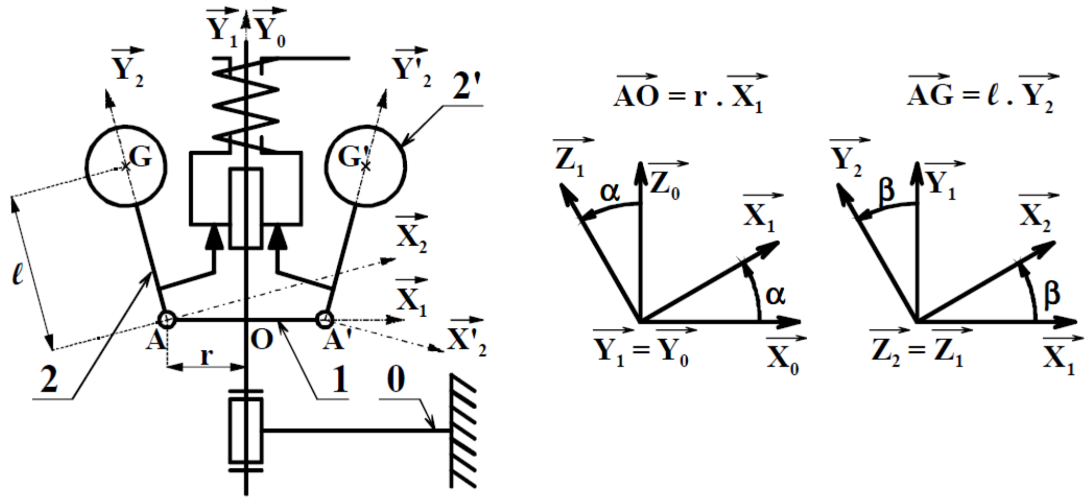
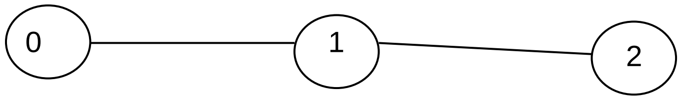
Régulateur centrifuge d'une direction assistée hydraulique

Paramétrage et schématisation du régulateur centrifuge



Question 1 : Proposer un graphe de liaison limité aux solides 0,1 et 2.



Liaisons :

L_{01} pivot d'axe $(O,\vec{y}_0)$

L_{12} pivot d'axe $(A,\vec{z}_1)$

Question 2 : Exprimer le plus simplement possible les torseurs cinématiques associés aux liaisons du graphe précédent.

D'après les figures planes et les liaisons identifiées dans la question précédentes :

$\{V_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\alpha}\vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$ et $\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{2/1} = \dot{\beta}\vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$

Question 3 : Déterminer le torseur cinématique du mouvement de 2 par rapport à 0 en A.

Par composition des vitesses :

$$\{V_{2/0}\} = \{V_{2/1}\} + \{V_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}\vec{y}_0 + \dot{\beta}\vec{z}_1 \\ -r\dot{\alpha}\vec{z}_1 \end{Bmatrix}_A$$

$$\vec{V}(A,2/0) = \vec{V}(A,2/1) + \vec{V}(A,1/0) = \vec{V}(A,1/0)$$

Par changement de point :

$$\vec{V}(A,1/0) = \vec{V}(O,1/0) + \vec{AO} \wedge \vec{\Omega}_{1/0} = r\vec{x}_1 \wedge \dot{\alpha}\vec{y}_1 = r\dot{\alpha}\vec{z}_1$$

$$\{V_{2/0}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}\vec{y}_0 + \dot{\beta}\vec{z}_1 \\ r\dot{\alpha}\vec{z}_1 \end{Bmatrix}_A$$

Question 4 : Exprimer $\vec{V}(G,2/0)$ le vecteur vitesse du point G dans le mouvement de 2 par rapport à 0.

$$\vec{V}(G,2/0) = \vec{V}(A,2/0) + \vec{GA} \wedge \vec{\Omega}_{2/0} = r\dot{\alpha}\vec{z}_1 - l\vec{y}_2 \wedge \left(\dot{\alpha}\vec{y}_0 + \dot{\beta}\vec{z}_1\right)$$

Or $\vec{y}_2 \wedge \vec{y}_0 = -\sin\beta\vec{z}_1$ et $\vec{y}_2 \wedge \vec{z}_1 = \vec{y}_2 \wedge \vec{z}_2 = \vec{x}_2$

Soit $\vec{V}(G,2/0) = (r + l.\sin\beta)\dot{\alpha}\vec{z}_1 - l\dot{\beta}\vec{x}_2$

Question 5 : Démontrer que $\vec{V}(G,2/0)=\vec{V}(G/0)$ Calculer $\vec{a}(G/0)=\dfrac{d\vec{V}(G/0)}{dt_{/0}}$ le vecteur accélération de G par rapport à 0. Donner sa forme particulière lorsque $\dot{\alpha}=cte$ et $\beta=\beta_0=cte$. Pourquoi appeler ce dispositif régulateur centrifuge ?

