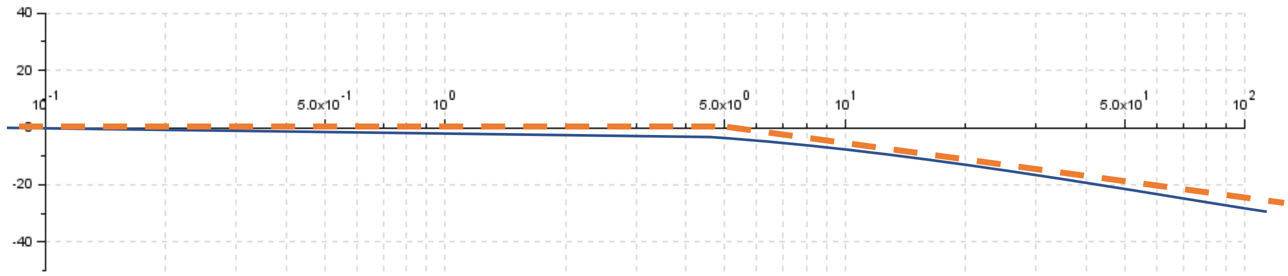
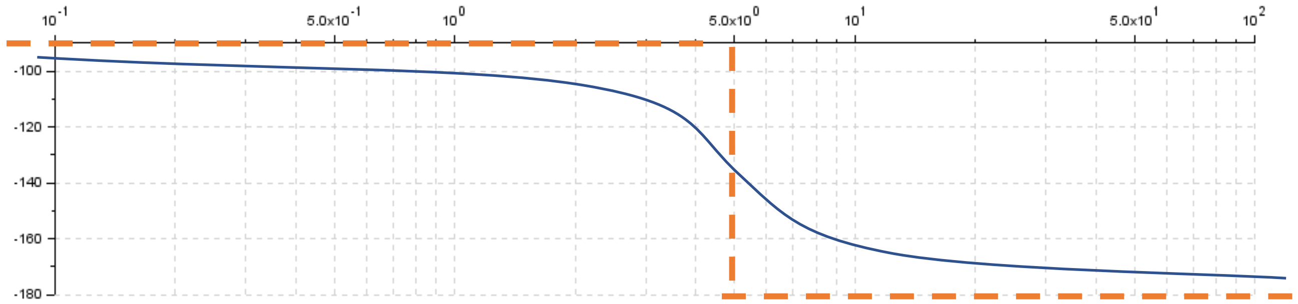
Réponse harmonique en boucle ouverte d'un asservissement de position

Question 1 : Exprimer la fonction x(t) représentant la réponse harmonique en boucle ouverte pour une entrée $\varepsilon(t)=\varepsilon_0 \sin(\omega t)$ ***en fonction de*** ω***, t,*** ε_0***,*** $|H_{BO}(j\omega)|$ ***et*** $\arg(H_{BO}(j\omega))$***.***

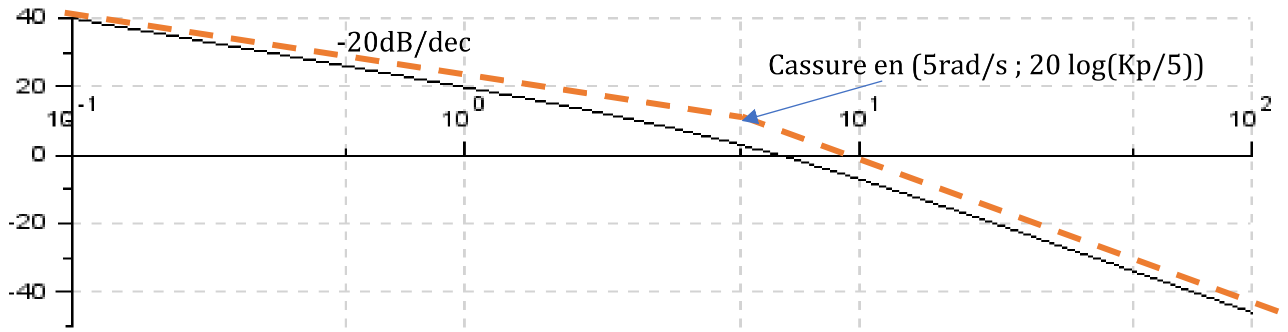
$$\boxed{x(t)=\varepsilon_0 |H_{BO}(j\omega)| \sin\left(\omega t+\arg\left(H_{BO}(j\omega)\right)\right)}$$

