NOM : CORRIGE

Asservissement de position

1.

GdB(ω)= $20\log \dfrac{K}{\omega\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2-\left(\frac{2\xi\omega}{\omega_0}\right)^2}}$

φ(ω)= $-90° - \arctan\left(\dfrac{2\xi\frac{\omega}{\omega_0}}{1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}\right)$

Asymptotes pour $\omega \ll 10 rad.s^{-1}$:

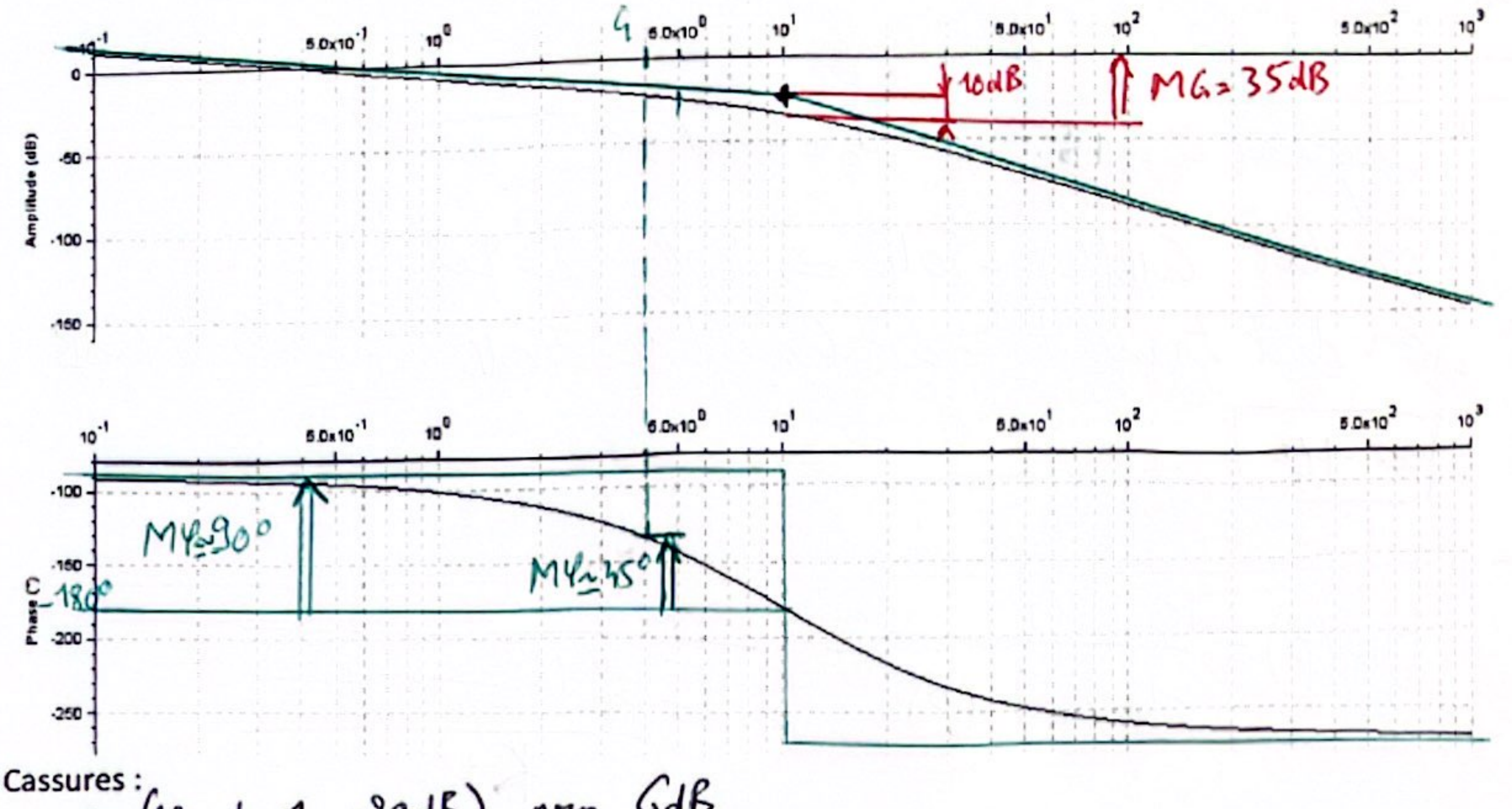
GdB(ω) = $20\log K - 20\log\omega$

φ(ω) = $-90°$

Asymptotes pour $\omega \gg 10 rad.s^{-1}$:

GdB(ω) = $20\log(K\omega_0^2) - 60\log\omega$

φ(ω) = $-270°$



Cassures :

en $(10 rad.s^{-1} ; -20 dB)$ pour GdB

en $(10 rad.s^{-1} ; (-90° \to -180°))$ pour φ

Identifications des paramètres canoniques :

ω_0 est la pulsation de cassure

$20\log\left(\frac{K}{\omega_0}\right)$ est l'ordonnée de la cassure en dB $\Rightarrow 20\log\left(\frac{K}{\omega_0}\right) = -25$ dB

$\Rightarrow \frac{K}{10} = 10^{-1,25}$

l'écart à l'asymptote en ω_0 est $20\log\frac{1}{2\xi} = -10 \Rightarrow \frac{1}{2\xi} = 10^{-0,5}$

K= $10^{-0,25} \simeq 0,56$

ξ= $\frac{\sqrt{10}}{2} = 1,58$

ω₀= $10\ rad\cdot s^{-1}$

2.

Critère du revers : Un système stable en boucle ouverte est stable en boucle fermée si le lieu de Bode de sa FTBO est tel que :

$G_{dB}(\omega_{-180°}) < 0\,dB$ avec $\varphi(\omega_{-180°}) = -180°$

ou $\varphi(\omega_{0dB}) > -180°$ avec $G_{dB}(\omega_{0dB}) = 0\,dB$

MG = 35dB

Mφ = 90°

3.

