
MATHÉMATIQUES MPSI : SEMAINE 2

PROGRAMME DE COLLE POUR LA SEMAINE DU 21 SEPTEMBRE

1. **Trigonométrie** : révision du programme précédent.
2. **Systèmes linéaires de n équations à 2 ou 3 inconnues** :
Interprétation géométrique : intersection de droites dans $\mathbb{R}^2$, de plans dans $\mathbb{R}^3$.
Opérations élémentaires sur les lignes.
Méthode du pivot : transformer le système initial en un système échelonné équivalent.
3. **Nombres complexes : forme algébrique**.
Écriture algébrique d'un nombre complexe, conjugaison, module.
Nombres complexes et géométrie plane : affixe d'un point, d'un vecteur.
Interprétation géométrique de $z_1 + z_2$, de $\frac{z_1 + z_2}{2}$, de $z_2 - z_1$, de $|z_2 - z_1|$
Inégalités triangulaires.
4. **Nombres complexes de module 1**.
Ensemble $\mathbb{U}$.
Définition de $e^{i\theta}$. Propriétés. Formules d'Euler. Formule de Moivre.
Factorisation de $e^{ia} + e^{ib}$ et de $e^{ia} - e^{ib}$ par l'exponentielle d'angle moitié.
Applications à la trigonométrie : linéarisation, calculs de sommes, expression de $\cos(nx)$ ou de $\sin(nx)$ en fonction de $\cos(x)$ et de $\sin(x)$.

QUESTIONS DE COURS

1. Démonstration de l'inégalité triangulaire $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$.
 2. Énoncé des formules d'Euler, de Moivre. Application au calcul de linéarisation.
(demander à l'étudiant de linéariser $\cos^n(x)$ ou $\sin^n(x)$ avec $n \in \llbracket 5, 8 \rrbracket$)
 3. Demander à l'étudiant de simplifier une des deux sommes suivantes :
$$\sum_{k=0}^n \cos(kx) \quad \text{ou} \quad \sum_{k=0}^n \sin(kx) \quad (\text{on distinguera deux cas suivant que } x \not\equiv 0 \pmod{2\pi} \text{ ou } x \equiv 0 \pmod{2\pi})$$
-