

DATE			HEURE DÉBUT	HEURE FIN
30	03	24	8h10	11h10

CLASSE	MPSI
--------	------

matière	S.I.I.
---------	--------

professeur	LILLONI 169
------------	-------------

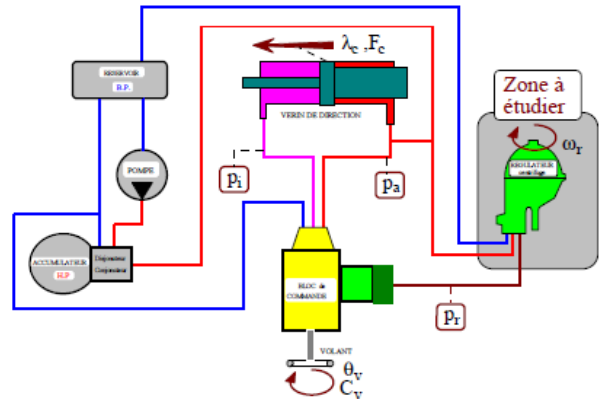
CONSIGNES	Calculatrice	OUI <input checked="" type="checkbox"/>	NON <input type="checkbox"/>
	Documents	OUI <input type="checkbox"/>	NON <input checked="" type="checkbox"/>
	<ul style="list-style-type: none"> - Pas de téléphone ni de montre connectée sous peine d'exclusion immédiate. - Traiter les différents exercices sur des copies doubles séparées et numérotées bien écrire votre nom sur chaque copie - Les pages 13, 14, 15 sont des documents réponses à rendre avec vos copies en précisant bien votre nom. 		

REGULATEUR CENTRIFUGE D'UNE DIRECTION ASSISTEE HYDRAULIQUE

Mise en situation et description

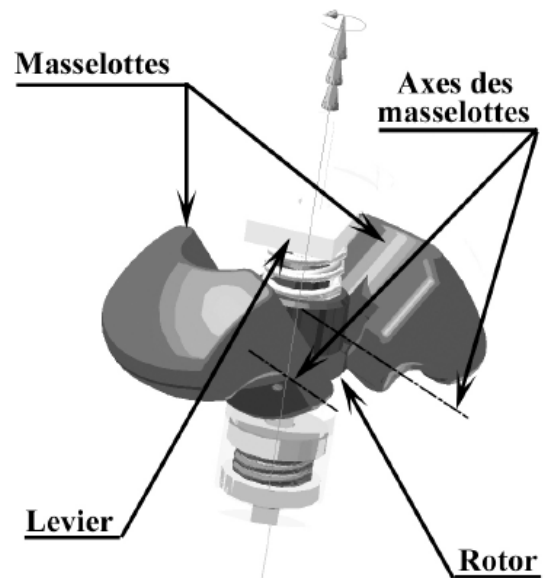
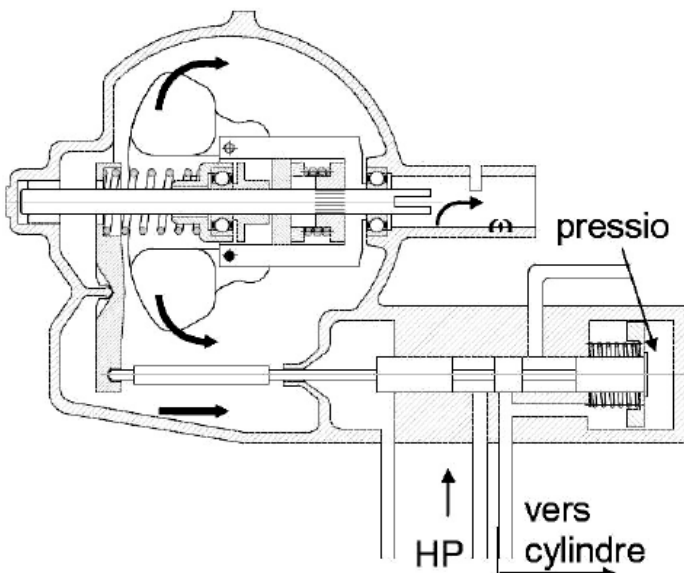
Le mécanisme de direction assistée DIRAVI étudié est décrit ci-dessous. Le schéma ci-dessous représente les différents constituants, ainsi que les connexions hydrauliques associées. En plus du classique système mécanique de direction (volant, colonne de direction, pignon, crémaillère...), l'ensemble d'assistance est constitué:

- D'une pompe hydraulique, associée à un réservoir d'huile, un accumulateur de pression et un bloc de régulation de débit / pression.
- D'un ensemble de commande qui détecte les actions exercées par le conducteur au niveau du volant et provoque le couple de rappel, celui-ci variant en fonction de la position du volant;
- D'un régulateur centrifuge, qui permet de faire varier le couple de rappel du volant en fonction de la vitesse du véhicule.
- D'un vérin hydraulique d'assistance ou vérin de direction,

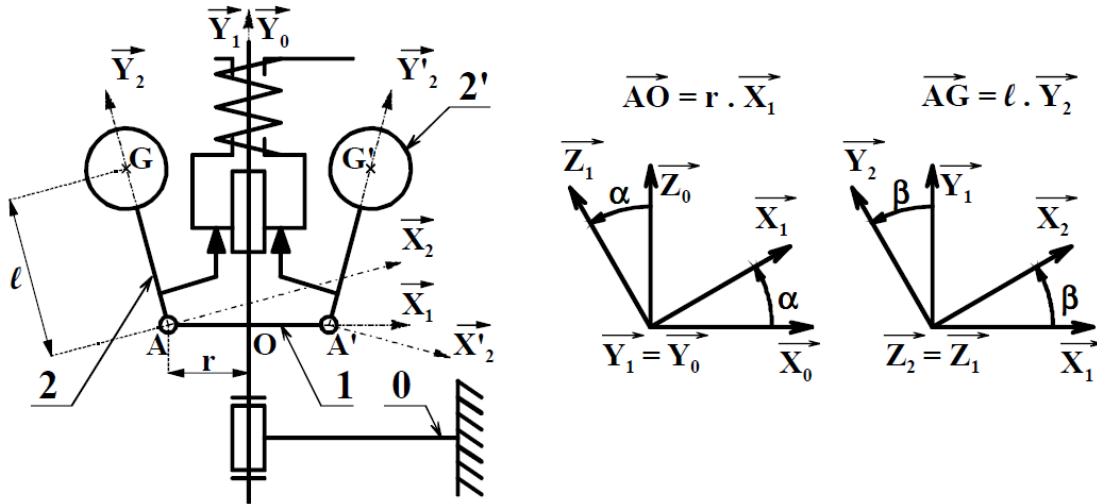


Nous allons étudier le régulateur ci-contre qui est constitué :

- D'un rotor 1 qui est en liaison pivot sur le bâti 0 et qui tourne à une vitesse $\dot{\alpha}$ proportionnelle à la vitesse du véhicule
- De deux masselottes 2 articulées sur le rotor 1 sur des axes orthogonaux à l'axe de rotation du rotor
- D'un levier 3, qui actionné indirectement (via un ressort) par les masselottes, commandera à son tour un distributeur régulant la pression p_r de pilotage du boîtier de commande.