Coupure à -135° à $\omega_c = 4\ rad\cdot s^{-1}$

on lit $G_{dB}(4) = -20$dB $\Rightarrow 20\log K_c = 20$

on doit translater verticalement de +20dB la courbe de GdB

Kc= 10

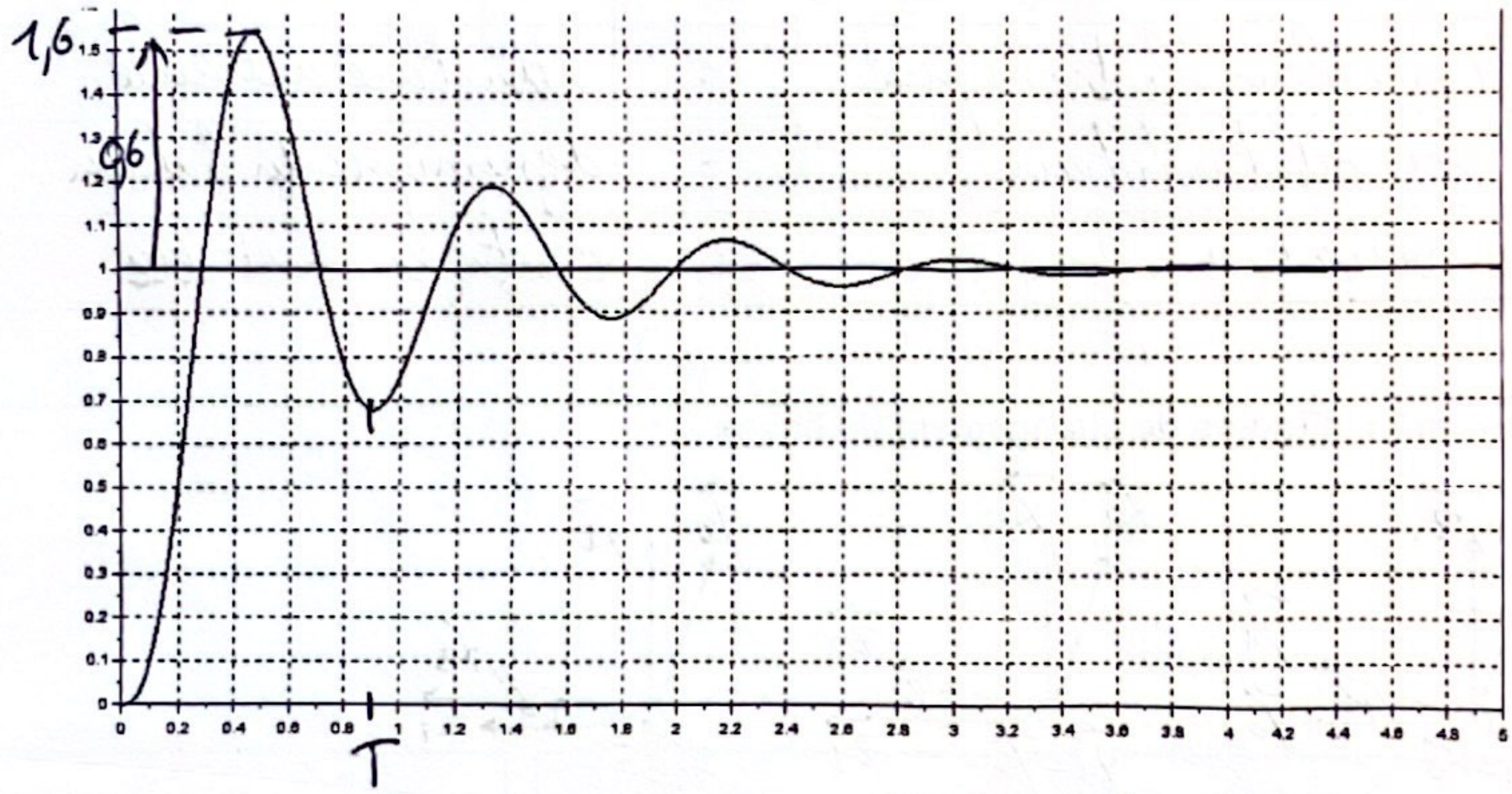
4.

$$H_{bf}(p) = \frac{K_c H(p)}{1+K_c\cdot H(p)} = \frac{1}{1+\frac{p\left(1+\frac{2\xi}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0^2}\right)}{\cancel{K}\,K_c}}$$

$$H_{bf}(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{KK_c} + \frac{2\xi}{\omega_0 KK_c} p^2 + \frac{p^3}{\omega_0 KK_c}}$$

$a = 0,18$; $b = \frac{1}{0,8 \cdot 10\sqrt{10}} \simeq 0,037$; $c = 0,018$

5. **Reponse indicielle en position (en m) en fonction du temps (en s)**



$D_1 = e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \Rightarrow \xi = \frac{|\ln D_1|}{\sqrt{\pi^2 + (\ln D_1)^2}} = 0,16$

$D_1 = \frac{0,6}{1} = 0,6$ lue

$T = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-\xi^2}} \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T\sqrt{1-\xi^2}}$