$\vec{V}(G,2/0)=\vec{V}(G/0)-\vec{V}(G/2)$ par définition du vecteur vitesse d'entrainement.
Or $\vec{V}(G/2)=\vec{0}$ car G est un point matériel de 2, donc : $\vec{V}(G,2/0)=\vec{V}(G/0)$

Par dérivation $\vec{a}(G/0)=\dfrac{d\vec{V}(G/0)}{dt_{/R_0}}$

$\vec{a}(G/0)=(r+l.\sin\beta)\ddot{\alpha}\vec{z}_1+(r+l.\sin\beta)\dot{\alpha}^2\vec{x}_1-l\ddot{\beta}\vec{x}_2-l\dot{\beta}^2\vec{y}_2+2.l.\cos\beta.\dot{\alpha}\dot{\beta}\vec{z}_1$

Car $\dfrac{d\vec{z}_1}{dt_{/R_0}}=\vec{\Omega}_{1/0}\wedge\vec{z}_1=\dot{\alpha}\vec{y}_1\wedge\vec{z}_1=\dot{\alpha}\vec{x}_1$

$\dfrac{d\vec{x}_2}{dt_{/R_0}}=\vec{\Omega}_{2/0}\wedge\vec{z}_1=\left(\dot{\alpha}\vec{y}_1+\dot{\beta}\vec{z}_1\right)\wedge\vec{x}_2=-\dot{\alpha}\cos\beta\vec{z}_1+\dot{\beta}\vec{y}_2$

Pour $\dot{\alpha}=cte$ et $\beta=\beta_0=cte$: $\vec{a}(G/0)=(r+l.\sin\beta_0)\dot{\alpha}^2\vec{x}_1$

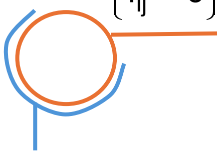
A une vitesse constante de rotation de 1/0 correspond une accélération centripète et donc un effet centrifuge imposant l'angle β_0. Cet angle correspond à une pression régulée par le distributeur actionné par le levier.

Remarque : Pour prendre en compte les masses, inerties et action de rappel du ressort, une étude dynamique est nécessaire (cours de 2ème année)

MELANGEUR

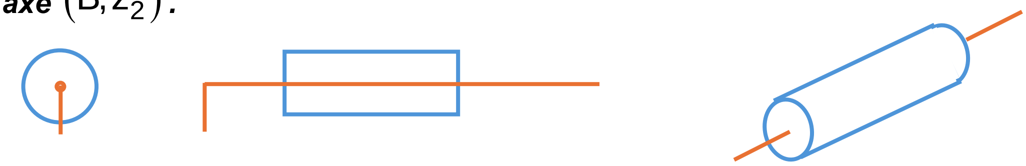
Question 1: ***Donner le schéma cinématique et la forme du torseur d'une liaison sphérique de centre B. Quel est son autre nom ?***

$$\left\{V(S_i/S_j)\right\} = \begin{Bmatrix} p_{ij} & 0 \\ q_{ij} & 0 \\ r_{ij} & 0 \end{Bmatrix}_B$$ Quelle que soit la base de projection



L'autre nom de cette liaison étant *liaison rotule de centre B*

Question 2: ***Donner les schémas cinématiques plan et 3D et la forme du torseur d'une liaison pivot glissant d'axe*** $(B, \vec{z}_2)$***.***



$$\left\{V(S_i/S_j)\right\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{ij} & w_{ij} \end{Bmatrix}_B$$ uniquement dans une base contenant $\vec{z}_2$: $(*, *, \vec{z}_2)$

Question 3: ***Déterminer par calcul la liaison équivalente à l'association en série d'un liaison sphérique en B entre 1 et 2 et d'un liaison pivot glissant d'axe*** $(B, \vec{z}_2)$ ***entre 2 et 3. On écrira tout d'abord les torseurs cinématiques associés à chacune des 2 liaisons.***

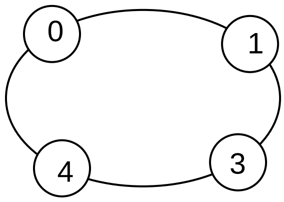
$$\left\{V(1/2)\right\} = \begin{Bmatrix} p_{12} & 0 \\ q_{12} & 0 \\ r_{12} & 0 \end{Bmatrix}_B \quad \text{et} \quad \left\{V(2/3)\right\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{23} & w_{23} \end{Bmatrix}_B$$

En utilisant les question 1 et 2 il vient donc directement, sans changement de base ni de point nécessaire :

$$\left\{V(1/3)\right\} = \left\{V(1/2)\right\} + \left\{V(2/3)\right\} = \begin{Bmatrix} p_{12} & 0 \\ q_{12} & 0 \\ r_{12} + r_{23} & w_{23} \end{Bmatrix}_B$$

Ainsi on obtient un torseur cinématique correspondant à celui d'une liaison équivalente *linéaire annulaire ou sphère cylindre en B et d'axe* $(B, \vec{z}_2)$.

Question 4: ***Tracer le graphe de liaison du mécanisme en indiquant les noms et caractéristiques géométriques des liaisons.***



Liaison	Nom de la liaison
L_{01}	Pivot d'axe $(A,\vec{y}_0)$
L_{31}	Linéaire annulaire en B d'axe $(B,\vec{z}_3)$
L_{40}	Pivot d'axe $(C,\vec{z}_4)$
L_{34}	Pivot d'axe $(C,\vec{x}_4)$

Question 5: ***Ecrire la fermeture géométrique et ses 3 projections dans la base liée à 0.***

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$$

$$l\vec{z}_1-\lambda\vec{z}_3-h\vec{y}_0=\vec{0}$$

En projection dans $B_0=(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$, on obtient :

$$\begin{cases} l\sin\theta_{01}-\lambda\sin\theta_{34}\sin\theta_{40}=0 \\ -h-\lambda\sin\theta_{34}\cos\theta_{40}=0 \\ l\cos\theta_{01}-\lambda\cos\theta_{34}=0 \end{cases}$$