Paramétrage et schématisation du régulateur centrifuge



- On pose :
- ☞ α : la position angulaire du rotor 1 par rapport au bâti 0.
 - ☞ β : la position angulaire de la masselotte 2 par rapport au rotor 1.
 - ☞ r : la distance entre l'axe du rotor et celui de la masselotte ($r = C^{te}$).
 - ☞ l : la distance entre l'axe de la masselotte et son centre d'inertie G ($l = C^{te}$).
 - ☞ $R_0(\vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$; $R_1(\vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1)$; $R_2(\vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_2)$ et $R_2'(\vec{X}_2', \vec{Y}_2', \vec{Z}_2')$ les repères respectivement liés aux solides 0, 1, 2 et 2'.

Question 1 : Proposer un graphe de liaison limité aux solides 0,1 et 2.

Question 2 : Exprimer le plus simplement possible les torseurs cinématiques associés aux liaisons du graphe précédent.

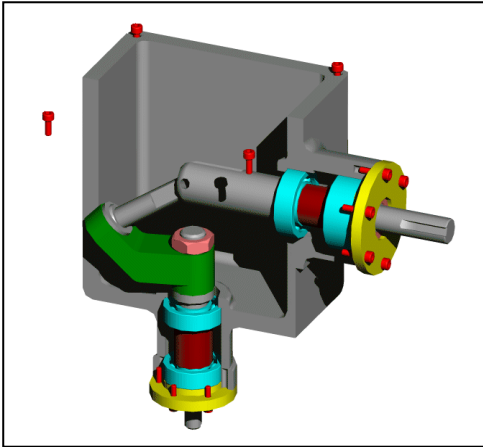
Question 3 : Déterminer le torseur cinématique du mouvement de 2 par rapport à 0 en A.

Question 4 : Exprimer $\vec{V}(G,2/0)$ le vecteur vitesse du point G dans le mouvement de 2 par rapport à 0.

Question 5 : Démontrer que $\vec{V}(G,2/0) = \vec{V}(G/0)$ Calculer $\vec{a}(G/0) = \frac{d\vec{V}(G/0)}{dt}_{/0}$ le vecteur accélération de G par rapport à 0. Donner sa forme particulière lorsque $\dot{\alpha} = cte$ et $\beta = \beta_0 = cte$. Pourquoi appeler ce dispositif régulateur centrifuge ?

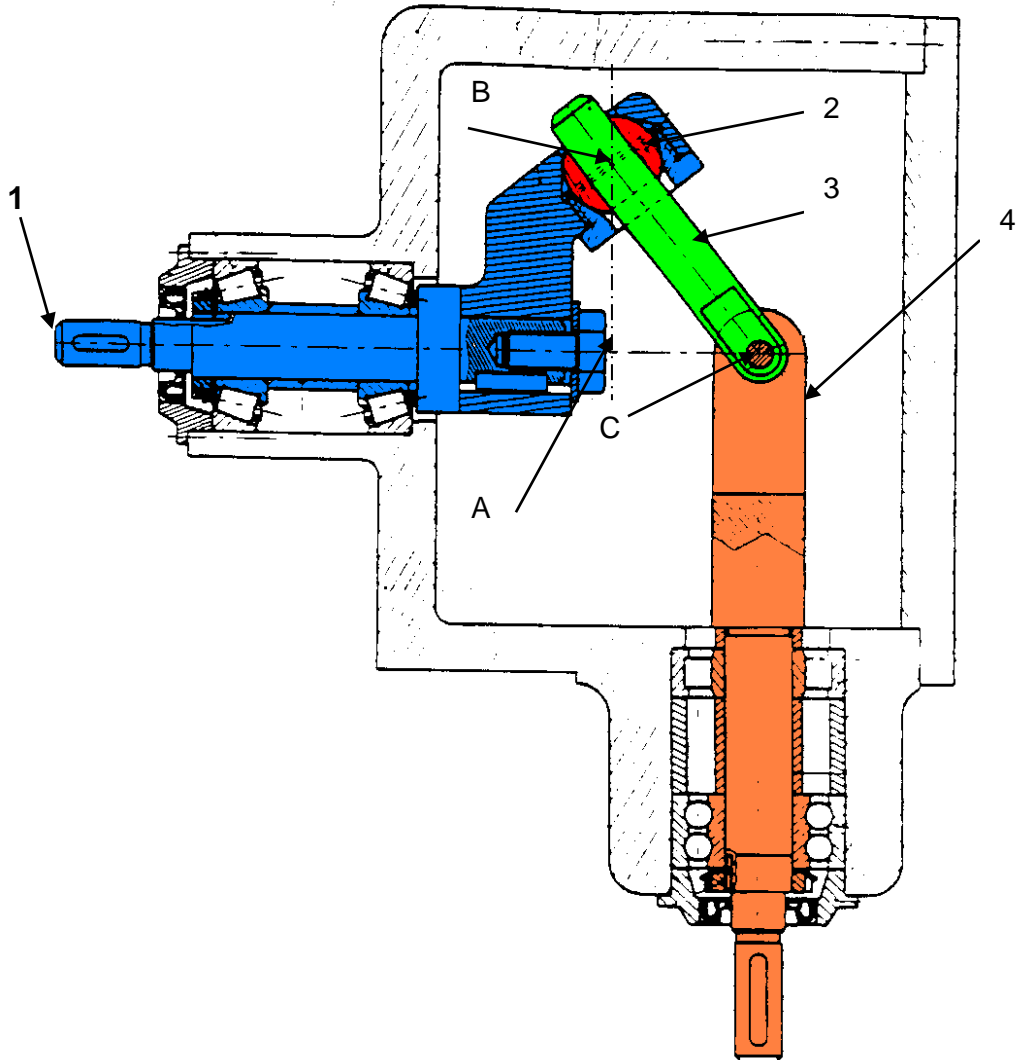
MELANGEUR

1. Description



Le mécanisme dont la vue 3D et le plan en coupe sont donnés ci-contre est un mélangeur. Un moto-réducteur non représenté entraîne en rotation à vitesse constante autour de l'axe (A, \vec{y}_0) l'arbre d'entrée 1. Le déplacement de l'axe de transmission 3, ainsi produit, permet la rotation alternative de l'arbre récepteur 4 autour de l'axe (C, \vec{z}_0) . On obtient ainsi un mouvement permettant le mélange de certains produits pâteux ou pulvérulents.

2. Dessin technique en coupe du mélangeur



La pièce 2 a une géométrie sphérique.

