

MATHÉMATIQUES : INTERROGATION

Question 1 : Cours sur les développements limités (4 points)

n désigne dans cette question un entier naturel non nul.

1. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de classe C^n . Soit $a \in \mathbb{R}$.

Donner le développement limité d'ordre n au voisinage de a de f :

2. Donner le développement limité d'ordre n au voisinage de 0 de $x \mapsto \frac{1}{1+x}$:

3. Donner le développement limité d'ordre $2n+1$ au voisinage de 0 de $x \mapsto \operatorname{sh}(x)$:

4. Soit $\alpha \in \mathbb{R}$. Donner le développement limité d'ordre n au voisinage de 0 de $x \mapsto (1+x)^\alpha$:

Question 2 : (2.5 pts) Déterminer le développement limité d'ordre 4 au voisinage de 0 de $f : x \mapsto 2 \cos(x) + e^x \ln(1+x)$

Question 3 : (0.75 pt) Compléter chacune des phrases suivantes au moyen de l'une des locutions "est équivalent à", "est négligeable devant", "est dominé par" (lorsque plusieurs réponses sont acceptables, donner la plus précise) :

$\frac{e^t}{1+t^2}$ e^t lorsque t tend vers $+\infty$.

$\frac{e^t}{1+t^2}$ $\frac{e^t}{t}$ lorsque t tend vers $+\infty$.

$\frac{e^t}{1+t^2}$ $\frac{e^t}{t^2}$ lorsque t tend vers $+\infty$.

Question 4 : équivalents (et limite)

Déterminer des équivalents simples des expressions suivantes au voisinage de 0 (**2.75 pts**) :

a) $\ln(1+2x^3) \underset{x \rightarrow 0}{\sim}$

b) $\frac{e^{3x}}{\sin^4(x)} \underset{x \rightarrow 0}{\sim}$

c) $\sqrt{1+\frac{9}{x^4}} - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim}$

d) $x - \sin(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim}$

e) $x^x - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim}$

f) Que vaut $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^x - 1}{x}$?

Déterminer un équivalent simple au voisinage de $+\infty$: $\sqrt{1+\frac{9}{x^2}} - 1 \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim}$

(0.5 pt)