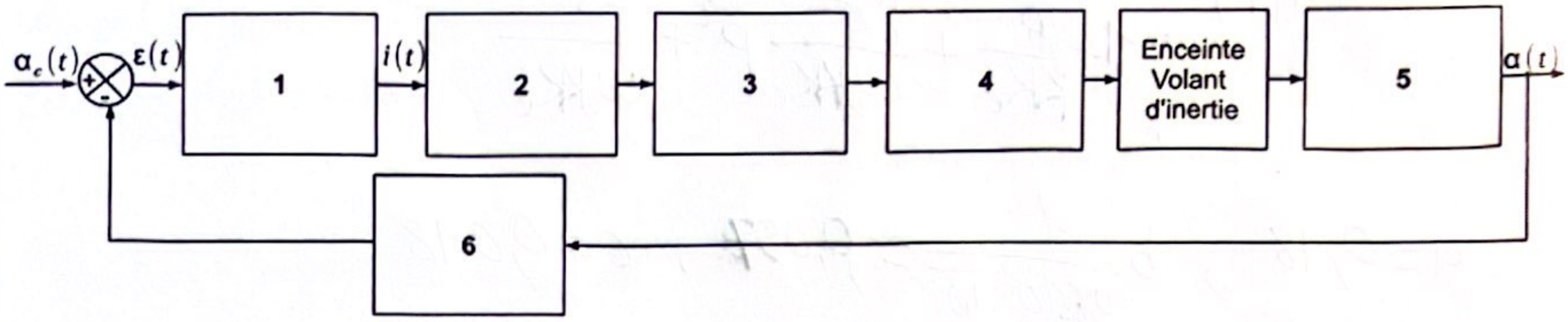
$T = 0,9\,s$ valeur lue $\Rightarrow$ $\boxed{\omega_0 = 7,1 \text{ rad.s}^{-1}}$

$\boxed{\xi = 0,16}$

gain statique $\boxed{K = 1}$

Stabilisateur gyroscopique de bateau

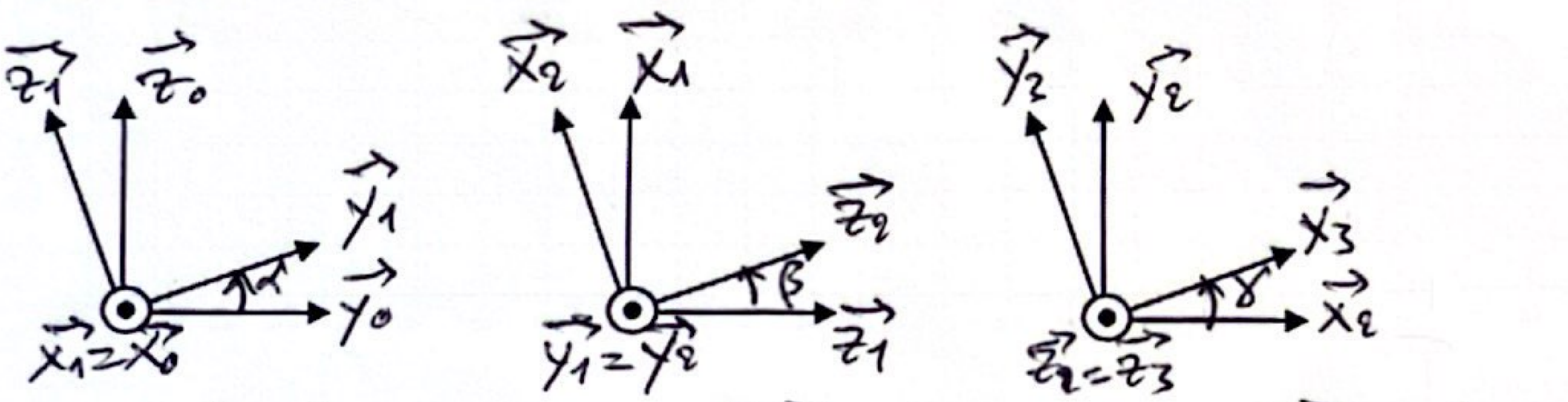
Question 1 :Schéma-blocs fonctionnel



Repères	Constituants du schéma-blocs
1	Contrôleur électronique
2	servodistributeur
3	vérins

Repères	Constituants du schéma-blocs
4	structure articulée
5	dynamique du bateau
6	centrale inertielle

Question 2 : Figures de changement de bases

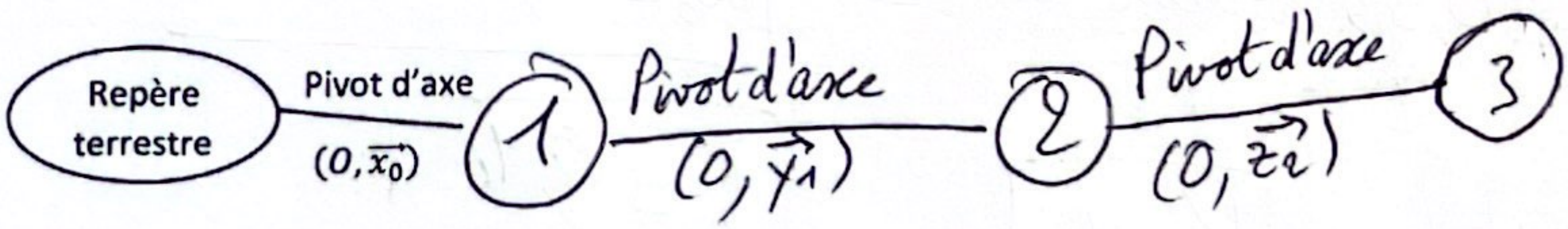


$\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \dot{\alpha}\,\vec{x_1}$ $\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \dot{\beta}\,\vec{y_1}$ $\overrightarrow{\Omega_{3/2}} = \overrightarrow{\Omega^{3/2}} = \dot{\gamma}\,\vec{z_2}$

Expression de $\overrightarrow{\Omega_{3/0}}$ dans la base associée au repère R_2

$$\overrightarrow{\Omega_{3/0}} = \dot{\alpha}\cdot\cos\beta \;\cdot\; \vec{x_2} + \dot{\beta} \;\cdot\; \vec{y_2} + \dot{\gamma} + \dot{\alpha}\cdot\sin\beta\cdot\vec{z_2}$$