Torseurs cinématiques associés aux liaisons $L_{i/j}$

$$\{V(S_i / S_j)\}_A = \left\{ \begin{array}{cc} p_{ij} & u_{ij} \\ q_{ij} & v_{ij} \\ r_{ij} & w_{ij} \end{array} \right\}_A$$

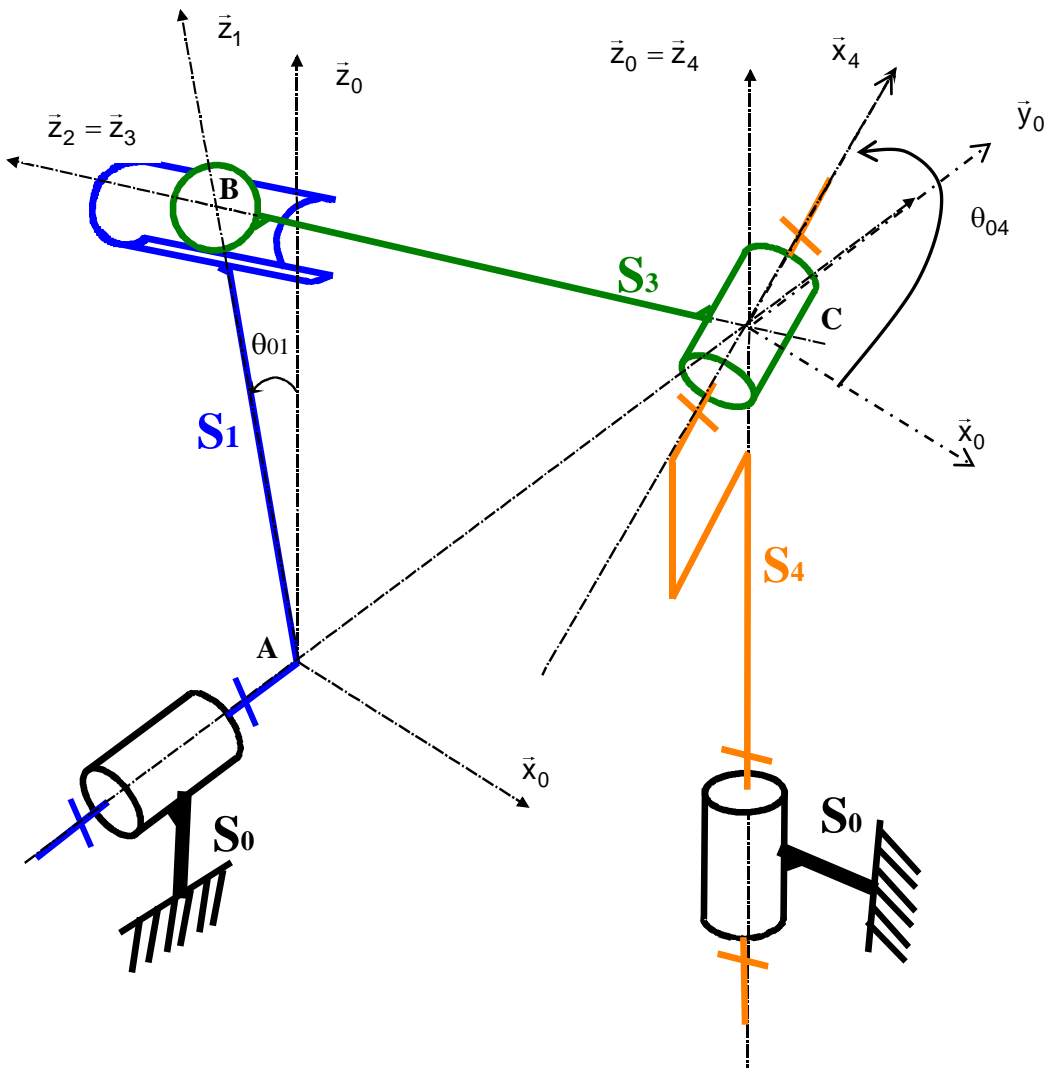
$$\text{avec } \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}(S_i / S_j) = p_{ij}\vec{x} + q_{ij}\vec{y} + r_{ij}\vec{z} \\ \vec{V}(A, S_i / S_j) = u_{ij}\vec{x} + v_{ij}\vec{y} + w_{ij}\vec{z} \end{array} \right.$$

3. Schéma cinématique et liaison équivalente

- Q1.** Donner le schéma cinématique et la forme du torseur d'une liaison sphérique de centre B. Quel est son autre nom ?
- Q2.** Donner les schémas cinématiques plan et 3D et la forme du torseur d'une liaison pivot glissant d'axe (B, \vec{z}_2) .
- Q3.** Déterminer par calcul la liaison équivalente à l'association en série d'un liaison sphérique en B entre 1 et 2 et d'un liaison pivot glissant d'axe (B, \vec{z}_2) entre 2 et 3. On écrira tout d'abord les torseurs cinématiques associés à chacune des 2 liaisons.

4. Schéma cinématique minimal en perspective isométrique

En utilisant cette liaison entre 1 et 3 équivalente à l'association « en série » des liaisons entre 1 et 2 et entre 2 et 3.



5. Repères associés aux solides

$$B_0 = R_0 = (A; \vec{x}_0; \vec{y}_0; \vec{z}_0)$$

lié au bâti 0

$$B_1 = R_1 = (A; \vec{x}_1; \vec{y}_1; \vec{z}_1)$$

lié à l'arbre d'entrée 1

$$B_3 = R_3 = (B; \vec{x}_3; \vec{y}_3; \vec{z}_3)$$

lié à l'axe de transmission 3

$$B_4 = R_4 = (C; \vec{x}_4; \vec{y}_4; \vec{z}_4)$$

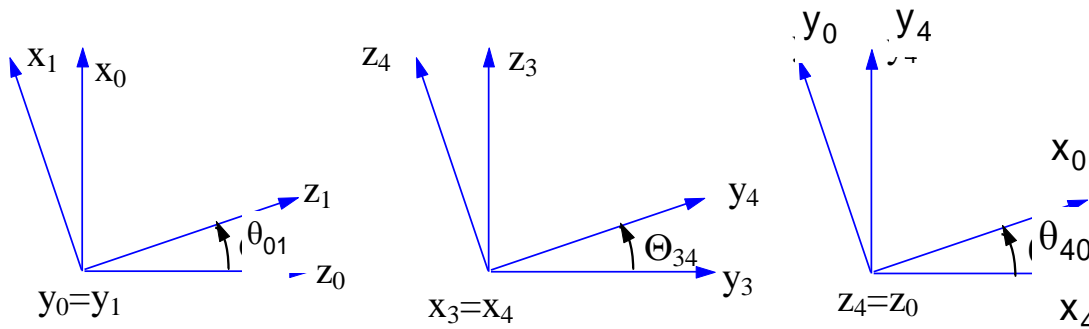
lié à l'arbre de sortie 4

6. Paramétrage

La géométrie : $\overline{AB} = l\vec{z}_1$ $\overline{CB} = \lambda\vec{z}_3 = \lambda\vec{z}_2$ $\overline{AC} = h\vec{y}_0$

La position angulaire des repères les uns par rapport aux autres.

