Programme de colle pour la semaine du 2 février

mathématiques MPSI : semaine 17

1. **Révision : décomposition d'un polynômes en facteurs irréductibles**

   Théorème de d'Alembert-Gauss.
   Conséquences : tout polynôme non constant est scindé sur $\mathbb{C}$, le nombre de racines (dans $\mathbb{C}$) comptées avec leur ordre de multiplicité d'un polynôme non nul est égal à son degré.

   Relations entre racines et coefficients d'un polynôme scindé : formules de Viète.

   Polynômes irréductibles de $\mathbb{C}[X]$. Factorisation de $X^n - 1$ dans $\mathbb{C}[X]$.

   Polynômes irréductibles de $\mathbb{R}[X]$.
   Deux racines complexes conjuguées d'un polynôme de $\mathbb{R}[X]$ ont la même multiplicité.
   Décomposition en facteurs irréductibles dans $\mathbb{R}[X]$.
   Caractérisation de la divisibilité dans $\mathbb{C}[X]$:
   $A = \lambda \prod_{i=1}^{k} (X - \alpha_i)^{m_i}$ divise B si et seulement si pour tout $i \in [\![1\,,\,k]\!]$ α_i est une une racine de B d'ordre de multiplicité supérieur ou égal à m_i
   Deux polynômes sont premiers entre eux si et seulement s'ils n'ont pas de racine commune dans $\mathbb{C}$.

2. **Relations de comparaison : cas des fonctions**
   Relations de domination, de négligeabilité, d'équivalence.
   Règles opératoires.
   Propriétés conservées par équivalence : signe, limite.
   Liens entre les relations de comparaison.
   Traduction à l'aide du symbole o des croissances comparées.
   Equivalents usuels.

3. **Relations de comparaison : cas des suites.**
   Adaptation aux suites des définitions et résultats précédents.
   Comparaisons des suites usuelles. Formule de Stirling.

4. **Développements limités :**
   Définition.
   Obtention d'un équivalent à partir d'un développement limité présentant un terme non nul.
   Unicité des coefficients, développement limité en 0 d'une fonction paire, impaire. Troncature.
   Primitivation d'un développement limité. Formule de Taylor-Young.
   Développement limité à tout ordre en 0 de exp, sin, cos, sh, ch, $x \mapsto \dfrac{1}{1+x}$, $x \mapsto \dfrac{1}{1-x}$, $x \mapsto \ln(1+x)$, $x \mapsto (1+x)^\alpha$, arctan, et de tan et th à l'ordre 3, et de $x \mapsto \sqrt{1+x}$ à l'ordre 2.