Question 6: ***Ecrire les torseurs cinématiques associés aux liaisons précédemment déterminées en utilisant les notations ci-dessus.***

$$\{\mathcal{V}(S_1/S_0)\}=\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ q_{10} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{C,B_0 ou B_1} \qquad \{\mathcal{V}(S_3/S_1)\}=\begin{Bmatrix} p_{31} & 0 \\ q_{31} & 0 \\ r_{31} & w_{31} \end{Bmatrix}_{B,B_3 ou B_2}$$

$$\{\mathcal{V}(S_4/S_3)\}=\begin{Bmatrix} p_{43} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{C,B_4} \qquad \{\mathcal{V}(S_4/S_0)\}=\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{40} & 0 \end{Bmatrix}_{C,B_4 ou B_0}$$

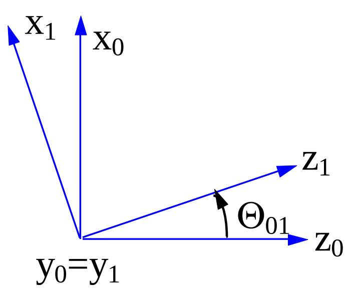
Question 7: ***Ecrire la fermeture cinématique du mécanisme au point C en projection dans la base*** $B_4=(\vec{x}_4;\vec{y}_4;\vec{z}_4)$***. Par utilisation des torseurs et de la « formule de changement de point » déterminer le système de 6 équations scalaires suivant :***

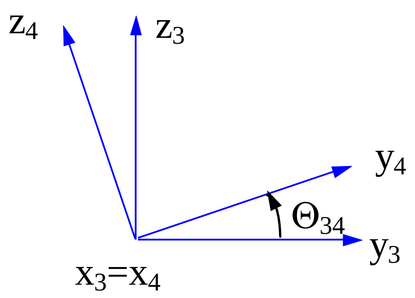
$$\{\mathcal{V}(S_1/S_0)\}_C+\{\mathcal{V}(S_3/S_1)\}_C+\{\mathcal{V}(S_4/S_3)\}_C-\{\mathcal{V}(S_4/S_0)\}_C=\{0\}$$

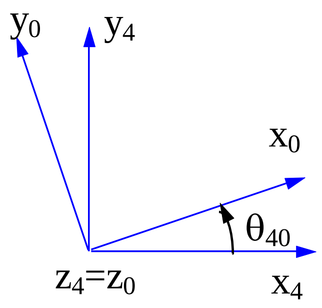
$$\begin{cases} \vec{\Omega}(S_1/S_0)+\vec{\Omega}(S_3/S_1)+\vec{\Omega}(S_4/S_3)-\vec{\Omega}(S_4/S_0)=\vec{0} & (3) \\ \vec{V}(C,S_1/S_0)+\vec{V}(C,S_3/S_1)+\vec{V}(C,S_4/S_3)-\vec{V}(C,S_4/S_0)=\vec{0} & (4) \end{cases}$$

Le calcul de $\vec{V}(C,S_3/S_1)=\vec{V}(B,S_3/S_1)+\overrightarrow{CB}\wedge\vec{\Omega}(S_3/S_1)$ donne :

$$\vec{V}(C,S_3/S_1)=w_{31}\vec{z}_3+\begin{vmatrix}0\\0\\\lambda\end{vmatrix}\wedge\begin{vmatrix}p_{31}\\q_{31}\\r_{31}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}-\lambda q_{31}\\\lambda p_{31}\\w_{31}\end{vmatrix}_{R_3}$$







Et d'après la 2eme figure plane de calcul :

$\vec{y}_3=\cos\theta_{34}\vec{y}_4-\sin\theta_{34}\vec{z}_4$

$\vec{z}_3=\cos\theta_{34}\vec{z}_4+\sin\theta_{34}\vec{y}_4$

$$\begin{array}{l|lclclcl|}
(1) & -q_{10}\sin\theta_{40} & + & p_{31} & & & + & p_{43} & =0\\
(2) & q_{10}\cos\theta_{40} & + & q_{31}\cos\theta_{34} & + & r_{31}\sin\theta_{34} & & & =0\\
(3) & & & -q_{31}\sin\theta_{34} & + & r_{31}\cos\theta_{34} & - & r_{40} & =0\\
(4) & & & -\lambda q_{31} & & & & & =0\\
(5) & w_{31}\sin\theta_{34} & + & \lambda p_{31}\cos\theta_{34} & & & & & =0\\
(6) & w_{31}\cos\theta_{34} & - & \lambda p_{31}\sin\theta_{34} & & & & & =0
\end{array}$$

Question 8: ***Faire la liste des inconnues cinématiques figurant dans ce système.***

$p_{31}, q_{31}, r_{31}, w_{31}, q_{10}, p_{43}, r_{40}$.