Question 3 : Graphe des liaisons



Question 4 : Fonction de transfert H(p)

$$I_g \cdot p^2 \cdot \beta(p) = C_n(p) + C_3 \cdot \omega_m \cdot p \cdot \alpha(p) \Rightarrow \beta = \frac{C_3 \omega_m}{I_g \cdot p} \alpha$$

$$I_b \cdot p^2 \cdot \alpha(p) = C_{mer}(p) - f_b \cdot p \cdot \alpha(p) - k_b \alpha(p) - C_3 \omega_m \cdot p \beta(p)$$

$$\left(I_b \cdot p^2 + f_b \cdot p + k_b + \frac{(C_3 \cdot \omega_m)^2}{I_g} \right) \cdot \alpha(p) = C_{mer}(p)$$

$$\Rightarrow H(p) = \frac{1}{k_b + \frac{(C_3 \cdot \omega_m)^2}{I_g} + f_b \cdot p + I_b \cdot p^2}$$

K= $k_b + \frac{(C_3 \cdot \omega_m)^2}{I_g}$	A= f_b	B= I_b

Stable : oui / ~~non~~ Justification stabilité : 2^{nd} ordre à coefficients positifs.

Question 5 : Equations λ_a et γ_a en fonction de β

fermeture géométrique : $\vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BO} = \vec{0}$

$$e\vec{z_a} - \lambda_a \vec{x_{3a}} + L_1 \vec{x_1} - d\vec{z_1} = \vec{0}$$

en projection dans la base 1

$$\begin{cases} e \cdot \sin\beta - \lambda_a \cdot \cos\gamma_a + L = 0 \\ e \cdot \cos\beta + \lambda_a \sin\gamma_a - d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_a \cos\gamma_a = L + e\sin\beta \\ \lambda_a \sin\gamma_a = d - e\cos\beta \end{cases}$$

$$\lambda_a = \sqrt{(L+e\sin\beta)^2+(d-e\cos\beta)^2}$$

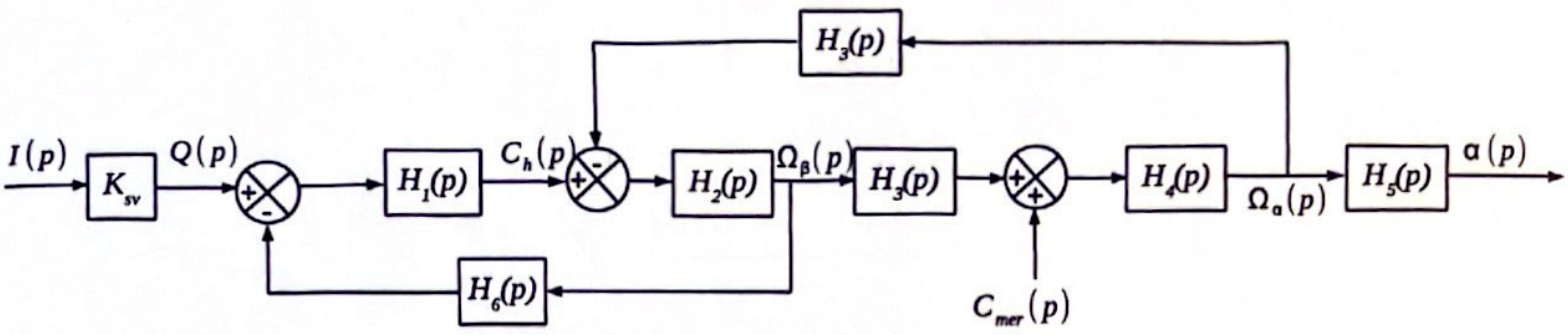
$$\gamma_a = \arctan\left(\frac{d-e\cos\beta}{L+e\sin\beta}\right)$$

Question 6 :

γ_a et γ_b restent faibles et très proches de 0.
Donc les vérins restent quasi horizontaux.

Question 7 : Schéma-blocs

Indication : eq 3 dans le domaine de Laplace donne H_6 puis H_1



$H_1(p) = \dfrac{2 \cdot B \cdot Se}{p \cdot V_0}$	$H_4(p) = \dfrac{p}{I_b \cdot p^2 + f_b \cdot p + k_b}$
$H_2(p) = \dfrac{1}{I_g \cdot p}$	$H_5(p) = \dfrac{1}{p}$
$H_3(p) = -C_3\,\omega_m$	$H_6(p) = S \cdot e$

Question 8 : Equivalence de schémas-blocs

Par lecture directe du schéma-bloc :

$$\alpha(p) = H_5(p)\,H_4(p)\left(C_{mer}(p) + H_3(p)\cdot H_2(p)\left(-H_3(p)\cdot\Omega_\alpha(p) + H_1(p)\cdot\left(K_{sv}\,I(p) - H_6(p)\,\Omega_\beta(p)\right)\right)\right)$$

avec $\left(\Omega_\beta(p)\,H_3(p) + C_{mer}(p)\right)H_4(p)\,H_5(p) = \alpha(p)$ et $\Omega_\alpha(p) = \dfrac{\alpha(p)}{H_5(p)}$

$$\Rightarrow \alpha = H_5 \cdot H_4 \cdot \left(C_{mer} + H_3 H_2\left(-\frac{H_3}{H_5}\alpha + H_1\left(K_{sv}\cdot I - \frac{H_6}{H_3 H_4 H_5}\left(\alpha - H_4 H_5 C_{mer}\right)\right)\right)\right)$$

$$\alpha = C_{mer}\left(H_4 \cdot H_5 + \frac{H_1 H_2 \cancel{H_3} H_4^2 H_5^2 H_6}{\cancel{H_3} H_4 H_5}\right) + I\left(H_1 H_2 H_3 H_4 H_5 K_{sv}\right)$$