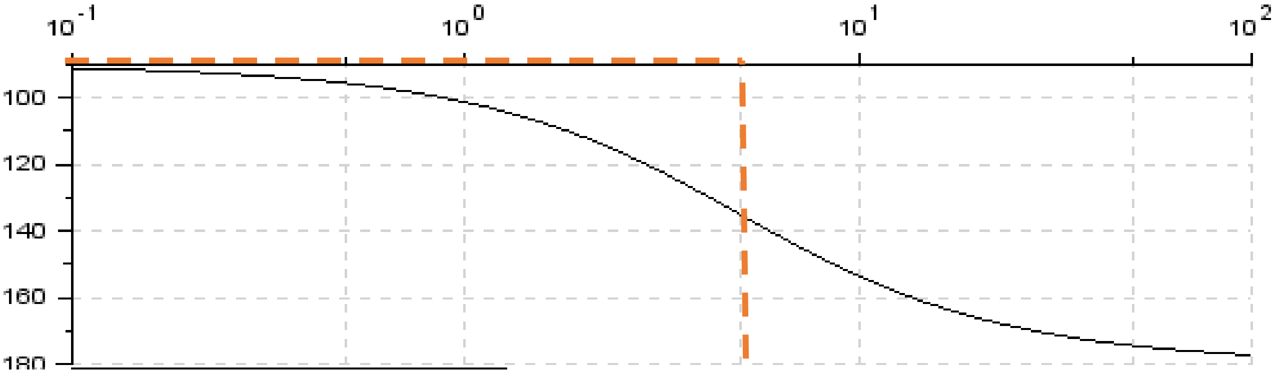
Question 2 :





Question 3 :





Question 4 : Calculer $H_{BF}(p)=\dfrac{X(p)}{X_c(p)}$***. La mettre sous la forme canonique du second ordre.***

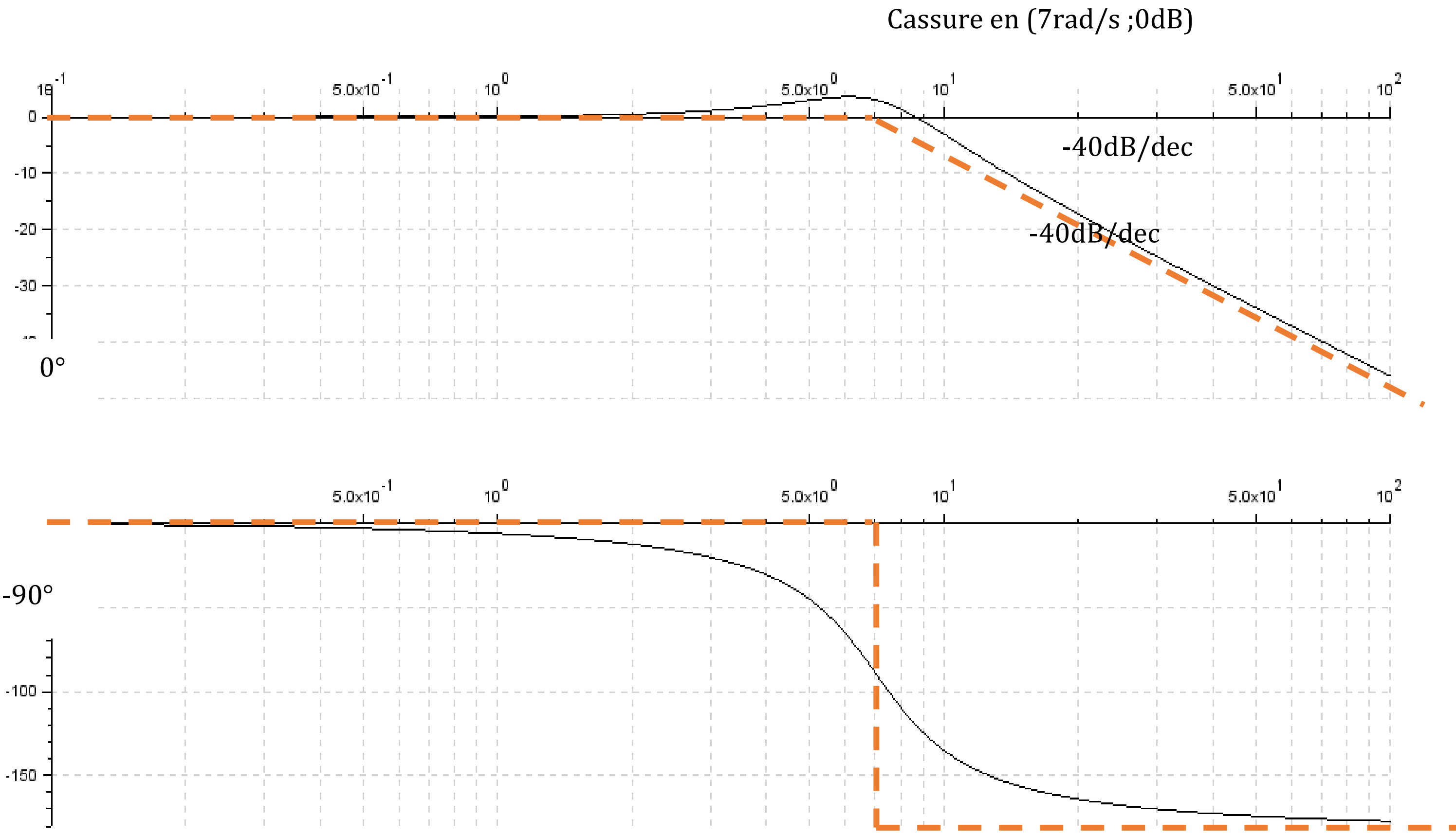
D'après la formule de Black :