Les valeurs géométriques constantes dans ce mécanisme sont l et h . Et on pourra montrer que λ l'est aussi.



On a donc les angles orientés : $\theta_{01} = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$, $\theta_{34} = (\vec{y}_3, \vec{y}_4)$, $\theta_{40} = (\vec{x}_4, \vec{x}_0)$

7. Fermeture cinématique

Q4. Tracer le graphe de liaison du mécanisme en indiquant les noms et caractéristiques géométriques des liaisons.

Q5. Ecrire la fermeture géométrique avec les points A, B et C et ses 3 projections dans la base liée à 0.

On a alors les relations entre les paramètres géométriques variables λ , θ_{04} et θ_{01} et les constantes utiles.

Q6. Ecrire les torseurs cinématiques associés aux liaisons précédemment déterminées en utilisant les notations ci-dessus.

On peut remarquer $r_{40} = \dot{\theta}_{04}$ et $q_{10} = \dot{\theta}_{01}$ mais on conservera les notations r_{40} et q_{10} dans la suite.

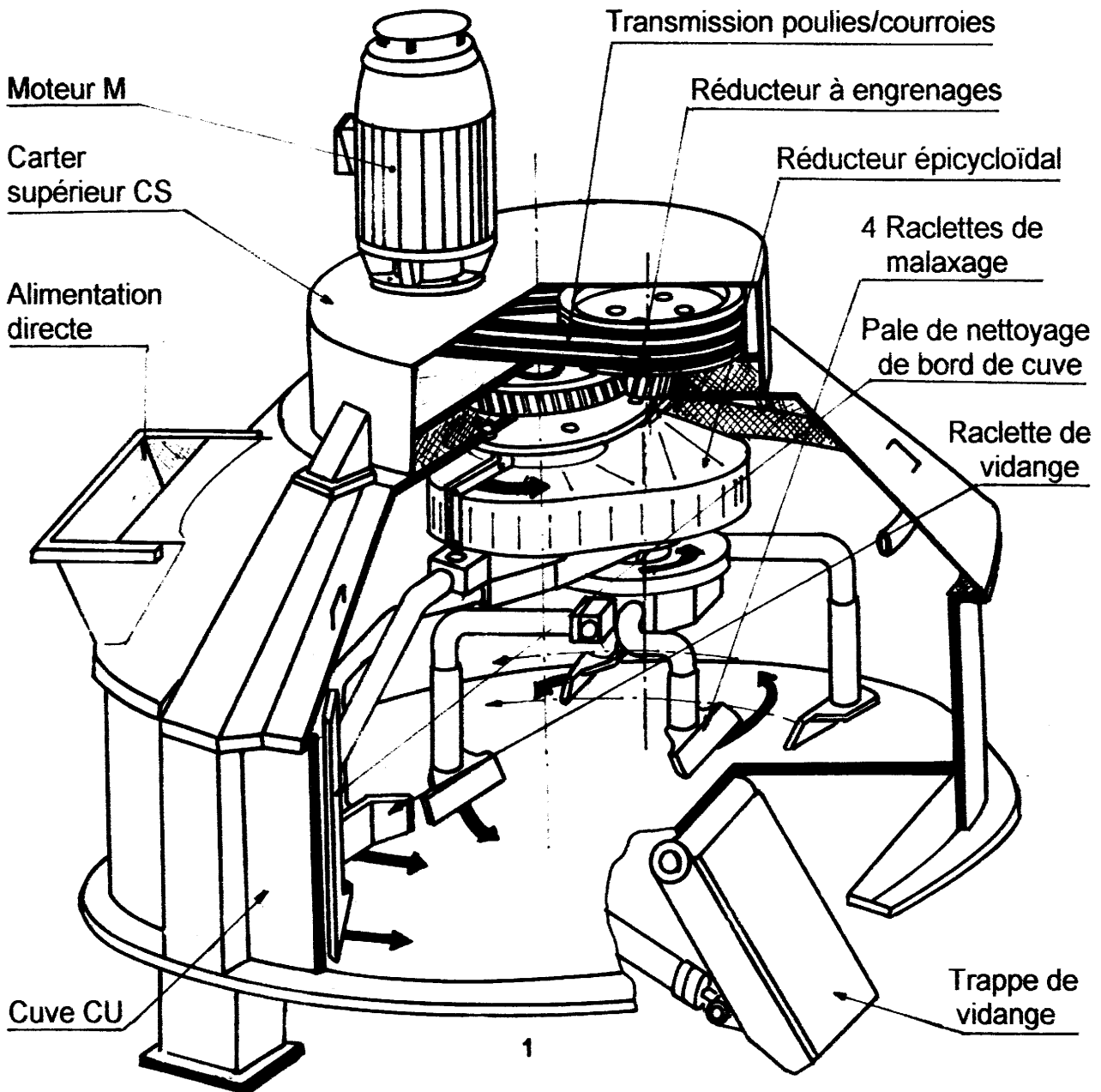
Q7. Ecrire la fermeture cinématique du mécanisme sous forme torsorielle. L'écrire sous forme vectorielle au point C puis sous forme scalaire en projection dans la base $B_4 = (\vec{x}_4; \vec{y}_4; \vec{z}_4)$. Par utilisation des torseurs et de la « formule de changement de point » déterminer le système de 6 équations scalaires issu de cette fermeture.

Q8. Faire la liste des inconnues cinématiques figurant dans ce système.

Q9. Déterminer la relation entrée-sortie, soit r_{40} en fonction de q_{10} et de tous les paramètres géométriques utiles (même variables).

Q10. Exprimer alors la fonction du temps $r_{40}(t)$ pour $l=0,1m$ et $h=0,08m$ et une vitesse de rotation constante d'entrée $q_{10} = 60tr/min$. Tracer son allure et conclure sur la particularité du mouvement de sortie du mélangeur.

APPAREIL DE MALAXAGE



1. Présentation du mécanisme

La numérotation des pièces est différente sur le schéma cinématique et sur le plan d'ensemble. Seule la numérotation du schéma cinématique est à prendre en compte lors de la rédaction des réponses.

1.1. Fonctionnement

Le mécanisme étudié est un appareil de malaxage à mouvement planétaire utilisé pour la préparation de mélanges intimes de produits pulvérulents ou pâteux, tels que les bétons légers ou lourds de préfabrication ou de chantier.

Cet appareil est constitué de 2 sous-ensembles :

- Un moto-réducteur (partie supérieure)
- Un malaxeur (partie inférieure)

1.1.1. Moto-réducteur

Le moto-réducteur est constitué :

- d'un carter fixe (0) par rapport au sol
- d'un moteur électrique M (non représenté) lié à (0)
- d'un réducteur primaire, entraîné par M, qui comprend :
 - un système poulies-courroies entre les arbres (1) et (2)
 - un engrenage à denture hélicoïdale entre les arbres (2) et (3)
- d'un réducteur secondaire à train épicycloïdal à denture droite, à l'intérieur du carter pivotant (5). La roue (01) est liée au carter 0, la roue 32 est liée à l'arbre (3), les roues (42) et (41), liées à l'arbre (4), sont en liaison pivot par rapport au carter pivotant (5).