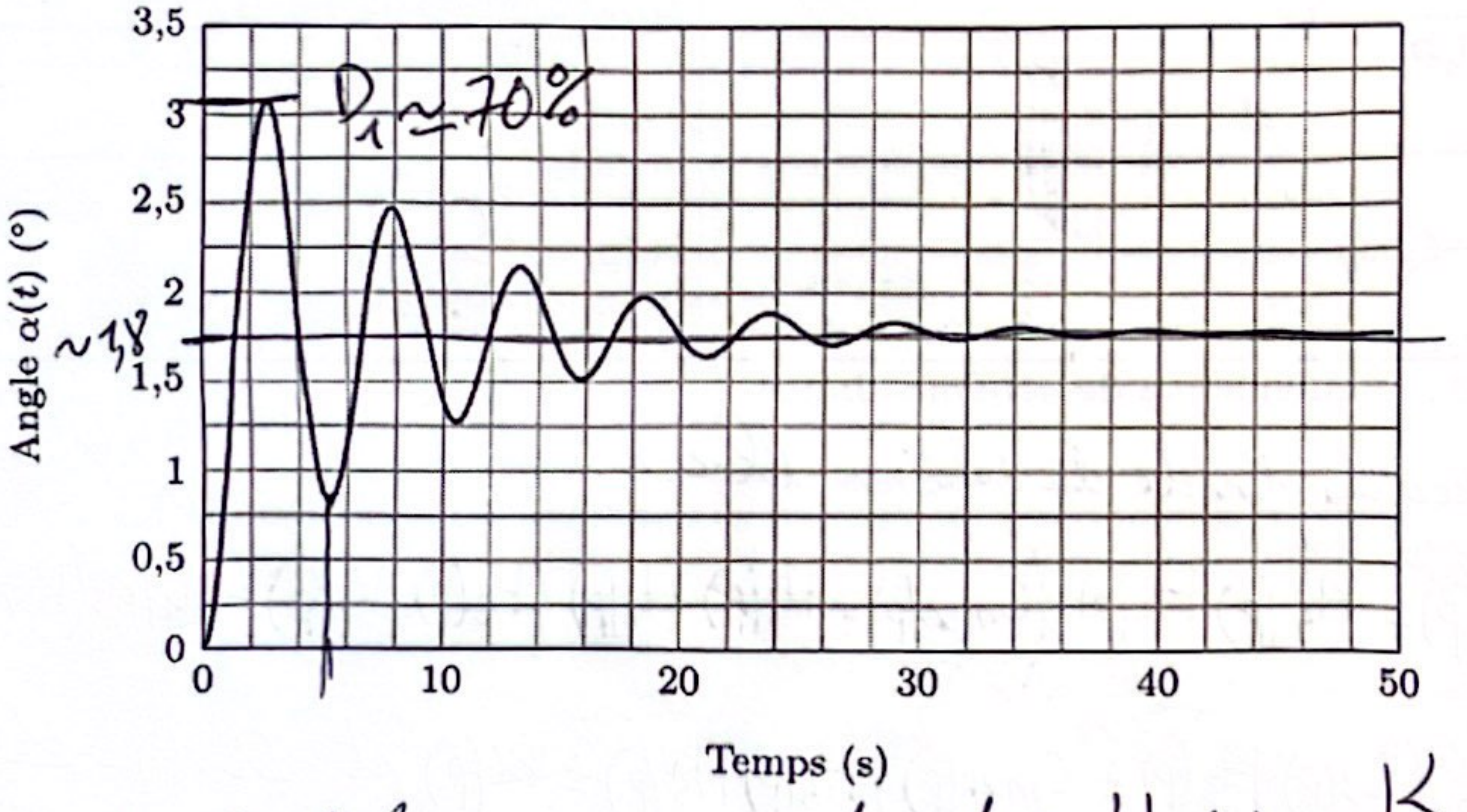
$$+ \alpha\left(-\frac{H_2 H_3^2 H_4 \cancel{H_5}}{\cancel{H_5}} - \frac{H_1 H_2 \cancel{H_3 H_4 H_5} H_6}{\cancel{H_3 H_4 H_5}}\right)$$

On peut alors identifier successivement H_b puis H_a

$H_a(p) = \dfrac{1 + H_1 H_2 H_6}{H_1 H_2 H_3}$

$H_b(p) = \dfrac{H_1 H_2 H_3 H_4 H_5}{1 + H_2 H_3^2 H_4 + H_1 H_2 H_6}$

Question 9 : Identification



On peut identifier un second ordre $H_b(p) = \dfrac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$

$K = \dfrac{\alpha(\infty)}{i(0)}$; $D_1 \simeq \dfrac{3,1 - 1,8}{1,8} \simeq 0,7 \Rightarrow \xi = 0,1$ avec l'abaque

$T \simeq 5,5s \Rightarrow \omega_0 = \dfrac{2\pi}{T\sqrt{1-\xi^2}} \simeq 1,4 \, rad.s^{-1}$ ou $\xi = \dfrac{|\ln D_1|}{\sqrt{\pi^2 + (\ln D_1)^2}}$

Valeurs des paramètres caractéristiques : $\boxed{K = 1,8°.A^{-1} \; ; \; \xi = 0,1 \; ; \; \omega_0 = 1,4 \, rad.s^{-1}}$

Question 10 : Théorème de la valeur finale : $\varepsilon_S = \lim_{t \to +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \to 0} p.\varepsilon(p)$

