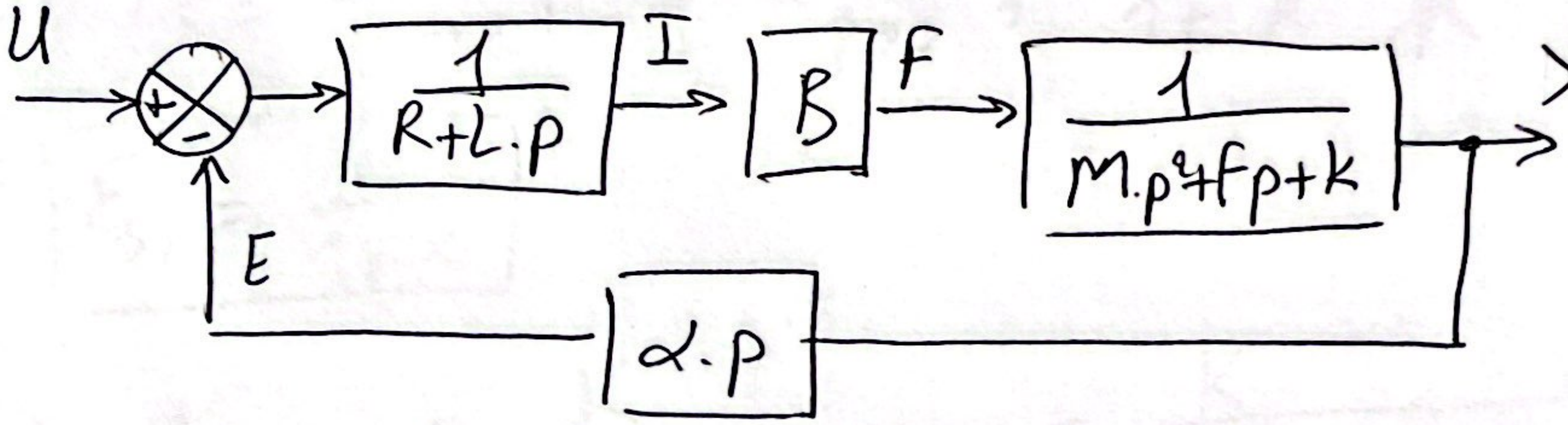
DM TETE DE LECTURE corrigé

1. $M p^2 Y(p) = F(p) - f\,p\,Y(p) - k\,Y(p)$

$E(p) = \alpha \cdot p \cdot Y(p)$

$F(p) = B \cdot I(p)$

$U(p) = R \cdot I(p) + L \cdot p \cdot I(p) + E(p)$



système bouclé mais non asservi car $\alpha.p$ ne correspond pas au gain ou à la fonction de transfert d'un capteur.

2. $\boxed{H_{bo}(p) = K \cdot H(p) = \dfrac{K}{1 + p + 2p^2 + 0{,}1p^3}}$

$\boxed{H_{BF}(p) = \dfrac{H_{bo}(p)}{1 + H_{bo}(p)} = \dfrac{K}{1 + K + p + 2p^2 + 0{,}1p^3}}$

3. $\mathcal{E}(p) = Y_c(p) - Y(p) = Y_c(p) - H_{bf}(p) \cdot Y_c(p)$

$\mathcal{E} = Y_c\left(1 - \dfrac{H_{bo}}{1 + H_{bo}}\right) = \dfrac{1}{1 + H_{bo}}\,Y_c$

$$\boxed{\mathcal{E}(p) = \frac{1}{1+\dfrac{K}{1+p+2p^2+0{,}1p^3}} \cdot Y_c(p)} \qquad \forall\, Y_c(p)$$

l'écart statique en position $\mathcal{E}_s = \lim\limits_{t \to +\infty} \mathcal{E}(t)$

pour $Y_c(t) = 1 \Rightarrow Y_c(p) = \frac{1}{p}$

d'après le théorème de la valeur finale :