$$H_{BF}(p)=\frac{H_{BO}(p)}{1+H_{BO}(p)}=\frac{1}{1+\dfrac{1}{H_{BO}(p)}}=\frac{1}{1+\dfrac{p(1+0,2.p)}{Kc}}$$

$$\boxed{H_{BF}(p)=\frac{1}{1+0,1.p+0,02.p^2}=\frac{K}{1+\dfrac{2\xi}{\omega_0}.p+\dfrac{1}{\omega_0{}^2}.p^2}}$$

$$\boxed{\omega_0=\frac{10}{\sqrt{2}}=7,07\text{rad/s};\quad \xi=\frac{0,1}{2}.\frac{10}{\sqrt{2}}=0,35}$$

Question 5 :



Question 6 : Rappeler les expressions littérales du cours et déterminer les valeurs de pulsation et gain à la résonance. La représenter sur le diagramme.

$\boxed{\omega_r=\omega_0\sqrt{1-2\xi^2}}$ pulsation de résonance $\boxed{G_{dB}(\omega_r)=20\log\left(\dfrac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}\right)}$ gain en dB à la résonance

A.N. : $\boxed{\omega_r=\omega_0\sqrt{1-2\xi^2}=6,1\text{rad/s}}$ $\boxed{G_{dB}(\omega_r)=20\log\left(\dfrac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}\right)=3,7\text{dB}}$

Gyropode à usage professionnel HUBLEX

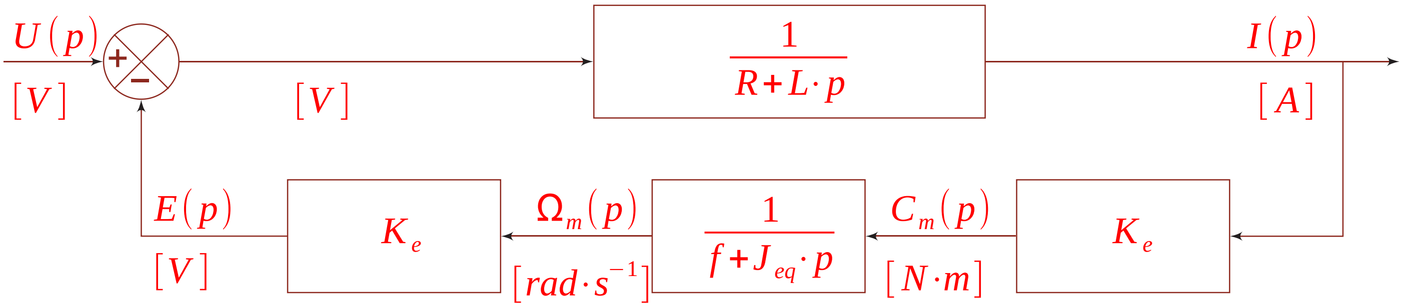
Question 1 Donner, dans le domaine de Laplace, les 4 équations caractéristiques associées au modèle de machines à courant continu.