Précision

$$\varepsilon_S = \lim_{p \to 0} p\left(\alpha_c(p) - \alpha(p)\right) = \lim_{p \to 0} p\left(\frac{\alpha_{c0}}{p} - \frac{C(p)K_{sv}H_b(p)}{1+C(p)K_{sv}H_b(p)}\frac{\alpha_{c0}}{p}\right)$$

$$\varepsilon_S = \lim_{p \to 0} \alpha_{c0} \frac{1}{1+C(p).K_{sv}.H_b(p)}$$

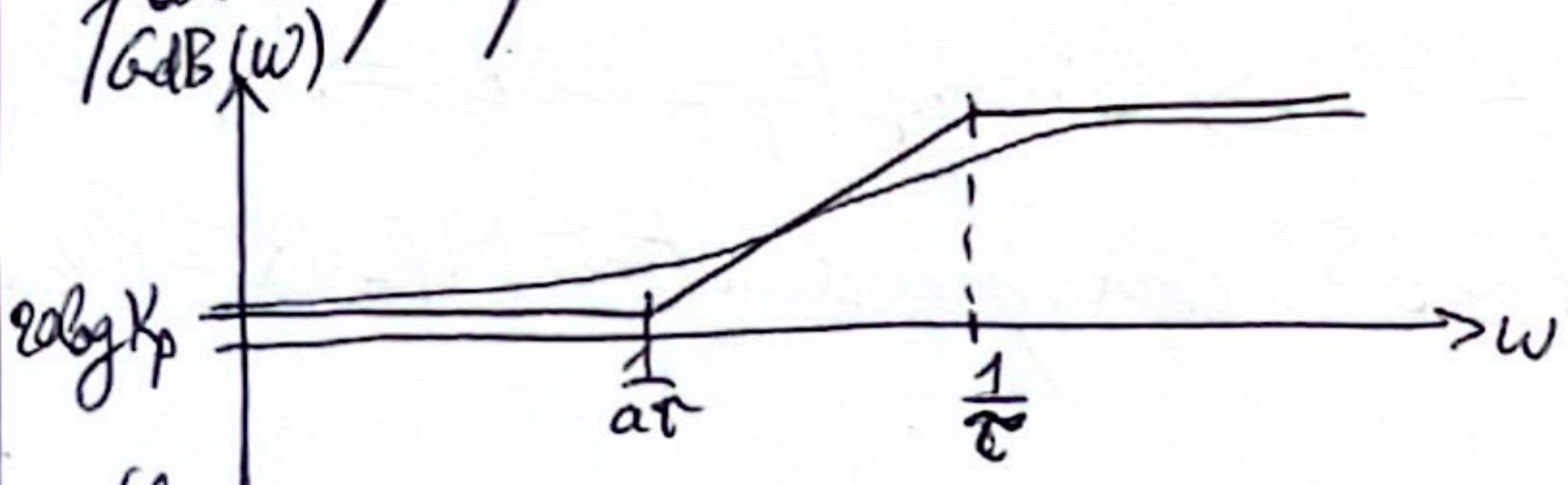
$$\varepsilon_S = \frac{\alpha_{c0}}{1+K_p.K_{sv}.K_b} \Rightarrow \frac{1}{1+K_p.K_{sv}.K_b} \leq 0{,}05$$

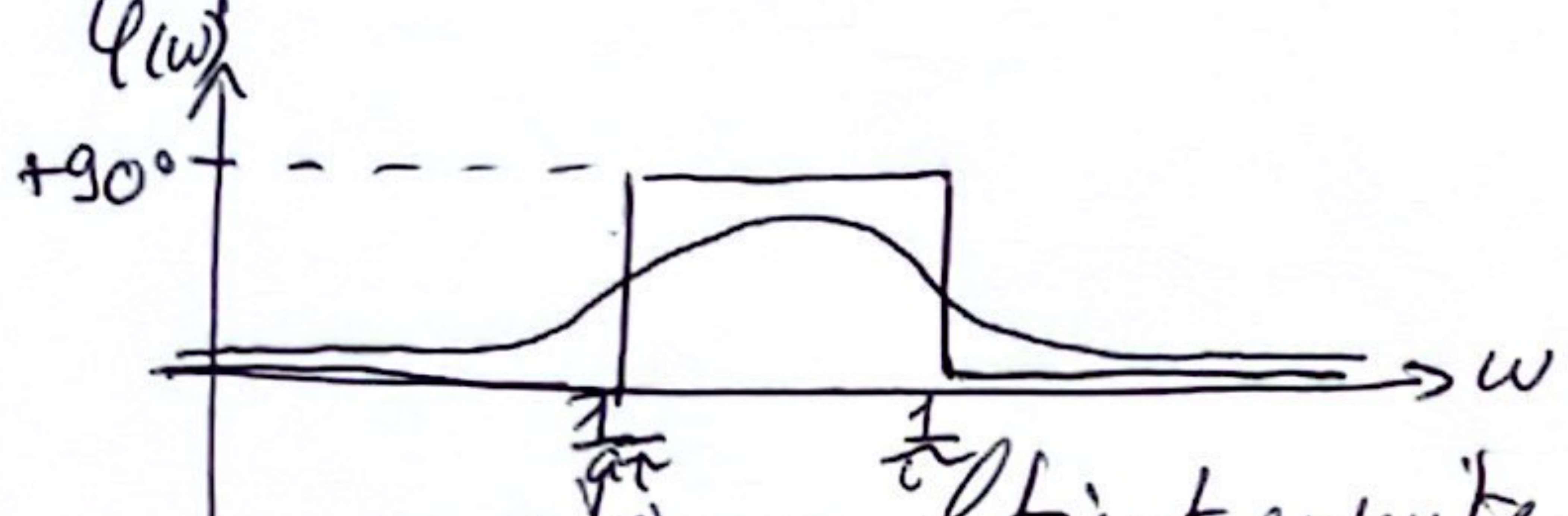
$$\Rightarrow K_p \geqslant \frac{19}{2}$$