1.1.2. Malaxeur

Le malaxeur comprend :

- une cuve liée au carter (0)
- quatre raclettes de malaxage liées à l'extrémité de l'arbre (4) du planétaire du réducteur épicycloïdal
- une pale de nettoyage de bord de cuve liée avec le carter pivotant (5)

L'arbre (1) qui est accouplé à un moteur électrique entraîne l'arbre (2) en rotation par l'intermédiaire des courroies trapézoïdales. Le pignon de l'arbre (2) engrène ensuite avec la couronne de l'arbre (3). L'arbre (4) engrène en même temps avec le bâti et avec le pignon de l'arbre (3). La pale de malaxage est alors animés d'un mouvement planétaire et la raclette est animée d'un mouvement de rotation.

1.2. Schéma cinématique

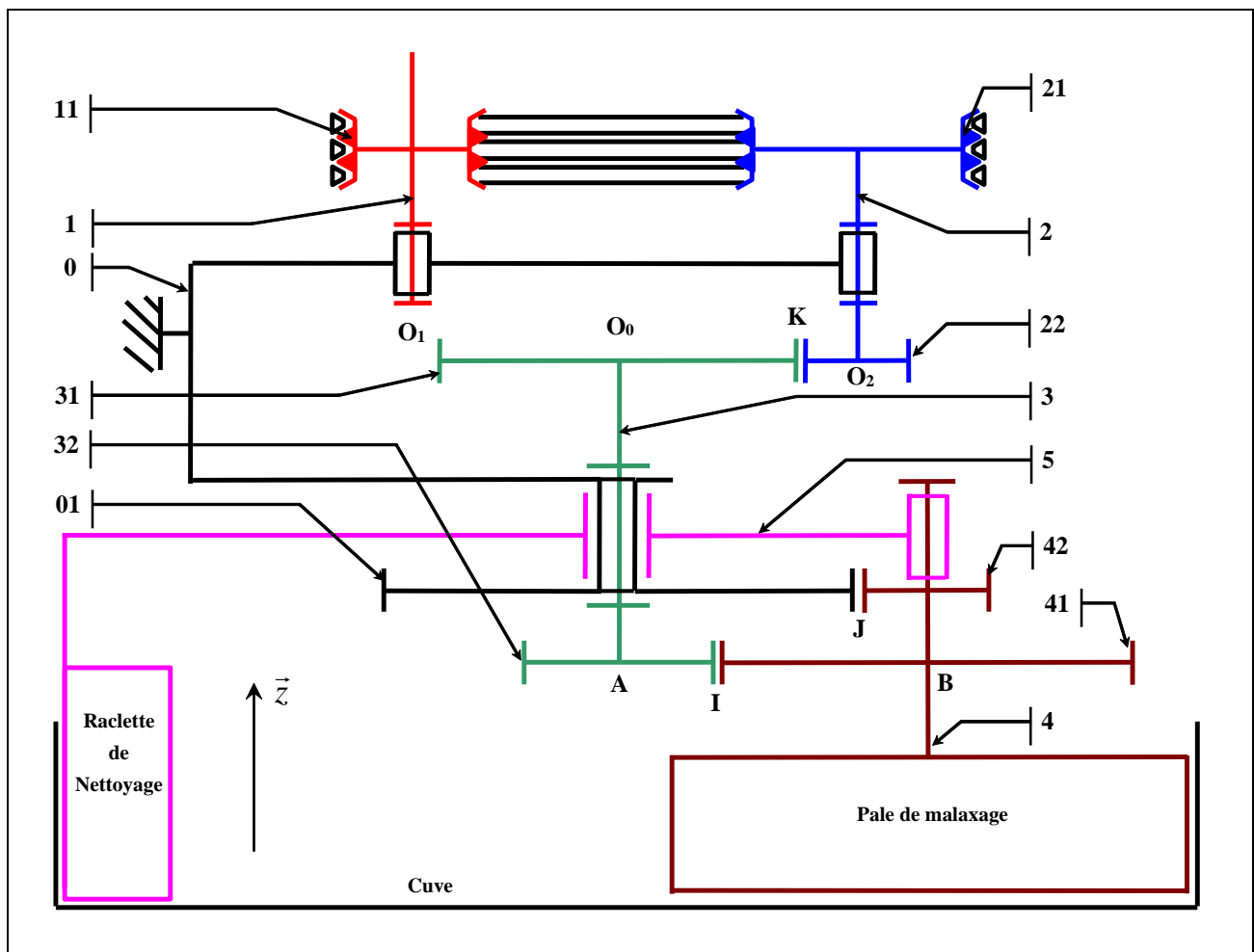


Figure 1

1.3. Paramétrage et données géométriques

On note : I le point de contact des cercles primitifs des roues (32) et (41)
 J le point de contact des cercles primitifs des roues (01) et (42)
 K le point de contact des cercles primitifs des roues (31) et (22)

- Fréquence de rotation stabilisée de l'arbre moteur (1) par rapport au carter (0) :
 - $N_1=1450$ tr/min
 -
- Réducteur primaire
 - Diamètre primitifs des poulies : poulie 11 : $d_{11}=112$ mm poulie 21 : $d_{21}=350$ mm
 - Nombre de dents des roues : roue 22 : $Z_{22}=15$ roue 31 : $Z_{31}=50$
 -
- Réducteur secondaire (train épicycloïdal), nombre de dents et rayons primitifs des roues :
 - Roue 01 : Z_{01} R_{01}
 - Roue 32 : Z_{32} $R_{32}=52$ mm
 - Roue 41 : $Z_{41}=47$ $R_{41}=188$ mm
 - Roue 42 : $Z_{42}=11$ $R_{42}=55$ mm
 -

$R_0 = (A; \vec{x}_0; \vec{y}_0; \vec{z}_0)$ lié au bâti 0 $R_1 = (O_1; \vec{x}_1; \vec{y}_1; \vec{z}_1)$ lié à l'arbre d'entrée 1
 $R_2 = (O_2; \vec{x}_2; \vec{y}_2; \vec{z}_2)$ lié à l'arbre 2 $R_3 = (A; \vec{x}_3; \vec{y}_3; \vec{z}_3)$ lié à l'arbre 3
 $R_4 = (B; \vec{x}_4; \vec{y}_4; \vec{z}_4)$ lié à la pôle 4 $R_5 = (A; \vec{x}_5; \vec{y}_5; \vec{z}_5)$ lié au porte satellite 5