$$\mathcal{E}_s = \lim_{p \to 0} p\,\mathcal{E}(p) = \lim_{p\to 0} \cancel{p} \frac{1}{1+K} \cdot \frac{1}{\cancel{p}}$$

$$\boxed{\mathcal{E}_s = \frac{1}{1+K}}$$

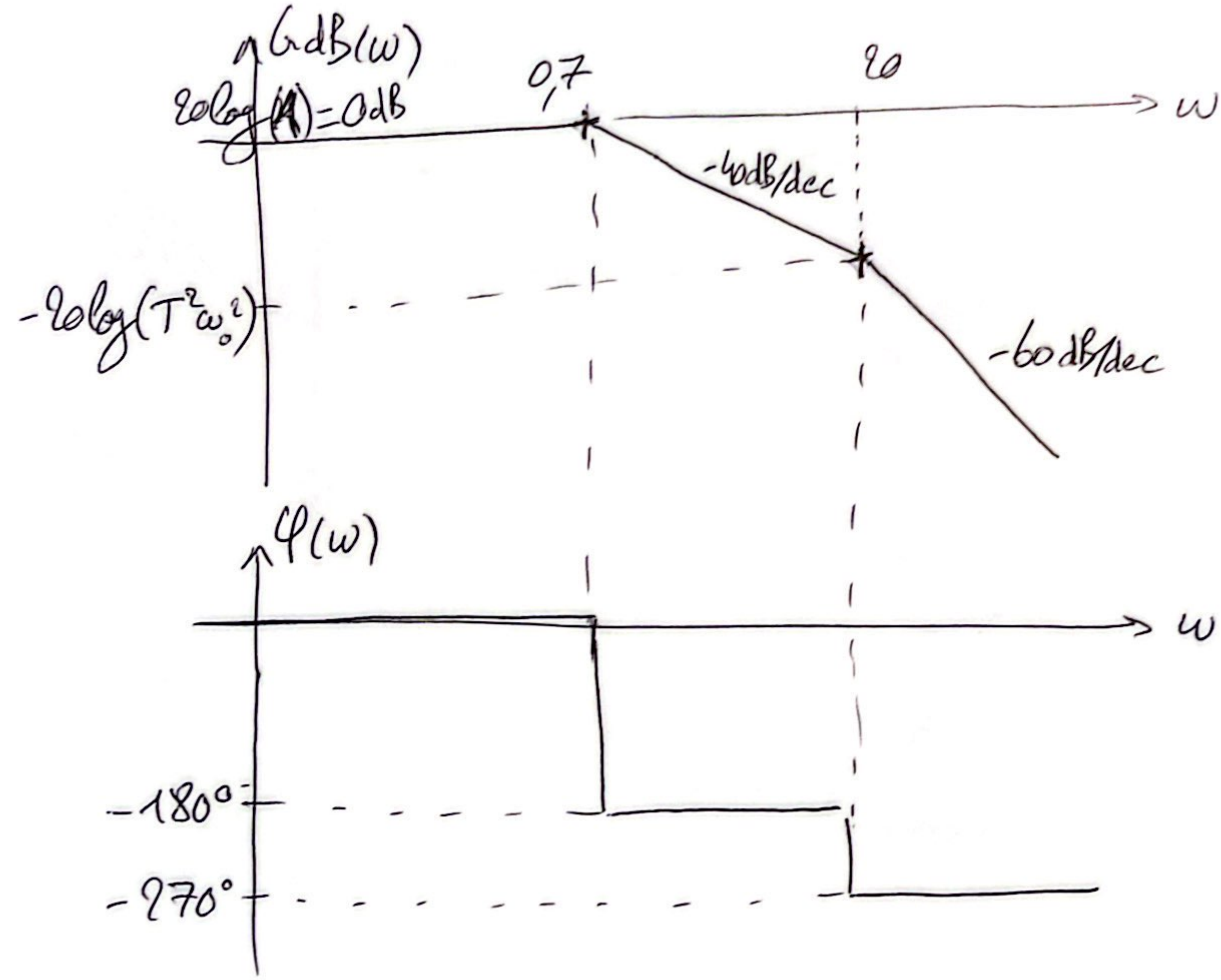
4. $H_{bo}(p) \simeq \dfrac{K}{(1+0{,}05p)(1+p+2p^2)} = \dfrac{K}{(1+Tp)\left(1+\frac{2\xi}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0^2}\right)}$