Valeur minimale de K_p : 9,5 $A.rad^{-1}$

Question 11 : $C(p) = K_p \times (1 + a.\tau.p) \times \frac{1}{1+\tau p}$

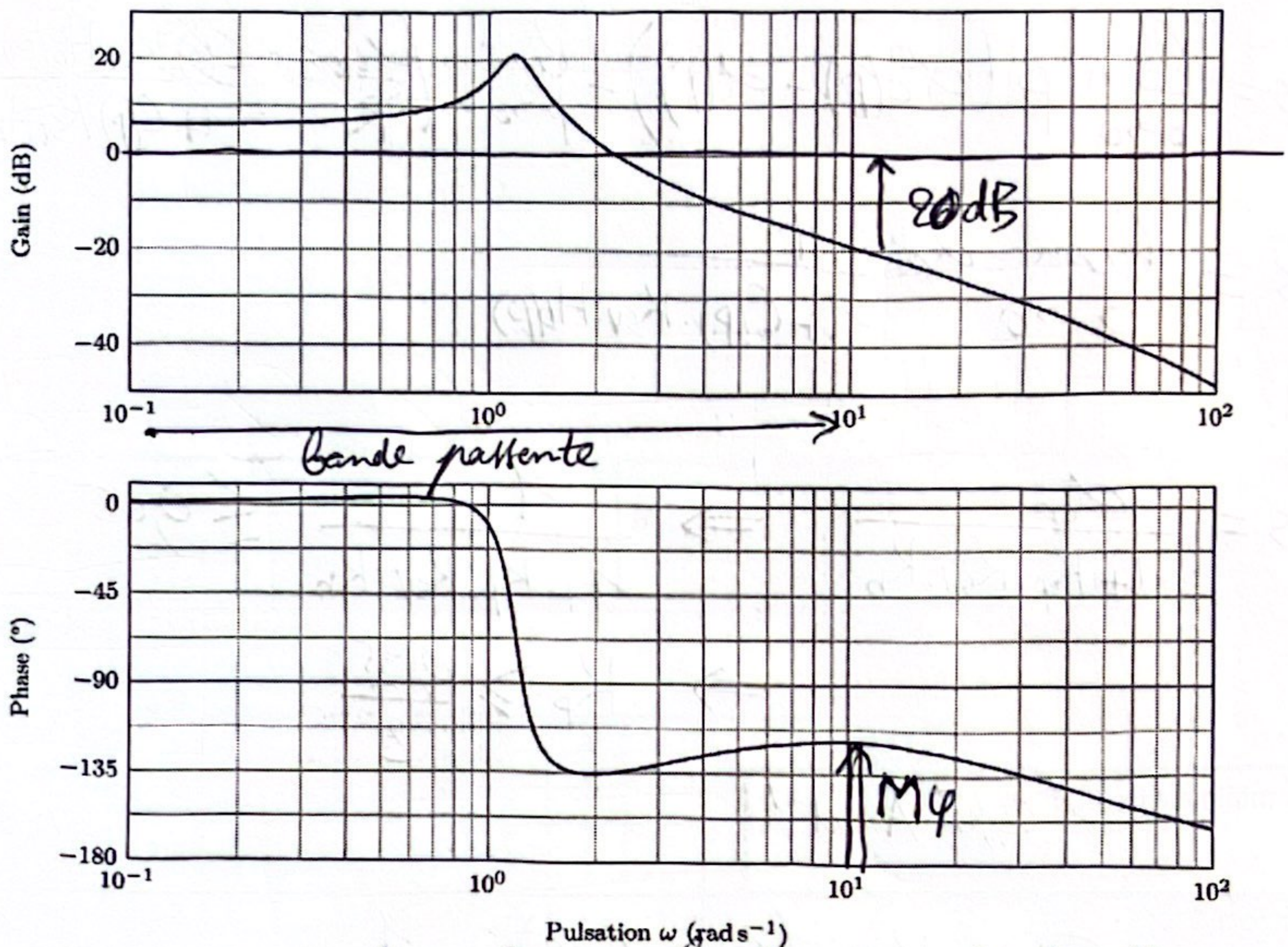
par superposition





par superposition on obtient ensuite celui de la FTBO corrigée

Question 12 : Réglage du correcteur



On doit translater la courbe de gain de 20dB pour respecter le critère de bande passante tel que $\omega_{c0dB} = 10\ rad.s^{-1} \Rightarrow 20\log K_p = 20dB \Rightarrow K_p = 10$

On a alors $M\varphi \simeq 65°$ correspondant à $M\varphi = 180° + \varphi(\omega_{c0dB})$

$\boxed{K_p = 10\ A.rad^{-1}}$

Question 13 : **Influence d'une perturbation**

Expression de $\alpha(t)$= $C_0 |H_r(j\omega)| \sin(\omega t + \arg(H_r(j\omega)))$

Pulsation	Rapport d'amplitude		Déphasage	
	Sans stabilisation	Avec stabilisation	Sans stabilisation	Avec stabilisation
1 rad/s	$10^{-\frac{90}{20}}$	$10^{-\frac{111}{20}}$	−20°	$\simeq -20°$
10 rad/s	$10^{-\frac{135}{20}}$	$10^{-\frac{134}{20}}$	−180°	$\simeq -165°$