On se place dans les conditions d'Heaviside (CI nulles). Dans le domaine symbolique, les équations deviennent :

$\boxed{U(p) = E(p) + R\;.I(p) + L.p.I(p)}$ (4) $\boxed{E(p) = K_e.\Omega_m(p)}$ (5)

$\boxed{C_m(p) = K_e.I(p)}$ (6) $\boxed{J_{eq}.p.\Omega_m(p) = C_m(p) - f.\Omega_m(p)}$ (7)

Question 2 Compléter alors le schéma bloc du moteur dans le **DR3**. On précisera la grandeur associée à chaque lien.



DR3 - Schéma bloc du moteur

Question 3 Donner l'expression de la fonction de transfert $H_m(p) = \frac{I(p)}{U(p)}$. La mettre sous la forme canonique suivante :

$$H_m(p) = K_m.\frac{1 + \tau_m.p}{1 + \frac{2.z_m}{\omega_{0m}}.p + \frac{1}{\omega_{0m}^2}.p^2}$$

$$H_m(p) = \frac{1}{R + L.p}\cdot\frac{1}{1 + \frac{K_e^2}{(R + L.p)(f + J_{eq}.p)}} = \frac{1}{R + L.p + \frac{K_e^2}{f + J_{eq}.p}}$$

$$H_m(p) = \frac{f + J_{eq}.p}{(R + L.p)(f + J_{eq}.p) + K_e^2} = \frac{f + J_{eq}.p}{(K_e^2 + R.f) + (R.J_{eq} + L.f)p + L.J_{eq}.p^2}$$

$$\boxed{H_m(p) = K_m.\frac{1+\tau_m.p}{1+\frac{2.z_m}{\omega_{0m}}.p+\frac{1}{\omega_{0m}^2}.p^2} \text{ avec } \begin{cases} K_m = \frac{f}{K_e^2+R.f} \\ \tau_m = J_{eq}/f \end{cases} \text{ et } \begin{cases} \frac{2.z_m}{\omega_{0m}} = \frac{R.J_{eq}+L.f}{K_e^2+R.f} \\ \omega_{0m}^2 = \frac{K_e^2+R.f}{L.J_{eq}} \end{cases}} \begin{cases} z_m = \frac{\omega_{0m}}{2}\cdot\frac{R.J_{eq}+L.f}{K_e^2+R.f} = \frac{R.J_{eq}+L.f}{2\sqrt{L.J_{eq}(K_e^2+R.f)}} \\ \omega_{0m} = \sqrt{\frac{K_e^2+R.f}{L.J_{eq}}} \end{cases}$$

Asservissement du moteur en intensité

Question 4 Rappeler l'énoncé du théorème de la valeur finale. Calculer l'expression littérale de l'erreur en régime permanent notée μ_S, pour une entrée indicielle telle que $I_C(p) = \frac{1}{p}$, en fonction de K_{iu}, K_p et K_m.