Question 9: ***Déterminer la relation entrée-sortie soit r_{40} en fonction de q_{10} et de tous les paramètres géométriques utiles.***

$$\begin{array}{lcl}
p_{31} & = & 0\\
q_{31} & = & 0\\
r_{31} & = & -q_{10}\dfrac{\cos\theta_{40}}{\sin\theta_{34}}\\
w_{31} & = & 0\\
p_{43} & = & q_{10}\sin\theta_{40}\\
r_{40} & = & -q_{10}\dfrac{\cos\theta_{40}}{\tan\theta_{34}}
\end{array}$$

la relation entrée sortie est :

$$\boxed{r_{40}=-q_{10}\frac{\cos\theta_{40}}{\tan\theta_{34}}}$$

Question 10: ***Exprimer alors la fonction du temps $r_{40}(t)$ pour l=0,1m et h=0,08m et une vitesse de rotation constante d'entrée $q_{10} = 60tr/min$. Tracer son allure et conclure sur la particularité du mouvement de sortie du mélangeur.***

Or d'après la fermeture géométrique on a :

$$\begin{cases} \lambda \sin\theta_{34} \cos\theta_{40} = h \\ \lambda \cos\theta_{34} = l\cos\theta_{01} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tan\theta_{34} \cos\theta_{40} = \dfrac{h}{l\cos\theta_{01}} \\ \lambda^2 \cos^2\theta_{40} = h^2 + l^2\cos^2\theta_{01}\cos^2\theta_{40} \end{cases}$$

Et $\theta_{01} = p_{10}.t$

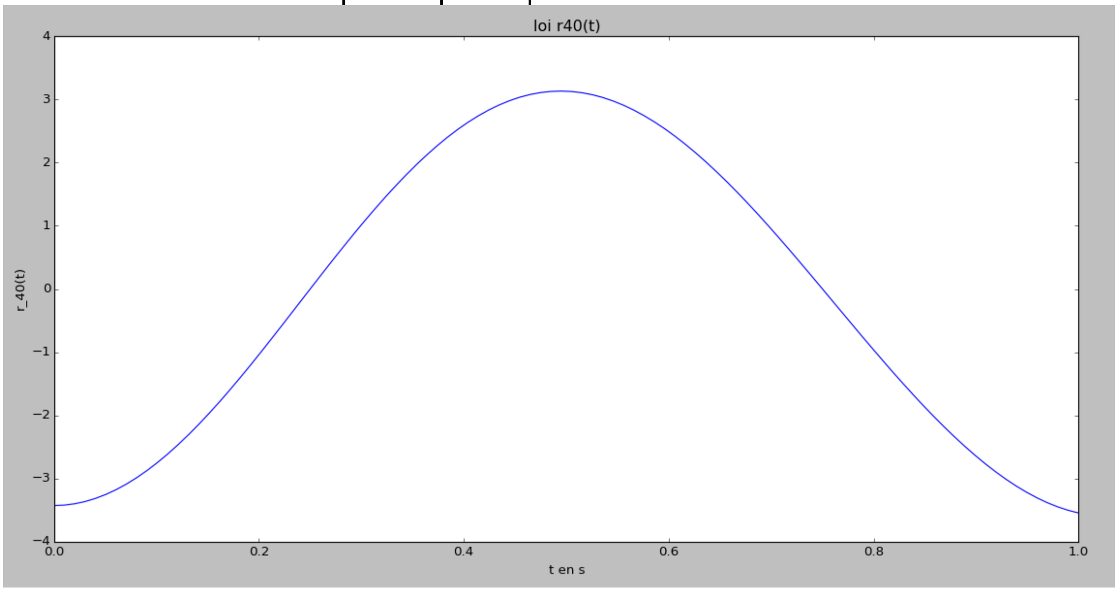
d'où l'expression uniquement en fonction des constantes et de $q_{10} = 60tr/min$

$$\boxed{r_{40} = -q_{10}\frac{l}{h}\cos(q_{10}t)\frac{-h^2}{l^2\cos^2(q_{10}t) - \lambda^2} = -q_{10}\frac{hl}{h^2 + l^2 - l^2\cos^2(q_{10}t)}\cos(q_{10}t)}$$

AN : $r_{40} = -2\pi\dfrac{0,08.0,1}{0.08^2 + 0,1^2 + 0,1^2\cos^2(2\pi t)}\cos(2\pi t)$

$$\boxed{r_{40} = \frac{-1,6\pi}{1,64 + \cos^2(2\pi t)}\cos(2\pi t)}$$

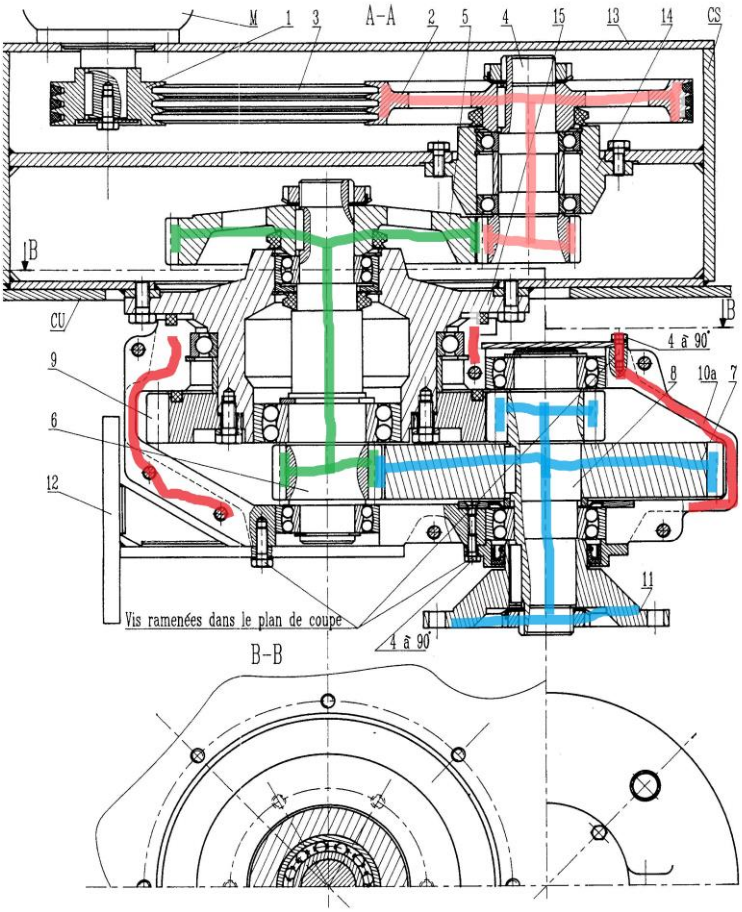
Le tracé de cette fonction périodique de période 1s donne :



On observe alors un mouvement de rotation à vitesse alternativement positive et négative et correspond à un mouvement en aller et retour dans le produit à mélanger.

