

1. Généralités sur les applications linéaires :

Définitions : endomorphisme, isomorphisme, automorphisme, forme linéaire.

Opérations sur les applications linéaires.

Image directe et image réciproque d'un sous-espace par une application linéaire.

Noyau et image d'une application linéaire.

Familles de vecteurs et applications linéaires.

Application linéaire de rang fini, rang. Premières propriétés.

Invariance du rang par composition par un isomorphisme.

2. Endomorphismes :

Anneau $(\mathcal{L}(E), +, \circ)$. Automorphismes, groupe linéaire $GL(E)$.

Homothéties.

Projecteur, symétrie : définitions et propriétés. Caractérisation.

3. Détermination d'une application linéaire et résultats sur les dimensions :

Si $(x_i)_{1 \leq i \leq n}$ est une base de E et si $(y_i)_{1 \leq i \leq n}$ est une famille de vecteurs de F , alors il existe une unique application linéaire $f \in \mathcal{L}(E, F)$ telle que pour tout $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$: $f(x_i) = y_i$.

Isomorphisme et espaces vectoriels isomorphes.

Dimension de $\mathcal{L}(E, F)$ lorsque E et F sont de dimension finie.

Théorème du rang.

Caractérisations des isomorphismes et des automorphismes en dimension finie.