D'après le théorème de la valeur finale $\mu_s = \lim_{t\to\infty} \varepsilon i(t) = \lim_{p\to 0} p \cdot \varepsilon i(p)$. Avec $\varepsilon i(p) = \varepsilon(p)/Kcapt$

Par lecture du schéma bloc : $\varepsilon i(p) = I_c(p) \cdot \big(1 - H_I(p)\big) = I_c(p) \cdot \left(1 - \frac{K'}{1+K'} \cdot \frac{1+\tau_m \cdot p}{1+\frac{\frac{2\cdot z_m}{\omega_{0m}}+K'\cdot\tau_m}{1+K'}p+\frac{1}{\omega_{0m}^2(1+K')}p^2}\right)$

$$\varepsilon i(p) = \frac{1}{p} \cdot \left(\frac{1+K'+\left(\frac{2\cdot z_m}{\omega_{0m}}+K'\cdot\tau_m\right)\cdot p+\frac{1}{\omega_{0m}^2}p^2 - K' - K'\cdot\tau_m \cdot p}{(1+K')\left(1+\frac{\frac{2\cdot z_m}{\omega_{0m}}+K'\cdot\tau_m}{1+K'}p+\frac{1}{\omega_{0m}^2(1+K')}p^2\right)} \right)$$

$$\varepsilon(p) = \frac{1}{p} \cdot \left(\frac{1+\frac{2\cdot z_m}{\omega_{0m}}\cdot p+\frac{1}{\omega_{0m}^2}p^2}{(1+K')\left(1+\frac{\frac{2\cdot z_m}{\omega_{0m}}+K'\cdot\tau_m}{1+K'}p+\frac{1}{\omega_{0m}^2(1+K')}p^2\right)} \right)$$

Soit $\boxed{\mu_s = \frac{1}{1+K'} = \frac{1}{1+K_{iu}\cdot K_p \cdot K_m}}$

$\mu_s \neq 0$. L'exigence 1.7.1.1.1 n'est pas satisfaite.

Question 5 Démontrer que la fonction de transfert en boucle ouverte s'exprime :

$$H_{bo}(p) = K_{bo}.\frac{1+\tau_m.p}{1+\frac{2.z_m}{\omega_{0m}}.p+\frac{1}{\omega_{0m}^2}.p^2}$$

Donner l'expression de K_{bo}

Par définition $H_{bo}(p) = \frac{U_{im}(p)}{\varepsilon(p)} = K_p H_m(p) K_{capt}$

$donc\ H_{bo}(p) = K_{bo}.\frac{1+\tau_m.p}{1+\frac{2.z_m}{\omega_{0m}}.p+\frac{1}{\omega_{0m}^2}.p^2}$ avec $\boxed{K_{bo} = K_p.K_m.K_{capt}}$

Question 6 Donner l'expression des gain en dB $G_{dB}(\omega)$ et phase $\varphi(\omega)$ de H_{bo}.

$G_{dB}(\omega) = 20.\log|H_{bo}(j\omega)|$

$$G_{dB}(\omega) = 20\log(K_{bo}) + 20\log\sqrt{1+\tau_m{}^2\omega^2} - 20\log\sqrt{\left(1-\frac{\omega}{\omega_{0m}^2}{}^2\right)^2+\left(\frac{2.z_m\omega}{\omega_{0m}}\right)^2}$$

$$\varphi(\omega) = \arg(H_{bo}(j\omega)) = \arctan(\tau_m\omega) - \arctan\left(\frac{\frac{2.z_m\omega}{\omega_{0m}}}{1-\frac{\omega}{\omega_{0m}^2}{}^2}\right)$$

Question 7 Après avoir expliciter la méthode de superposition pour le tracé des diagrammes asymptotiques de Bode, représenter sur votre copie l'allure des diagrammes de Bode asymptotiques en gain et en phase. Bien préciser les labels des abscisses et ordonnées. On considère $\frac{1}{\tau_m} < \omega_{0m}$

La méthode de superposition consiste en l'addition des valeurs de gain en dB et phase des différents facteurs de H_{bo}

Ainsi on peut additionner les valeurs de pente des diagrammes de gain et les valeurs d'ordonnée des phases. Il y a 2 cassures sur chacun des diagrammes de gain et phase pour les pulsations de cassure $\frac{1}{\tau_m}$ et ω_{0m} .