avec $T = 0{,}05$; $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \simeq 0{,}7\,\text{rad.s}^{-1}$; $\xi = 0{,}35$

on a donc 2 pulsations de cassures pour le diagramme de Bode asymptotique en $\omega = \frac{1}{T} = 20\,\text{rad.s}^{-1}$ et $\omega = \omega_0 = 0{,}7\,\text{rad.s}^{-1}$.

On peut donc tracer le diagramme de Bode par superposition avec des ordonnées des cassures faciles à calculer ou positionner graphiquement.

$\Big(\omega_0 ;\ \underbrace{20\log(1)}_{0\,dB}\Big)$ puis $\left(\frac{1}{T} ;\ 20\log\left(\frac{\cancel{K}\,1}{T^2 \cdot \omega_0^2}\right)\right)$



5. d'après le tracé précédent, on se rend compte que le 1er ordre ne modélise qu'une faible influence au pulsations élevée $\omega >> 20\,rad.s^{-1}$ devant $\omega_0 = 0{,}7\,rad.s^{-1}$.
On peut donc ne conserver que le 2nd ordre qui correspond aux 2 pôles complexes conjugués dominants
(plus petite partie réelle parmis celles des pôles)

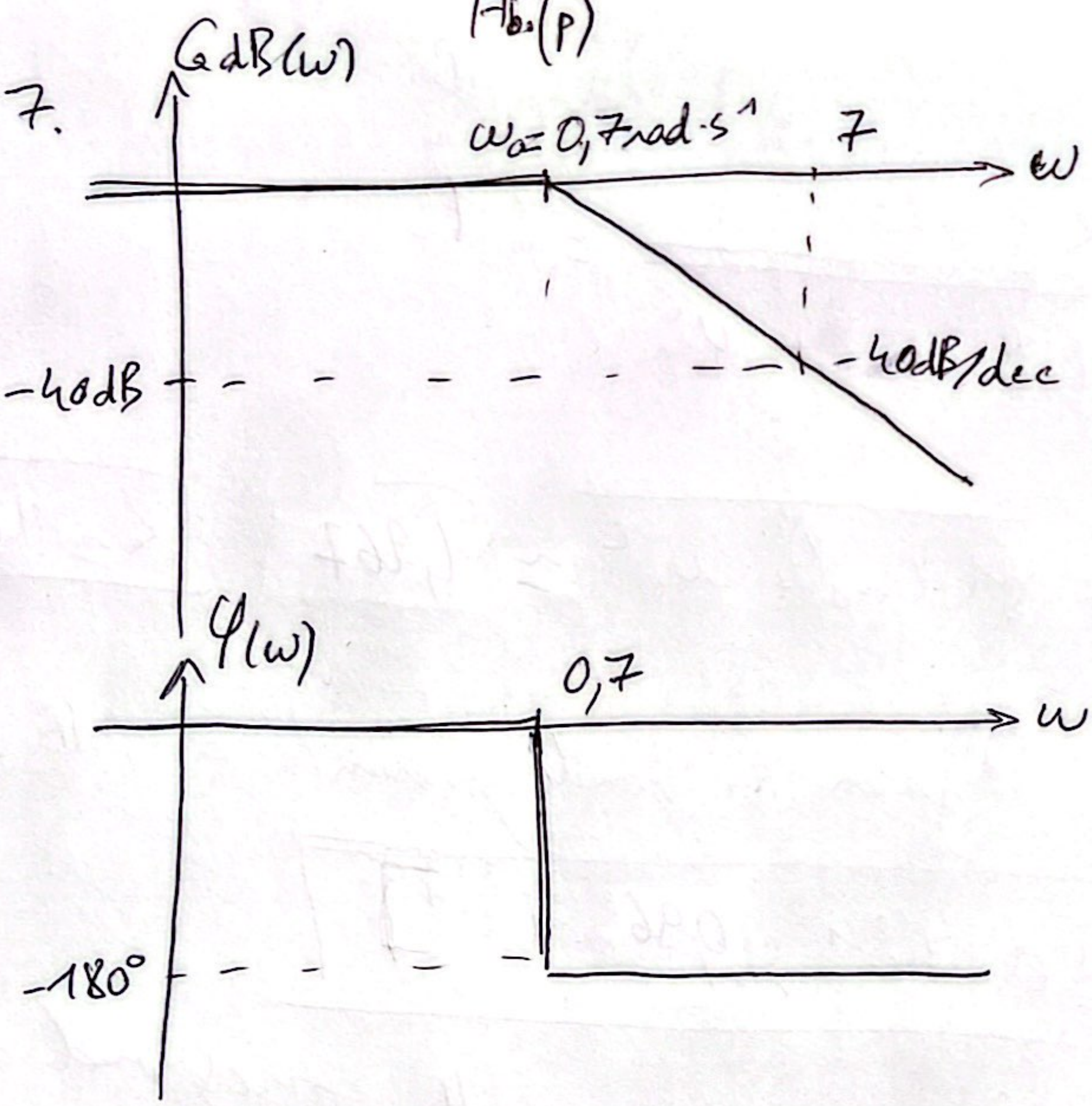
6. $$H_{bf}(p) = \frac{\frac{K}{1+p+2p^2}}{1+\frac{K}{1+p+2p^2}} = \frac{\frac{K}{1+K}}{1+\frac{p}{1+K}+\frac{2p^2}{1+K}}$$