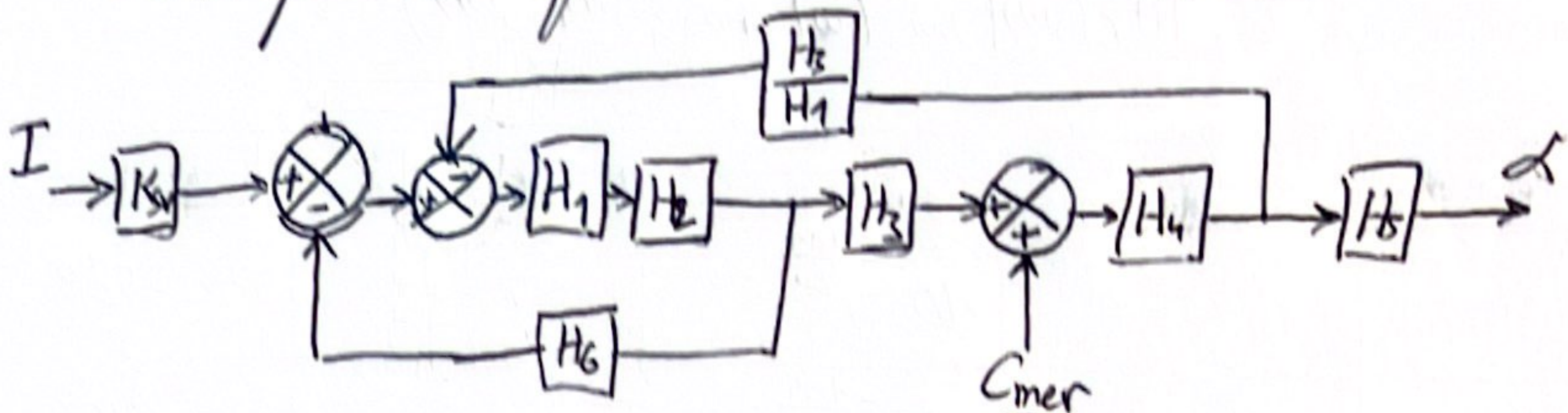
Conclusion : Les oscillations sont atténuées d'un facteur 10 avec stabilisation à $1\,rad.s^{-1}$. A haute fréquence il n'y a pas d'effet. Le déphasage n'est pas modifié.

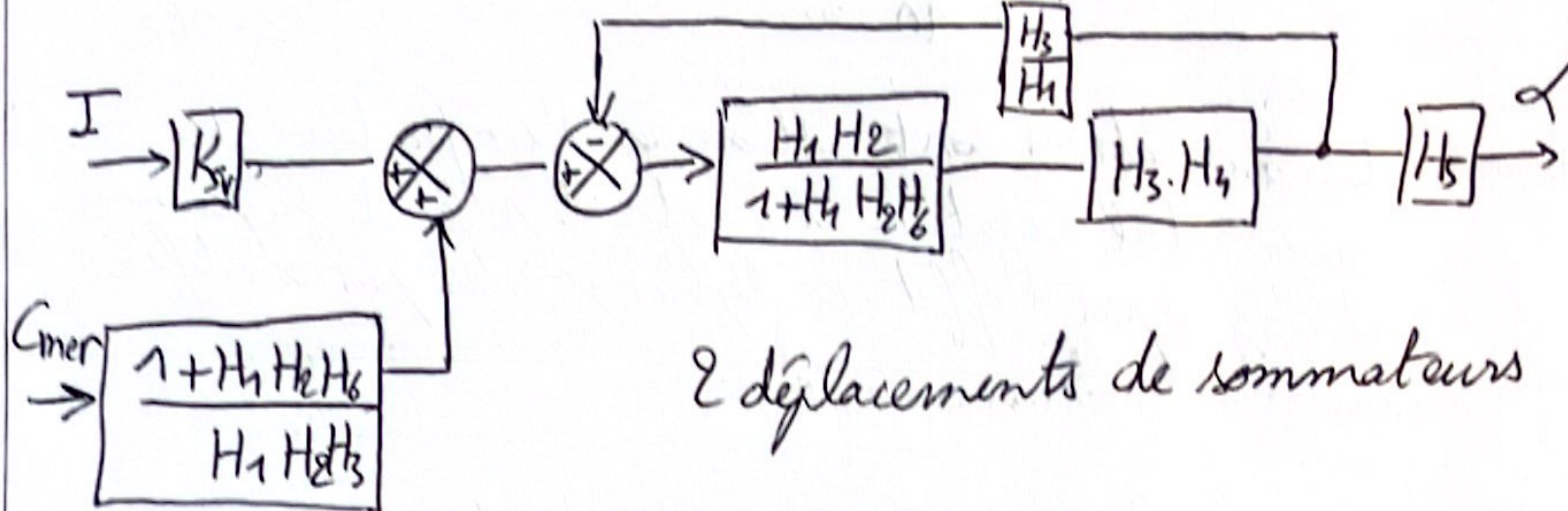
Question 14 : **Apport du système de stabilisation**

$$\omega_{mer} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{25}{4}} \simeq 1\,rad.s^{-1}$$

On passe alors à une oscillation de 60° à 6° d'amplitude soit un facteur 10. Cela correspond aux 20dB d'écart relevés sur le diagramme de Bode : $\frac{10^{-\frac{111}{20}}}{10^{-\frac{90}{20}}} \simeq 10^{-\frac{21}{20}} \simeq 0,1$.

Q.7. par modification du schéma bloc :





2 déplacements de sommateurs

$$\Rightarrow \boxed{H_b = \frac{1+H_1 \cdot H_2 \cdot H_6}{H_1 \cdot H_2 \cdot H_3}}$$

$$H_a = H_5 \cdot \frac{\dfrac{H_1 H_2 H_3 H_4}{1+H_1 H_2 H_6}}{1+\dfrac{\cancel{H_1} H_2 H_3 H_4}{1+H_1 H_2 H_6} \times \dfrac{H_3}{\cancel{H_1}}}$$

$$\boxed{H_a = \frac{H_1 \cdot H_2 \cdot H_3 \cdot H_4 \cdot H_5}{1+H_1 \cdot H_2 \cdot H_6 + H_4 H_2 H_3^2}}$$