APPAREIL DE MALAXAGE

Question 1 :



Question 2 : Il est possible de faire une modélisation plane pour une étude cinématique car tous les vecteurs vitesses sont coplanaires (dans un plan (x,y))

Question 3 : Ecrire les torseurs cinématiques associés aux liaisons L_{45}^{H} et L_{45}^{K}.

$$\left\{\mathcal{V}^{\mathcal{H}}\,5/4\right\} = \begin{Bmatrix} p_H & 0 \\ q_H & 0 \\ r_H & w_H \end{Bmatrix}_H \qquad \left\{\mathcal{V}^{\mathcal{K}}\,5/4\right\} = \begin{Bmatrix} p_K & 0 \\ q_K & 0 \\ r_K & 0 \end{Bmatrix}_K$$

Question 4 : Déterminer par fermeture cinématique (compatibilité cinématique) la forme du torseur cinématique de la liaison équivalente et en donner les nom et caractéristiques géométriques.

D'après la composition des vitesses et l'antisymétrie on obtient la relation de compatibilité cinématique :

$$\left\{\mathcal{V}^{\mathcal{H}}\,5/4\right\} = \left\{\mathcal{V}^{\mathcal{K}}\,5/4\right\}$$

En exprimant les 2 torseurs en H on obtient :

$$\vec{V}(H,^{K}5/4) = \vec{V}(K,^{K}5/4) + \overrightarrow{HK} \wedge \vec{\Omega}^{K}_{5/4} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -L \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} p_K \\ q_K \\ r_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L.q_K \\ -L.p_K \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} p_H = p_K \\ q_H = q_K \\ r_H = r_K \\ 0 = L.q_K \\ 0 = -L.p_K \\ w_H = 0 \end{cases}$$

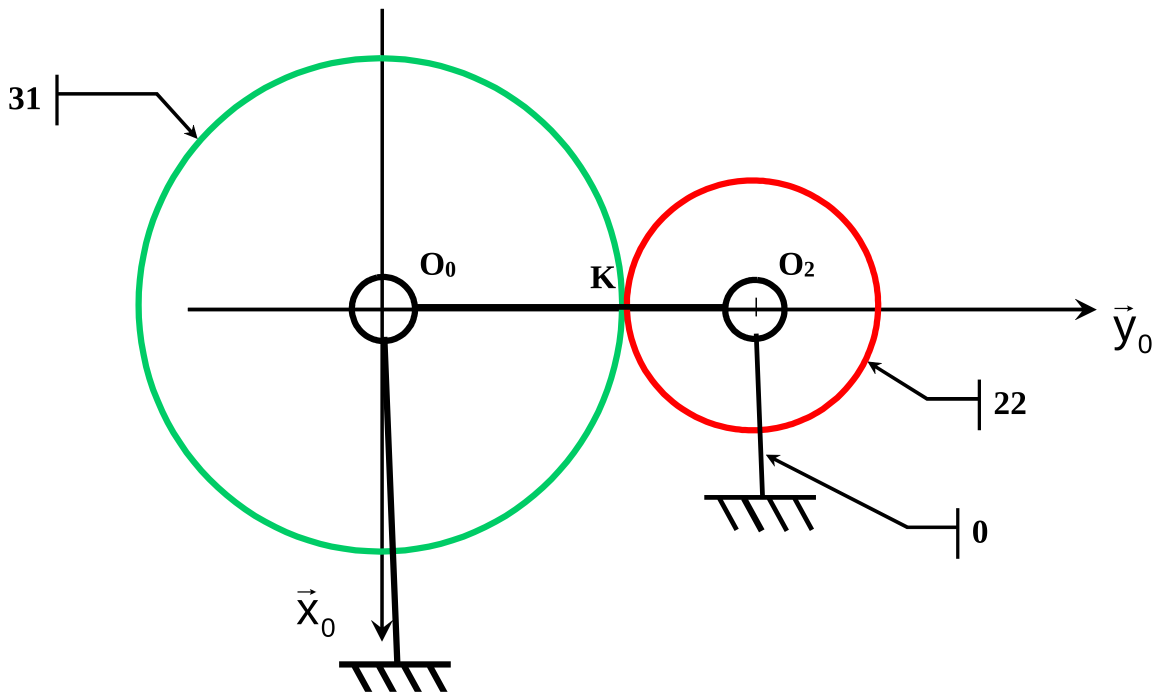
On en déduit $q_K = 0, \quad p_K = 0, \quad w_H = 0$

D'où la forme du torseur de la liaison équivalente :

$$\{\mathcal{V}5/4\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r & 0 \end{Bmatrix}_H$$

Il s'agit donc d'une liaison pivot d'axe $(H,\vec{z})$

Question 5 : Représenter en vue de dessus, de normale z, le deuxième étage de réduction à engrenage constitué des solides 2, 3 et 0. On fera apparaitre les cercles primitifs de rayons R_{31} et R_{32}, les points K, O_0, O_2.



