événement  $A$ .

Variable aléatoire  $f(X)$ .

**Questions de cours :**

— Question de cours n°1 : démontrer que :

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ .
- pour toute famille  $(A_1, A_2, \dots, A_n)$  d'événements deux à deux incompatibles, on a :

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$$

— Question de cours n°2 : prouver que l'application  $P_B$  est une probabilité sur  $\Omega$ .

— Question de cours n°3 : énoncer et démontrer la formule des probabilités composées.