GdB	0	$\frac{1}{\tau_m}$	ω_{0m} +∞
$K_{bo}.(1+\tau_m.p)$	0dB/dec	+20dB/dec	
$\dfrac{1}{1+\frac{2.z_m}{\omega_{0m}}.p+\frac{1}{\omega_{0m}^2}.p^2}$	0dB/dec	0dB/dec	-40dB/dec
H_{bo}(p)	0dB/dec	+20dB/dec	-20dB/dec

En phase

φ	0	$\frac{1}{\tau_m}$	ω_{0m} +∞
$K_{bo}.(1+\tau_m.p)$	0°	+90°	+90°
$\dfrac{1}{1+\frac{2.z_m}{\omega_{0m}}.p+\frac{1}{\omega_{0m}^2}.p^2}$	0°	0°	-180°
H_{bo}(p)	0°	+90°	-90°

Question 8 Déterminer les expressions littérales des ordonnées des points de cassure du diagramme de Bode asymptotique de gain.

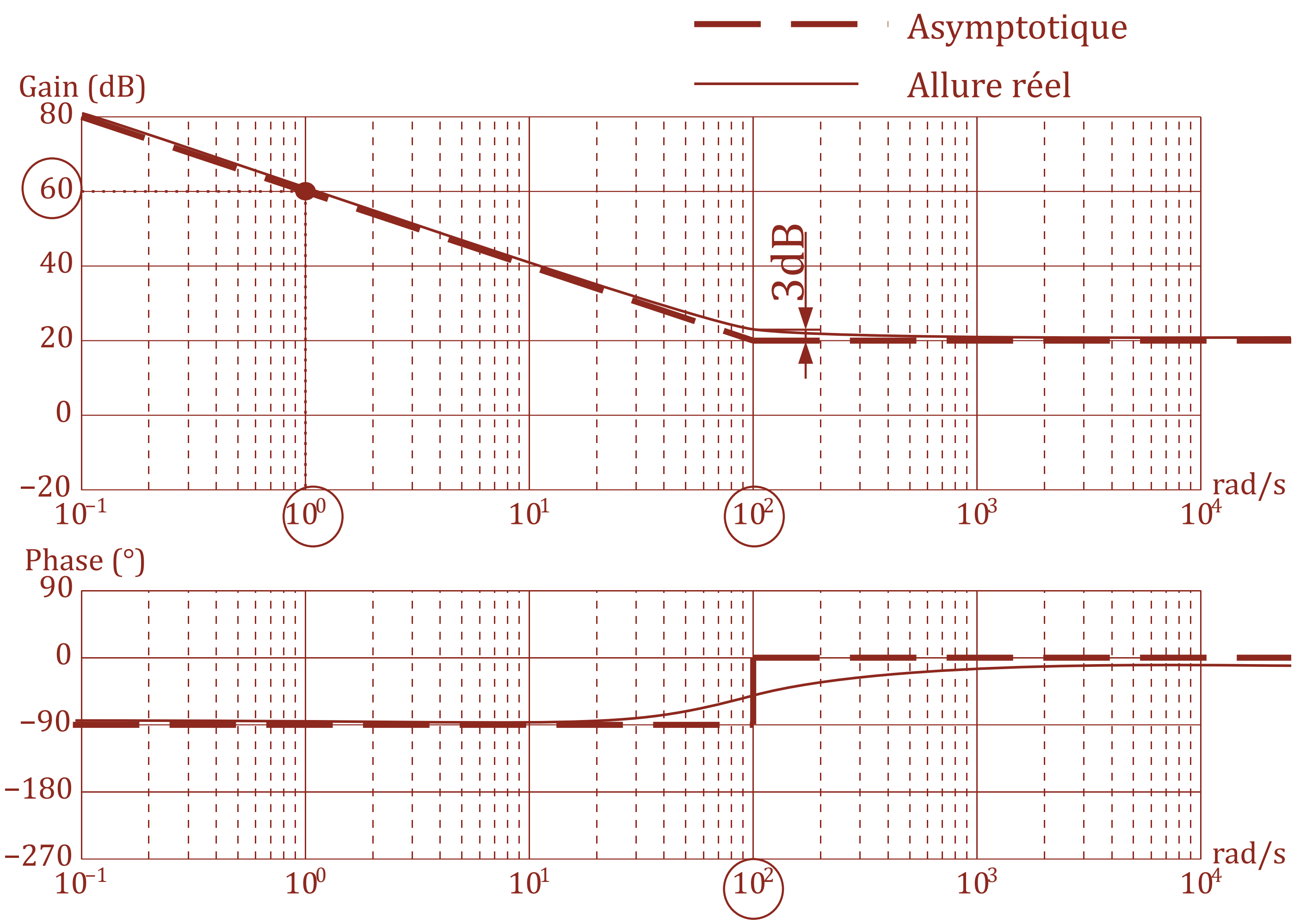
En $\frac{1}{\tau_m}$ le gain en dB est pour l'asymptote $\boxed{G_{dB}(\omega) = 20\log(K_{bo}}$

