

1. Rudiments de logique

Négation, conjonction, disjonction, implication, contraposée, équivalence, quantificateurs. Négation d'une proposition quantifiée.

Modes de raisonnement : raisonnement par récurrence (simple, double), par contraposition, par l'absurde, par analyse-synthèse.

2. Sommes et produits finis de réels

Notations $\sum$ et $\prod$.

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} \qquad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Formules remarquables :

$$a^n - b^n = (a-b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k} \qquad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\} \quad \sum_{k=0}^n x^k = \frac{1-x^{n+1}}{1-x} \quad \text{et} \quad \sum_{k=m}^n x^k = \frac{x^m - x^{n+1}}{1-x}$$

Sommes doubles. Produit de deux sommes simples.

Factorielle. Coefficients binomiaux. Formule du binôme.

3. Trigonométrie

Cercle trigonométrique. Paramétrisation par cosinus et sinus.

Cosinus, sinus et tangente des angles usuels.

Relations fondamentales : $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$, $1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$.

Formules d'addition, formules de duplication et de linéarisation.

Formules trigonométriques de transformation d'une somme en produit.

Savoir transformer en somme les produits $\cos(a)\cos(b)$ ou $\sin(a)\sin(b)$ à partir des formules d'addition.

Expressions de $\cos(x)$, de $\sin(x)$ et de $\tan(x)$ en fonction de $t = \tan(\frac{x}{2})$.

Questions de cours

1. Calcul de $\sum_{k=1}^n k^2$: énoncé du résultat et démonstration.

2. Énoncé et démonstration de la relation de Pascal : $\forall (k, n) \in \mathbb{N}^2 \quad \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$

3. Énoncé et démonstration de la formule du binôme.