

1. **Limite d'une suite réelle** : révision du programme précédent.

Exemple d'étude de suite définie implicitement.

2. **Limite d'une suite complexe** :

Brève extension des résultats sur les suites réelles.

Une suite complexe  $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est convergente si et seulement si  $(\operatorname{Re}(z_n))_{n \in \mathbb{N}}$  et  $(\operatorname{Im}(z_n))_{n \in \mathbb{N}}$  sont convergentes.

Convergence de  $(q^n)_{n \in \mathbb{N}}$  en fonction de  $q$ .

Théorème de Bolzano-Weierstrass.

3. **Arithmétique dans  $\mathbb{Z}$  (partie 1)**

(a) Relation de divisibilité. Propriétés élémentaires. Couples d'entiers associés. Division euclidienne dans  $\mathbb{Z}$ .

Congruences dans  $\mathbb{Z}$  : règles opératoires.

(b) Définition du PGCD de deux entiers relatifs.

Lemme :  $a \wedge b = b \wedge r$  où  $r$  est le reste de la division euclidienne de  $a$  par  $b$ .

Algorithme d'Euclide.

Relation de Bézout, calcul pratique de coefficients de Bézout par l'algorithme d'Euclide étendu.

Quelques propriétés du PGCD :  $d$  est un diviseur commun de  $a$  et  $b \iff d$  divise  $a \wedge b$   
pour  $k \in \mathbb{N}$ ,  $(ka) \wedge (kb) = k \times (a \wedge b)$

Couples d'entiers premiers entre eux. Théorème de Bézout, corollaires. Théorème de Gauss.

**Prop** : soit  $(a, b) \in \mathbb{Z}^2$ , soit  $d \in \mathbb{N}$ .

$d = a \wedge b \iff$  il existe  $(a', b') \in \mathbb{Z}^2$  tel que  $a = da'$ ,  $b = db'$  et  $a' \wedge b' = 1$

Forme irréductible d'un nombre rationnel.

---

QUESTIONS DE COURS OU EXERCICE TYPE

La colle pourra débuter par une démonstration de cours, ou un exercice type.

— Corollaire 1 du théorème de Bézout :

Si un entier est divisible par deux entiers premiers entre eux, alors il est divisible par leur produit

— Corollaire 2 du théorème de Bézout :

Si un entier est premier avec deux autres, alors il est premier avec leur produit

— Énoncé et démonstration du théorème de Gauss.

— Exercice type : résolution dans  $\mathbb{Z}^2$  d'une équation de la forme  $ax + by = c$  (comme par exemple  $19x + 31y = 5$ )