Question 6 : Calculer en fonction des données géométriques du mécanisme, le rapport de réduction du réducteur primaire $k_{31} = \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$. Effectuer l'application numérique. En déduire N_3.

On peut démontrer par fermeture géométrique 0-3-2-0 :

$$\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{2/0}} = -\frac{R_{22}}{R_{31}}$$

Les vitesses d'entrainement des points dans les mouvements de rotation en périphérie des poulies étant égales $R_{21}.\omega_{2/0} = R_{11}.\omega_{1/0}$

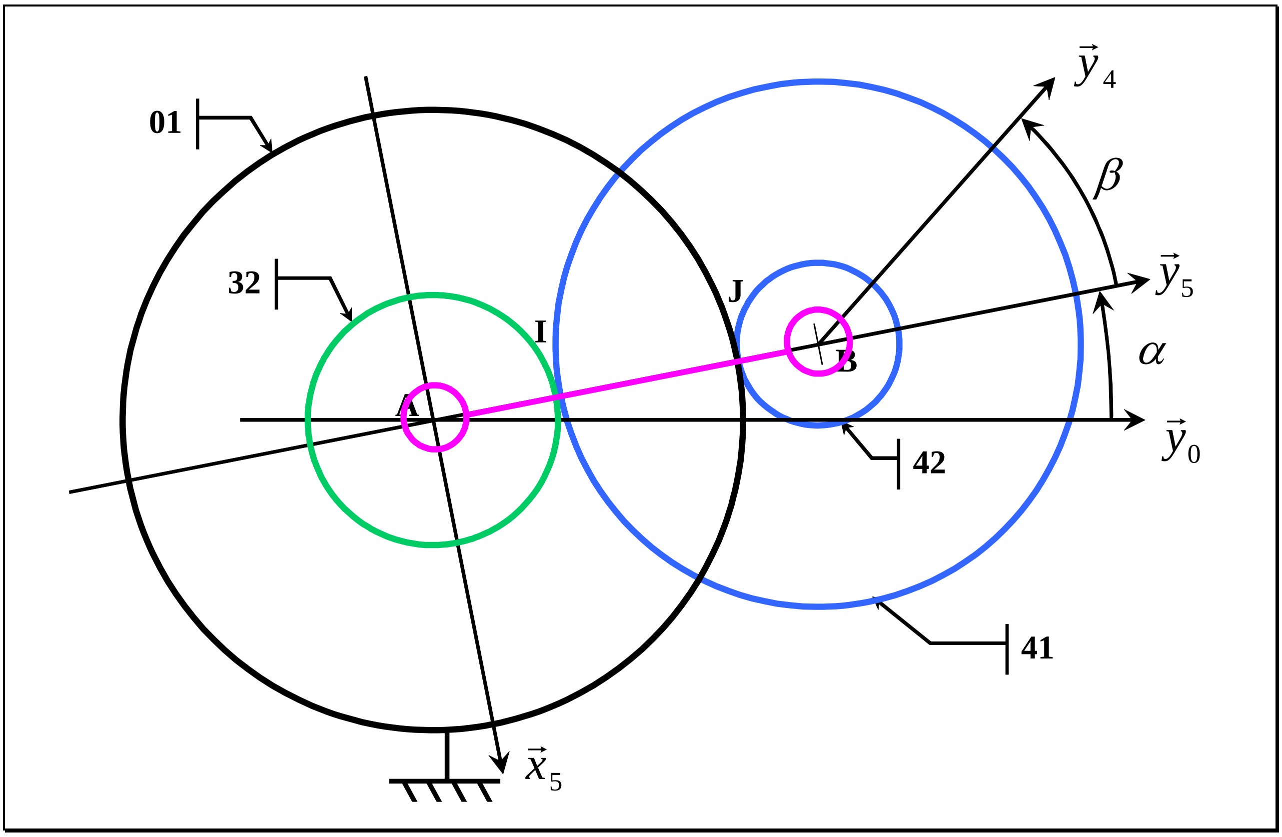
Ainsi le système poulie courroie est tel que : $\dfrac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = \dfrac{R_{11}}{R_{21}}$

A.N. : $k_{31} = -0{,}096$ $N_3 = -139{,}2$ tr/min

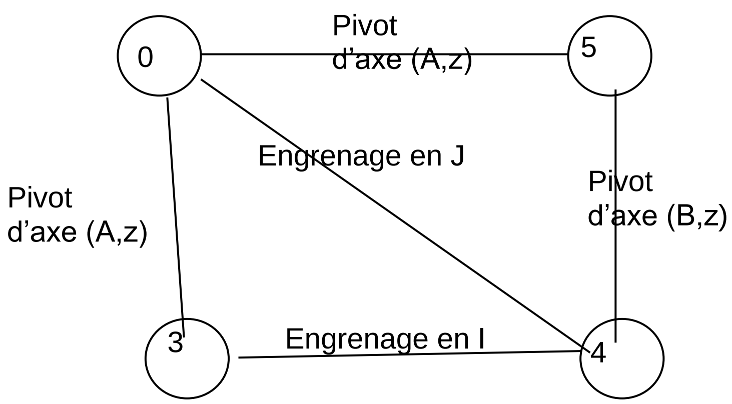
Question 7 :

m_{40}=10 mm
m_{43}= 8 mm
Z_{01}=37
R_{01}=185 mm
Z_{32}=13

Question 8 :



graphe des liaisons :