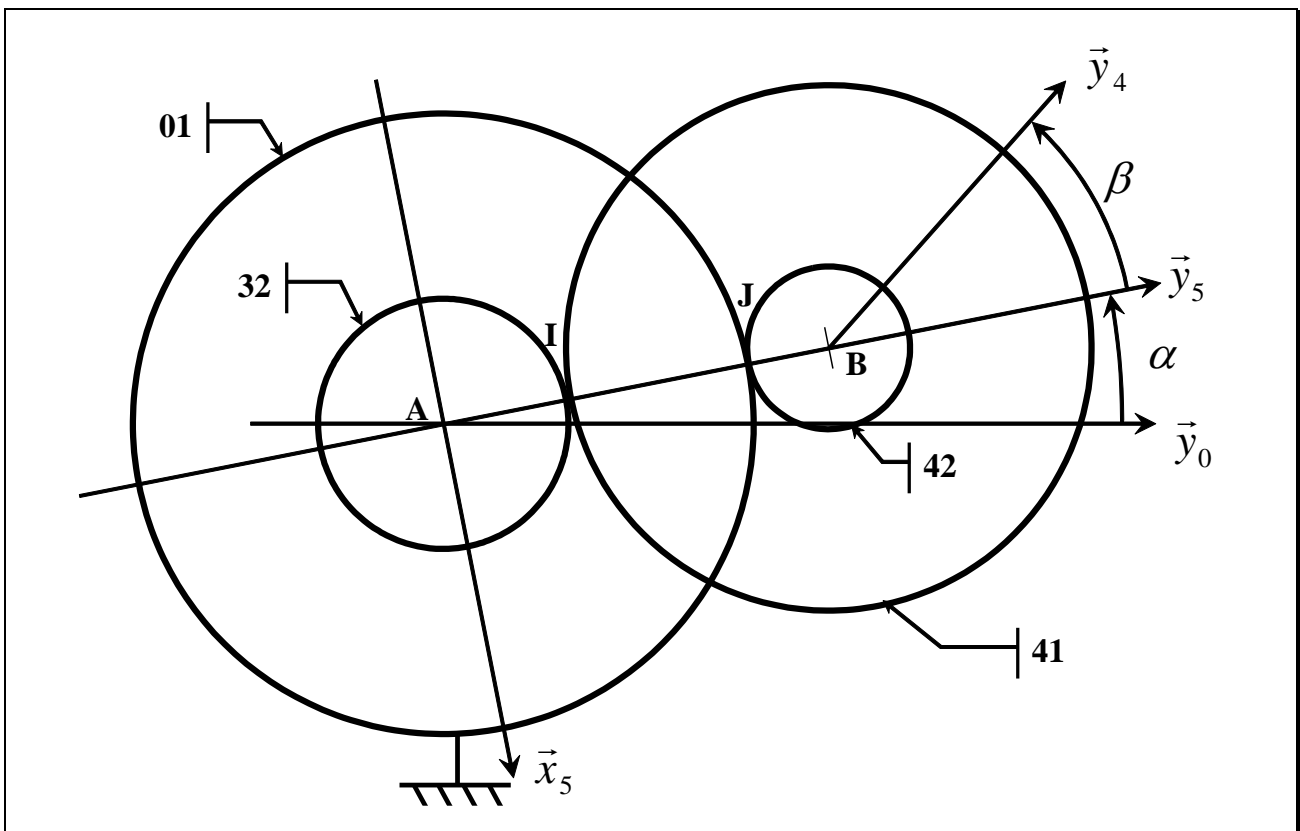


Figure 2

On pose $\vec{AB} = d\vec{y}_5$ où d est une constante positive

Hypothèses :

- Le repère orthonormé direct $R_0 = (A; \vec{x}_0; \vec{y}_0; \vec{z}_0)$ est galiléen.
- Les liaisons sont parfaites
- Constante de gravitation terrestre : $\vec{g} = -g \vec{z}$ avec : $g=9.81$ m/s².

2. Travail demandé

2.1. Modélisation

Question 1 : Repérer en couleur sur le plan d'ensemble page 13 les différents solides (2) en rouge, (3) en vert, (4) en bleu et (5) en rouge.

Question 2 : Est-il possible de proposer une modélisation plane du malaxeur pour son étude cinématique ? Justifier votre réponse.

2.2. Liaisons équivalente

L_{45}^H : liaison linéaire annulaire de centre H et de direction \vec{z}

L_{45}^K : liaison rotule de centre K

Les positions relatives des éléments constitutifs de l'arbre (4) sont données sur la Figure 3. La direction \vec{z} a volontairement été représentée horizontalement bien que verticale dans la réalité.

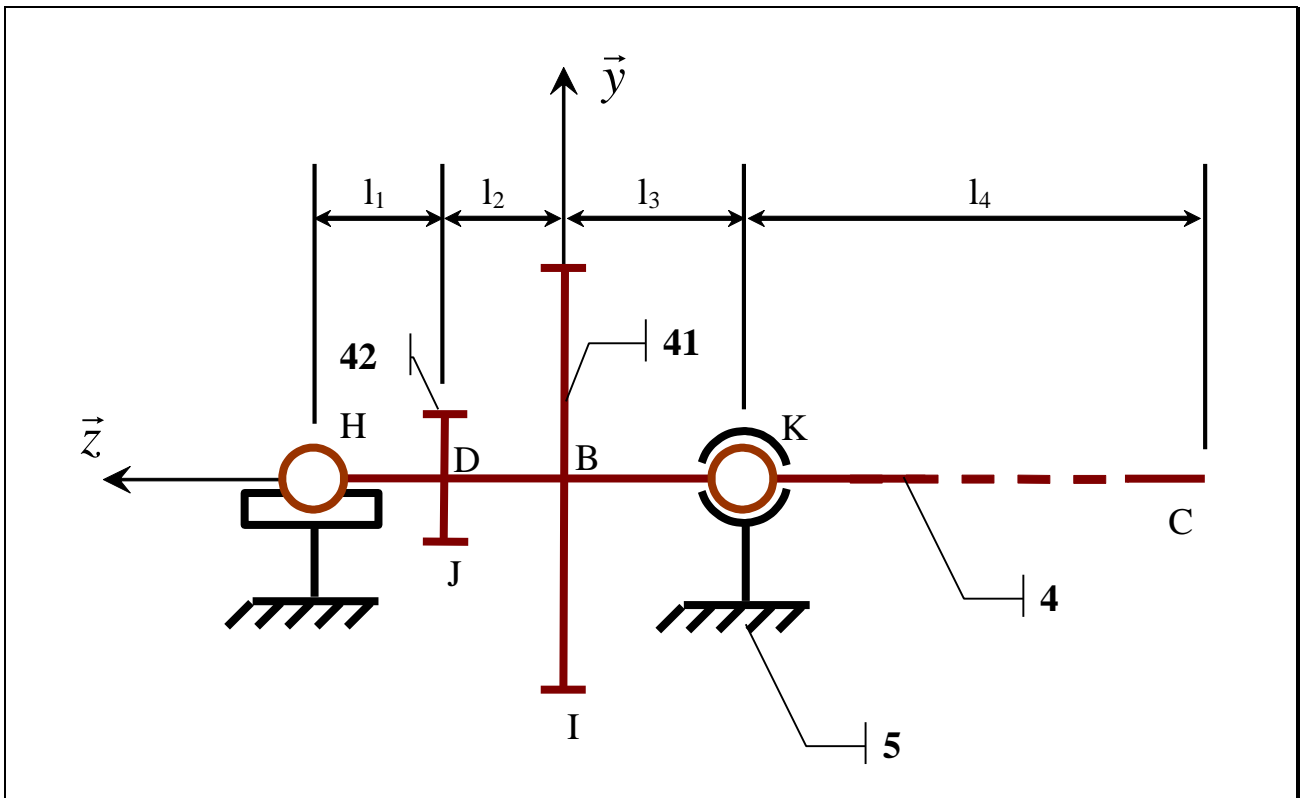


Figure 3

$$l_1=60 \text{ mm} \quad l_2=80 \text{ mm} \quad l_3=60 \text{ mm} \quad l_4=600 \text{ mm}$$

Question 3 : Ecrire les torseurs cinématiques associés aux liaisons L_{45}^H et L_{45}^K .