↳ forme canonique

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1+K}{2}} \quad ; \quad z_0 = \frac{1}{2\sqrt{2}\sqrt{1+K}}$$

$$z_0 < \frac{1}{2\sqrt{2}} \text{ car } K>0 \Rightarrow z_0 < \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{\text{résonance}}$$

7.



8. on cherche K tel que $M\varphi = 45°$

or $M\varphi = 180° + \varphi(\omega_{0dB})$

on veut donc que la coupure à 0dB corresponde à la coupure à $-135°$ $(\omega_{0dB} = \omega_{-135°})$

On détermine $\omega_{-135°}$ telle que

$$\varphi(\omega_{-135°}) = -135° = -\arctan\left(\frac{\frac{2\xi\,\omega_{-135°}}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega_{-135°}^2}{\omega_0^2}}\right)$$

on note $\omega_c = \omega_{-135°}$

$$\Rightarrow \frac{\omega_c}{1 - 2.\omega_c^2} = \tan(135°) = -1$$

$$\Rightarrow 2.\omega_c^2 - \omega_c - 1 = 0 \qquad \omega_c = \frac{1 + \sqrt{1^2 + 4 \times 2 \times 1}}{4}$$

$$\omega_c = \frac{1 + \sqrt{9}}{4} = 1\,rad.s^{-1}$$

on a donc $G_{dB}(0,95) = 0\,dB$

$$\Rightarrow \frac{K}{\sqrt{(1-2.\omega_c^2)^2 + \omega_c^2}} = 1$$

$$\Rightarrow K = \sqrt{(1-2\omega_c^2)^2 + \omega_c^2} = \sqrt{2} \quad \boxed{K \simeq 1{,}4}$$

9. pour ce gain la bande passante à 0dB est :

$$\boxed{]0\ rad.s^{-1} ; 1\ rad.s^{-1}]}$$

en effet la coupure à 0dB correspond à la coupure à $-135°$ déterminée précédemment.