

MATHÉMATIQUES : INTERROGATION

Question 1 : Cours sur les développements limités (4 points)

n désigne dans cette question un entier naturel non nul.

1. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de classe C^n . Soit $a \in \mathbb{R}$.

Donner le développement limité d'ordre n au voisinage de a de f :

2. Donner le développement limité d'ordre n au voisinage de 0 de $x \mapsto \frac{1}{1+x}$:

3. Donner le développement limité d'ordre $2n + 1$ au voisinage de 0 de $x \mapsto \operatorname{sh}(x)$:

4. Soit $\alpha \in \mathbb{R}$. Donner le développement limité d'ordre n au voisinage de 0 de $x \mapsto (1+x)^\alpha$:

Question 2 : (2.5 pts) Déterminer le développement limité d'ordre 4 au voisinage de 0 de $f : x \mapsto 2 \cos(x) + e^x \ln(1+x)$

Question 3 : (0.75 pt) Compléter chacune des phrases suivantes au moyen de l'une des locutions "est équivalent à", "est négligeable devant", "est dominé par" (lorsque plusieurs réponses sont acceptables, donner la plus précise) :

$$\frac{e^t}{1+t^2} \text{ } e^t \text{ lorsque } t \text{ tend vers } +\infty.$$

$$\frac{e^t}{1+t^2} \text{ lorsque } t \text{ tend vers } +\infty.$$

Question 4 : équivalents (et limite)

Déterminer des équivalents simples des expressions suivantes au voisinage de 0 (2,75 pts) :

$$a) \quad \ln(1 + 2x^3) \underset{x \rightarrow 0}{\sim}$$

$$\text{b) } \frac{e^{3x}}{\sin^4(x)} \underset{x \rightarrow 0}{\sim}$$

$$\text{c) } \sqrt{1 + \frac{9}{x^4}} - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim}$$

$$\text{d)} \quad x = \sin(x) \quad \sim$$

$$e) \quad x^x - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim}$$

f) Que vaut $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^x - 1}{x}$?

Déterminer un équivalent simple au voisinage de $+\infty$: $\sqrt{1 + \frac{9}{x^2}} - 1$

(0.5 pt)