Question 4 : Déterminer par fermeture cinématique (compatibilité cinématique) la forme du torseur cinématique de la liaison équivalente et en donner les nom et caractéristiques géométrique.

2.3. Cinématique analytique

Dans cette partie 2.2, on notera les vecteurs vitesses de rotation des différents solides sous la forme :

$$\vec{\Omega}_{j/i} = \omega_{j/i} \vec{z}$$

Le système poulie courroie permet un premier étage de réduction tel que $\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{R_{11}}{R_{21}}$

Question 5 : Représenter en vue de dessus, de normale z , le deuxième étage de réduction à engrenage constitué des solides 2, 3 et 0. On fera apparaître les cercles primitifs de rayons R_{31} et R_{32} , les points K , O_0 , O_2 .

Question 6 : Calculer en fonction des données géométriques du mécanisme, le rapport de réduction du réducteur primaire $k_{31} = \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$. Effectuer l'application numérique. En déduire N_3 .

On rappelle la définition du module m d'un engrenage tel que $D=2.R=m.Z$

Question 7 : Calculer les modules des engrenages 01-42 et 32-41 notés respectivement m_{40} et m_{43} . Déterminer ensuite, les données manquantes du réducteur secondaire, soit : Z_{01} , R_{01} et Z_{32} .

On remarquera sur la figure 2, la roue dentée 01 solidaire du solide 0, donc fixe.

Question 8 : Reproduire et compléter proprement le schéma cinématique de la figure 2 en y ajoutant le solide 5. Proposer un graphe de liaison limité aux solides 0, 3, 4, 5. Identifier les points de vitesse nulle pour les différentes liaisons en les écrivant sous la forme $\vec{V}(M, j/i) = \vec{0}$

Question 9 : Ecrire la fermeture cinématique au point I pour la chaîne fermée 5-3-4-5. En déduire $\frac{\omega_{3/5}}{\omega_{4/5}} = -\frac{Z_{41}}{Z_{32}}$

Question 10 : Ecrire la fermeture cinématique au point J pour la chaîne fermée 5-0-4-5. En déduire $\frac{\omega_{0/5}}{\omega_{4/5}} = -\frac{Z_{42}}{Z_{01}}$

Question 11 : Afin de déterminer le mouvement des pièces (5) et (4) par rapport au bâti, déterminer le rapport : $\lambda = \frac{\omega_{3/5}}{\omega_{0/5}}$ en fonction du nombre de dents des pignons.

Question 12 : En déduire le torseur cinématique : $V_{5/0}$ (exprimé au point A) et $\vec{V}(B \in 5/0)$, en fonction de $\omega_{3/0}$ et des nombres de dents des engrenages. Effectuer l'application numérique pour $\omega_{5/0}$ et $\vec{V}(B \in 5/0)$.

Question 13 : Déterminer le torseur cinématique $V_{4/0}$, au point B, de l'arbre (4) par rapport au carter (0), en fonction de $\omega_{3/0}$, Z_{42} et Z_{01} . Effectuer l'application numérique

PLAN D'ENSEMBLE DU MALAXEUR (vue en coupe)

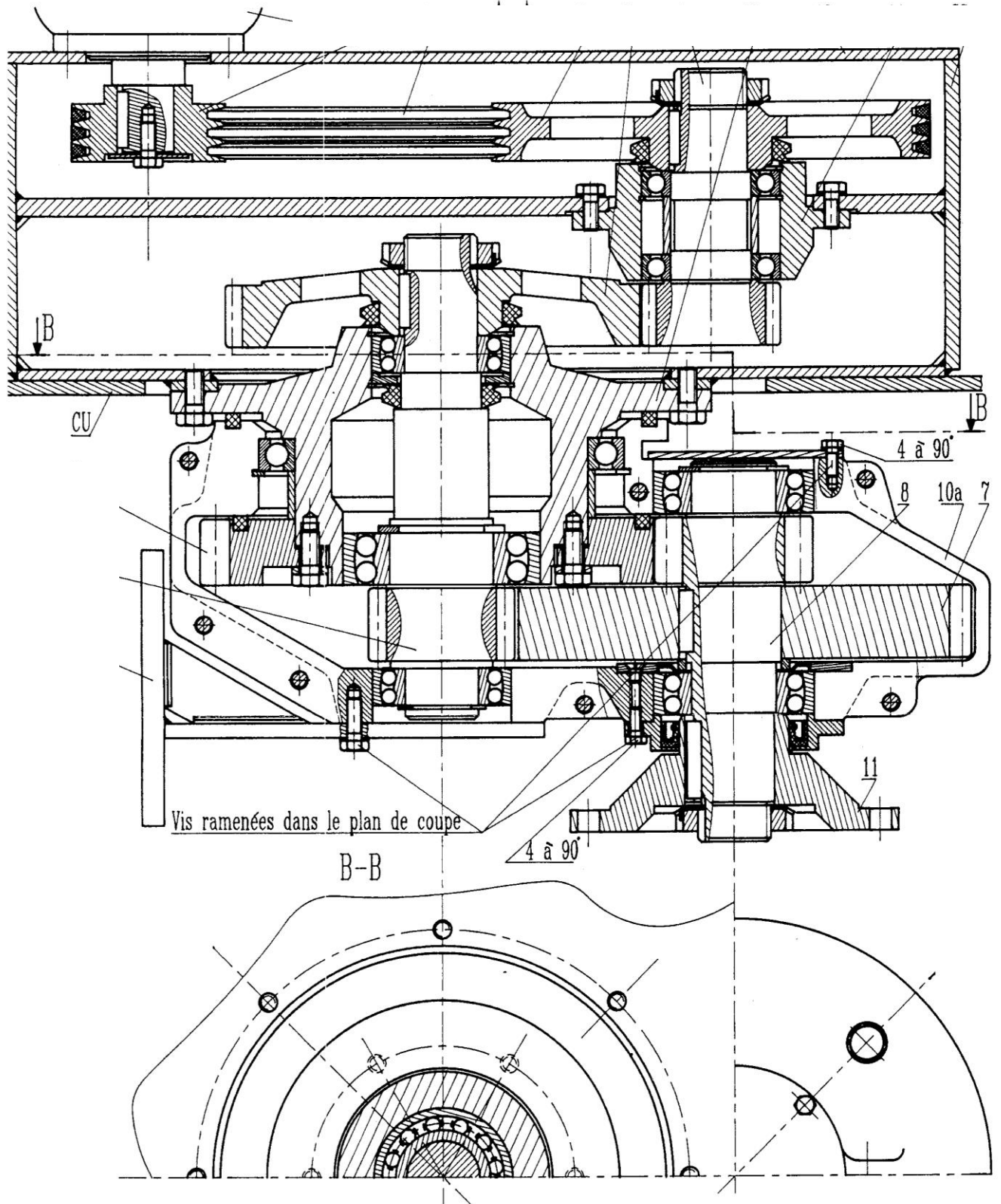
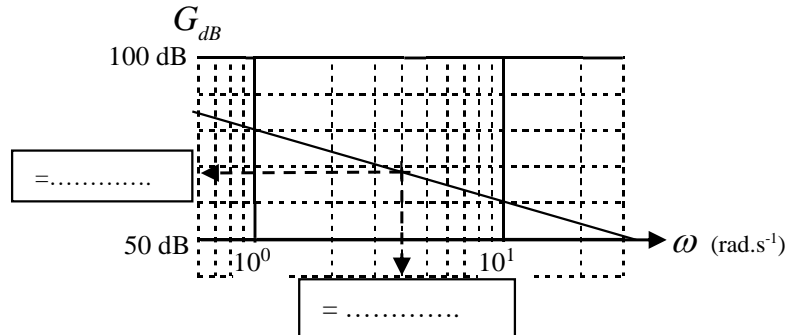