En ω_{0m} le gain en dB est pour l'asymptote $\boxed{G_{dB}(\omega) = 20\log(K_{bo}) + 20\log\sqrt{1+{\tau_m}^2{\omega_{0m}}^2}}$

Question 9 Exprimer la fonction de transfert de ce correcteur sous la forme $C(p) = K_i\frac{1+T.p}{p}$. Tracer sur le **DR4**, les diagrammes de Bode asymptotique du correcteur, ainsi que l'allure des courbes réelles pour $K_p = 10$ et $K_i = 1000$. On précisera les valeurs numériques associées aux valeurs caractéristiques.

$C(p) = K_p + \frac{K_i}{p} = K_i \cdot \frac{1}{p} \cdot \left(\frac{K_p}{K_i} \cdot p + 1\right) C(p) = K_i\frac{1+T.p}{p}$ $\boxed{T = \frac{K_p}{K_i}}$

	ω	0 $\quad\quad$ $\frac{1}{T}=\frac{K_i}{K_p}=100\,rad/s$	$+\infty$
K_i Gain pur	Gain	Horizontale à $20\cdot log(Ki)=60\,dB$	
	Phase	Horizontale à 0°	
$\frac{K_p}{K_i}\cdot p+1$ Inverse d'un 1er ordre	Gain	Horizontale à $0\,dB$	Pente $+20\,dB/décade$
	Phase	Horizontale à 0°	Horizontale à +90°
$\frac{1}{p}$ Intégrateur pur	Gain	Pente -20 $dB/décade$	
	Phase	Horizontale à -90°	



DR4 - Diagrammes de Bode du correcteur

Question 10 Déterminer la valeur numérique de K_p telle que le gain en dB soit nul pour la pulsation 100rad/s.

On veut obtenir une pulsation de coupure à 100 rad/s. Sur la figure 14, on relève GdB (100 rad/s) $= -16$ dB pour $K_p = 10$. On doit donc multiplier K_p par $\lambda = 10^{16/20} \sim 6{,}31$. Soit $\boxed{K_p = 63{,}1}$ (sans unité).

Question 11 Déterminer alors la valeur numérique de K_i.

On a une pulsation de cassure à $\frac{K_i}{K_p}$.

D'après le sujet, on veut régler $\frac{K_i}{K_p} = 10\ rad/s$ avec $K_p = 63{,}1$. Soit $\boxed{K_i = 631\ s.}$

Question 12 Commenter le résultat obtenu vis-à-vis de l'exigence «1.7.1.1.3.». Expliquer pourquoi, à partir des exigences 1.6., cet asservissement n'est pas directement implanté en l'état dans le système.

Ces valeurs de réglage de Kp et Ki permettent de respecter tout juste l'exigence de rapidité liée à la bande passante à 100rad/s.

Sur la figure 16, on relève un pic de tension au démarrage ; jusqu'à la date 0,007 s, la tension est supérieure à 60 V. Ce réglage ne permet pas de satisfaire à l'exigence « Tension moteur max » (1.6.1.1).

Question 13 Préciser quelle ultime modification a apporté le constructeur afin de respecter les exigences de l'asservissement.

Afin de de satisfaire à l'exigence 1.6.1.1, le constructeur a ajouté une limitation de tension appelée saturation en tension à 60 V. Celle-ci est visible sur 15 ms en début d'évolution.

Remarque : Elle permet de protéger le moteur des surtension pouvant endommager son bobinage ou créer des arcs électrique et donc de l'usure au niveau des balais et collecteurs.

Le temps de réponse à 5% apparaît un peu dégradé mais reste compatible avec les 0,09 s attendues.