On en déduit ainsi les points de vitesse nulle :

$\vec{V}(I,4/3)=\vec{0}$; $\vec{V}(J,4/0)=\vec{0}$; $\vec{V}(A,3/0)=\vec{0}$; $\vec{V}(A,5/0)=\vec{0}$; $\vec{V}(B,4/5)=\vec{0}$

Question 9 :
Fermeture cinématique au point I pour la chaîne fermée 5-3-4-5 :

$$\vec{V}(I,5/3)+\vec{V}(I,3/4)+\vec{V}(I,4/5)=\vec{0}$$

Par changement de point :

$$\vec{V}(I,5/3)=\vec{V}(A,5/3)+\vec{IA}\wedge\vec{\Omega}_{5/3}=-R_{32}\vec{y}_5\wedge\omega_{5/3}\vec{z}=-R_{32}\omega_{5/3}\vec{x}_5$$

$$\vec{V}(I,4/5)=\vec{V}(B,4/5)+\vec{IB}\wedge\vec{\Omega}_{5/3}=R_{41}\vec{y}_5\wedge\omega_{4/5}\vec{z}=R_{41}\omega_{4/5}\vec{x}_5$$

D'où :

$-R_{32}\omega_{5/3}\vec{x}_5+\vec{0}+R_{41}\omega_{4/5}\vec{x}_5=\vec{0}$ soit $-R_{32}\omega_{5/3}+R_{41}\omega_{4/5}=0$ et $\dfrac{\omega_{5/3}}{\omega_{4/5}}=\dfrac{R_{41}}{R_{32}}$

$$\frac{\omega_{3/5}}{\omega_{4/5}}=-\frac{Z_{41}}{Z_{32}}$$

Question 10 :
Fermeture cinématique au point J pour la chaîne fermée 5-0-4-5 :

$$\vec{V}(J,5/0)+\vec{V}(J,0/4)+\vec{V}(J,4/5)=\vec{0}$$

Par changement de point :

$$\vec{V}(J,5/0)=\vec{V}(A,5/0)+\vec{JA}\wedge\vec{\Omega}_{5/0}=-R_{01}\vec{y}_5\wedge\omega_{5/0}\vec{z}=-R_{01}\omega_{5/0}\vec{x}_5$$

$$\vec{V}(J,4/5)=\vec{V}(B,4/5)+\vec{JB}\wedge\vec{\Omega}_{5/3}=R_{42}\vec{y}_5\wedge\omega_{4/5}\vec{z}=R_{42}\omega_{4/5}\vec{x}_5$$

D'où :

$-R_{01}\omega_{5/0}\vec{x}_5+\vec{0}+R_{42}\omega_{4/5}\vec{x}_5=\vec{0}$ soit $-R_{01}\omega_{5/0}+R_{42}\omega_{4/5}=0$ et $\dfrac{\omega_{5/0}}{\omega_{4/5}}=\dfrac{R_{42}}{R_{01}}$

$$\frac{\omega_{0/5}}{\omega_{4/5}}=-\frac{Z_{42}}{Z_{01}}$$

Question 11 :

$\dfrac{\omega_{0/5}}{\omega_{4/5}}=-\dfrac{Z_{42}}{Z_{01}}$ et $\dfrac{\omega_{3/5}}{\omega_{4/5}}=-\dfrac{Z_{41}}{Z_{32}}$ donne

$$\lambda=\frac{Z_{41}}{Z_{32}}\times\frac{Z_{01}}{Z_{42}}$$

Question 12 :

$$\{V_{5/0}\}=\left\{\begin{matrix}\vec{\Omega}_{5/0}=\dfrac{Z_{32}Z_{42}}{Z_{32}Z_{42}-Z_{41}Z_{42}}\omega_{3/0}\ \vec{z}\\ \vec{V}_{(A\in 5/0)}=\vec{0}\end{matrix}\right\}_A$$

A.N. $\omega_{5/0}$ =1,3 rad/s

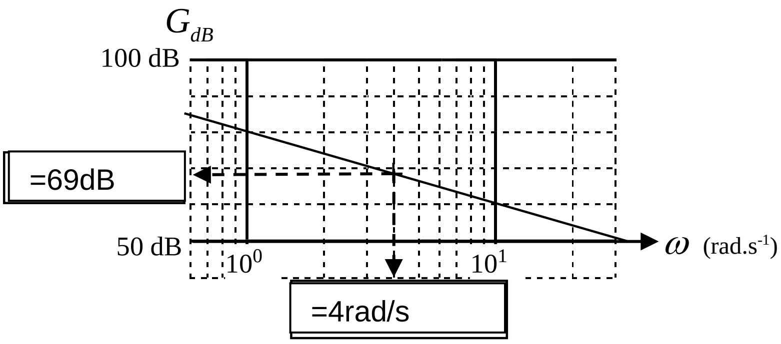
Question 13 :

$$\{V_{4/0}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{4/0} = \dfrac{Z_{32}Z_{01} + Z_{32}Z_{42}}{Z_{32}Z_{42} - Z_{41}Z_{01}} \omega_{3/0}\ \vec{z} \\ \vec{V}_{(B \in 4/0)} = -(R_{41} + R_{32})\omega_{5/0}\ \vec{x}_5 \end{array} \right\}$$