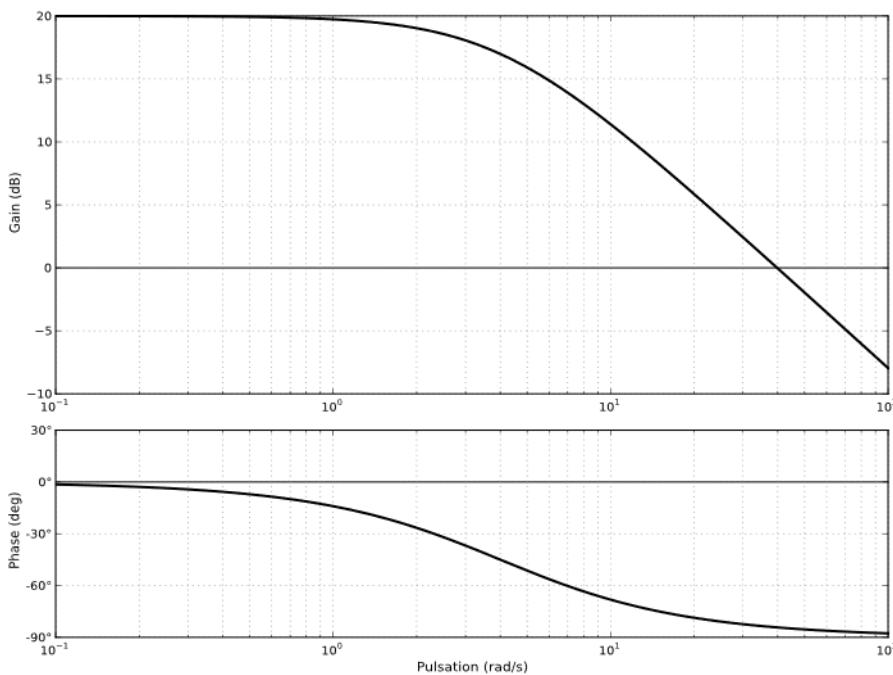
DIAGRAMME DE BODE

1. Soit le tracé asymptotique en gain d'une fonction de transfert

Calculer mentalement les abscisse et ordonnée du point marqué d'une croix. Compléter les deux cadres de la figure ci-contre.



2. Soit le tracé de Bode d'une fonction de transfert :



Q11. Quelle est sa fonction de transfert ? (entourer la bonne réponse)

$$\frac{20}{1+0,025p}$$

1

$$\frac{10}{1+0,25p}$$

2

$$\frac{20}{1+0,25p}$$

3

$$\frac{10}{1+4p}$$

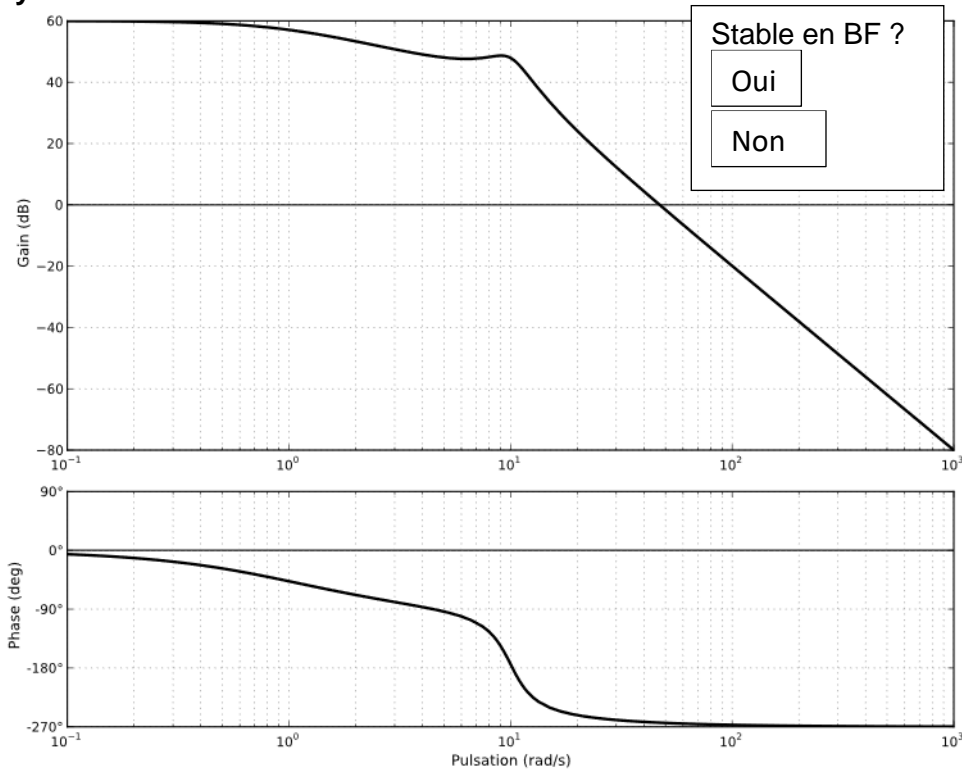
4

3. Rappeler l'énoncé du critère du revers :

4. Soit les tracés de Bode de FTBO :

Indiquer pour chaque système s'il sera stable en boucle fermée. Si oui, indiquer sur la courbe les marges de gain et de phase :

Système 1



Système 2

