1. Probabilité sur un univers fini : révision

Probabilités conditionnelles, formule des probabilités totales, formule des probabilités composées ...

2. Loi d'une variable aléatoire

La probabilité P_X est déterminée par la distribution des probabilités $(P(X = x))_{x \in X(\Omega)}$

Lois usuelles : loi uniforme sur un ensemble E fini non vide, loi de Bernoulli, loi binomiale.

Loi conditionnelle d'une variable aléatoire X sachant un événement A .

Variable aléatoire $f(X)$.

Couple de variables aléatoires : loi conjointe, lois marginales.

Variables aléatoires indépendantes. Lemme des coalitions.

Somme de variables aléatoires indépendantes suivant une loi binomiale.

3. Généralités sur les applications linéaires :

Définitions : endomorphisme, isomorphisme, automorphisme, forme linéaire.

Opérations sur les applications linéaires.

Image directe et image réciproque d'un sous-espace par une application linéaire.

Noyau et image d'une application linéaire.

Familles de vecteurs et applications linéaires (cf question de cours).

Application linéaire de rang fini, rang. Premières propriétés.

Invariance du rang par composition par un isomorphisme.

Endomorphismes. Anneau $(\mathcal{L}(E), +, \circ)$. Automorphismes, groupe linéaire $(GL(E), \circ)$.

Questions de cours :

— Question de cours n°1 :

Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$.

f est injective $\iff \text{Ker}(f) = \{0\}$

Question de cours n°2 :

Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$ **injective** et soit $(x_1, \dots, x_n)$ une famille libre de vecteurs de E .

Alors $(f(x_1), \dots, f(x_n))$ est une famille libre de vecteurs de F .

— Question de cours n°3 :

Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$ et soit $(x_1, \dots, x_n)$ une famille génératrice de E .

Alors $\text{Im}(f) = \text{Vect}(f(x_1), \dots, f(x_n))$: ie $(f(x_1), \dots, f(x_n))$ est une famille génératrice de $\text{Im } f$.

— Question de cours n°4 :

Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$ et soit $\mathcal{B} = (e_1, \dots, e_n)$ une base de E .

Si $f(\mathcal{B}) = (f(e_1), \dots, f(e_n))$ est une famille libre, alors f est injective.

— Question de cours n°5 :

Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$ et soit $\mathcal{B} = (e_1, \dots, e_n)$ une base de E .

Si $f(\mathcal{B}) = (f(e_1), \dots, f(e_n))$ est une famille génératrice de F , alors f est surjective.