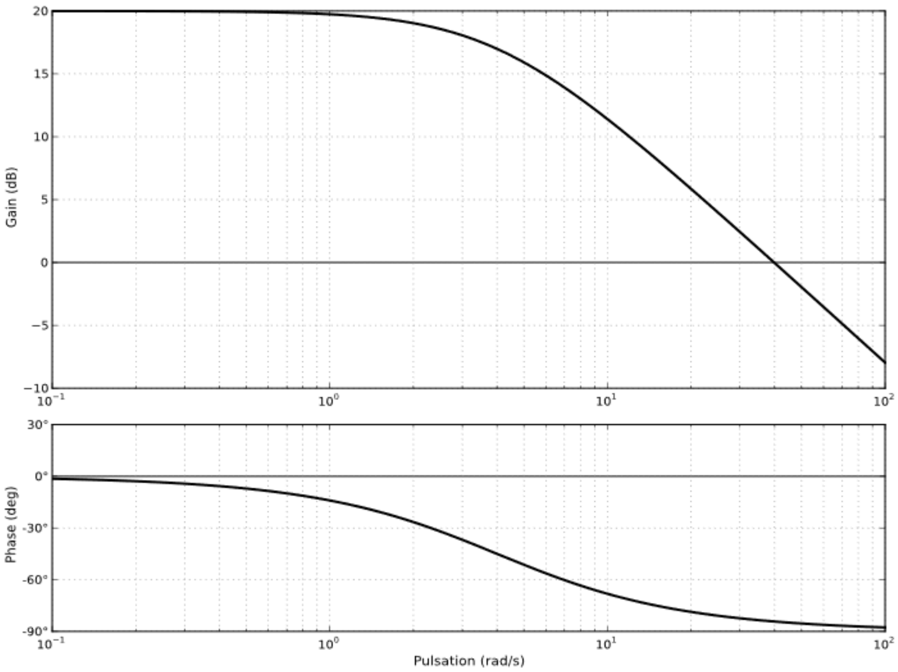
A.N. $$\{V_{4/0}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{4/0} = 5{,}7\vec{z} \\ \vec{V}_{(B \in 4/0)} = 0.31\vec{x}_5 \end{array} \right\}$$

DIAGRAMME DE BODE

1. Calculer mentalement les abscisse et ordonnée du point marqué d'une croix. Compléter les deux cadres de la figure ci-contre.



2.



Quelle est sa fonction de transfert ? (entourer la bonne réponse)

$\dfrac{20}{1+0,025p}$	$\dfrac{10}{1+0,25p}$	$\dfrac{20}{1+0,25p}$	$\dfrac{10}{1+4p}$
1	2	3	4

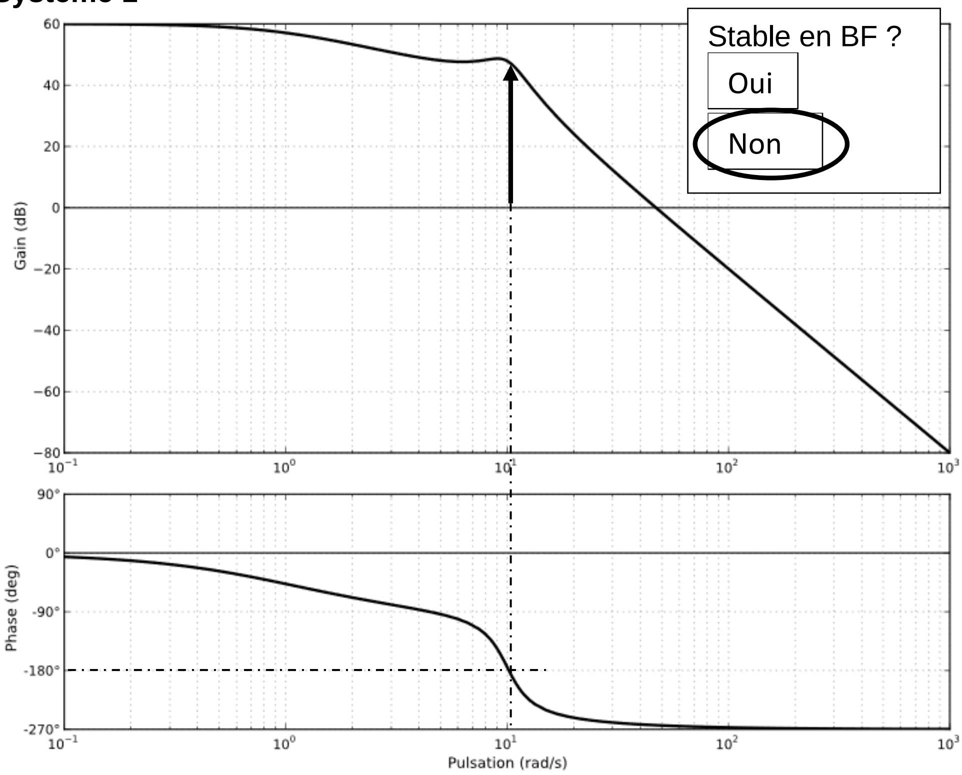
3.

Un système, stable en boucle ouverte, est stable en boucle ouverte, si le lieu de Bode de sa FTBO (notée Ho) contient un point tel que arg $(H_o(j\omega_{cr}))=-180°$ et $G_{dB}(\omega_{cr})<0dB$.

Si il contient un point tel que arg $(H_o(j\omega_{cr}))=-180°$ et $G_{dB}(\omega_{cr})>0dB$ il est instable.

4. Indiquer pour chaque système s'il sera stable en boucle fermée. Si oui, indiquer sur la courbe les marges de gain et de phase :

Système 1



Système 2