

## PROGRAMME DE COLLE POUR LA SEMAINE DU 9 FÉVRIER

### MATHÉMATIQUES MPSI : SEMAINE 18

1. **Relations de comparaison** : révision du programme précédent.

2. **Développements limités** :

Primitivation d'un développement limité. Formule de Taylor-Young.

Développement limité à tout ordre en 0 de  $\exp$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\operatorname{sh}$ ,  $\operatorname{ch}$ ,  $x \mapsto \frac{1}{1+x}$ ,  $x \mapsto \frac{1}{1-x}$ ,  $x \mapsto \ln(1+x)$ ,  $x \mapsto (1+x)^\alpha$ ,  $\arctan$ , et de  $\tan$  et  $\operatorname{th}$  à l'ordre 3, et de  $x \mapsto \sqrt{1+x}$  à l'ordre 2.

Opérations sur les développements limités : combinaisons linéaires, produits, composition, quotient.

Développements généralisés.

Applications des développements limités : détermination d'équivalents, de limites, dérivabilité et développement limité d'ordre 1, calculs des dérivées d'ordre supérieur en un point du domaine pour une fonction de classe  $C^n$ , étude locale.

Exemples de développements asymptotiques.

3. **Dénombrement** :

Cardinal d'un ensemble fini.

Cardinal d'une partie d'un ensemble fini, cas d'égalité.

Cardinal de la réunion de deux ensembles finis. Cardinal du complémentaire.

Cardinal de la réunion de  $n$  ensembles finis disjoints deux à deux.

Si  $f : E \rightarrow F$  est une application injective d'un ensemble fini dans un autre, alors  $\operatorname{Card}(E) \leq \operatorname{Card}(F)$ .

Si  $f : E \rightarrow F$  est une application surjective d'un ensemble fini dans un autre, alors  $\operatorname{Card}(F) \leq \operatorname{Card}(E)$ .

Une application entre deux ensembles finis de même cardinal est bijective si et seulement si elle est injective, si et seulement si elle est surjective.

Cardinal d'un produit fini d'ensembles finis.

Cardinal de l'ensemble des applications d'un ensemble fini dans un autre, de l'ensemble des applications injectives d'un ensemble fini dans un autre.

Cardinal de l'ensemble des permutations d'un ensemble de cardinal  $n$ .

Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini.

Nombre de  $p$ -listes, de  $p$ -arrangements, de  $p$ -combinaisons d'un ensemble fini de cardinal  $n$ .