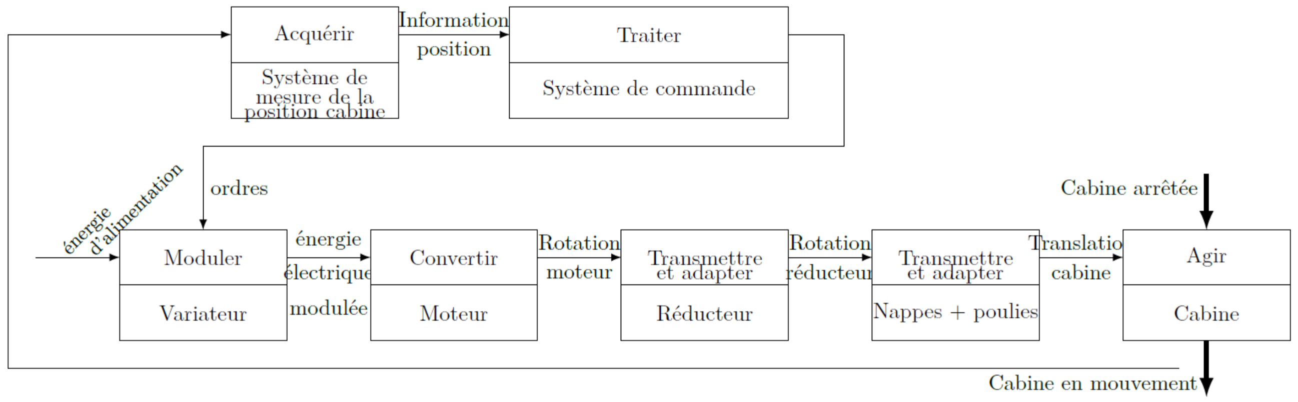
Ascenseurs de Vaujany

Question 1. A partir de ces diagrammes, compléter les chaînes d'énergie et d'information du document réponse en précisant le nom des composants ainsi que leur fonction respective. /2pts



Question 2. Déterminer le nombre moyen de passagers transportés avec les ascenseurs en une année entre les deux gares (montée ou descente). /1pts

En faisant la somme de tous les aller-retours des deux cabines, on trouve 20000 trajets par an, soit 40000 allers et retours cabine, c'est-à-dire 80000 trajets (aller ou retour). On obtient donc en moyenne, 480000 passagers.

Question 3. En déduire, le nombre équivalent de trajets (aller ou retour) en véhicule automobile. /1pts

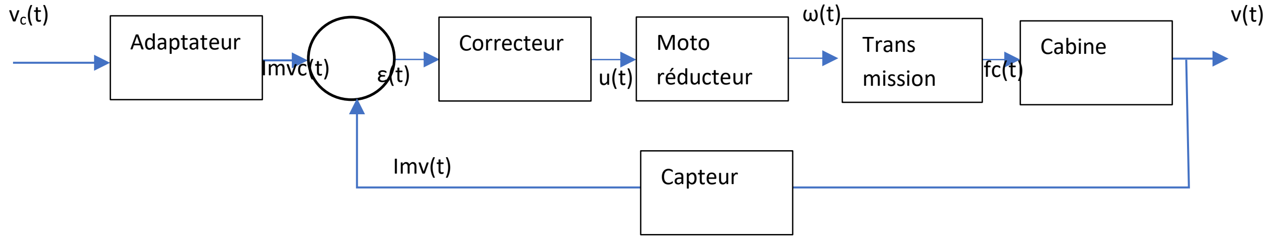
Le nombre moyen de passagers par voiture est de 3, soit donc 160000 trajets en voiture annuel.

Question 4. Déterminer la masse de CO_2 annuelle rejetée par les deux moyens de transport et conclure la satisfaction de l'exigence 11. /1pts

Une voiture fait 1km pour rejoindre les deux gares haute et basse, soit 100 g de CO_2 rejeté par trajet. Soit :

$100*10^{-3}*160000=16000$ kg de CO_2 rejeté sur une année par les voitures. Un aller-retour de cabine consomme 0,5 kW· h et rejette donc 45 g de CO_2. Soit donc 1800 kg de CO_2 rejeté sur une année par les ascenseurs. Les ascenseurs rejettent 9 fois moins de CO_2 que les voitures, l'impact environnemental est donc bien meilleur avec les ascenseurs.

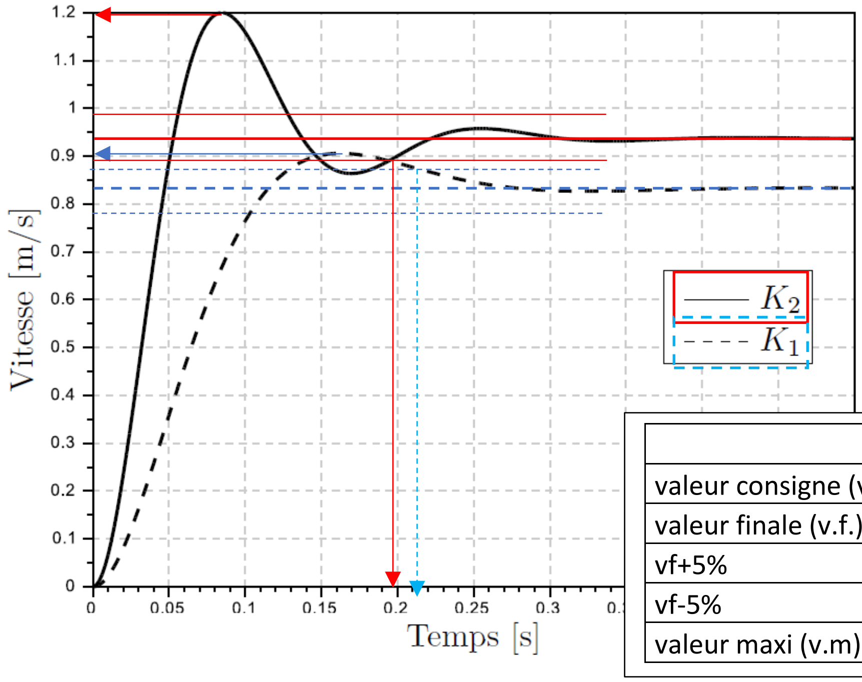
Question 5. Compléter le schéma fonctionnel de ce système asservi sur le Document-Réponse. /1pts



Question 6. Citer ce qui pourrait être considéré ici comme des perturbations /1pts

La pesanteur ou l'inclinaison de la piste. Le nombre de passagers

Question 7. En faisant clairement apparaître les constructions nécessaires sur les courbes, déterminer les performances du système pour chaque correcteur. /2pts



	K1	K2
valeur consigne (v.s)	1	1
valeur finale (v.f.)	0,83	0,94
vf+5%	0,8715	0,987
vf-5%	0,7885	0,893
valeur maxi (v.m)	0,9	1,2

DR 2 : Réponse en vitesse à une consigne $v_0 = 1\,\mathrm{m/s}$

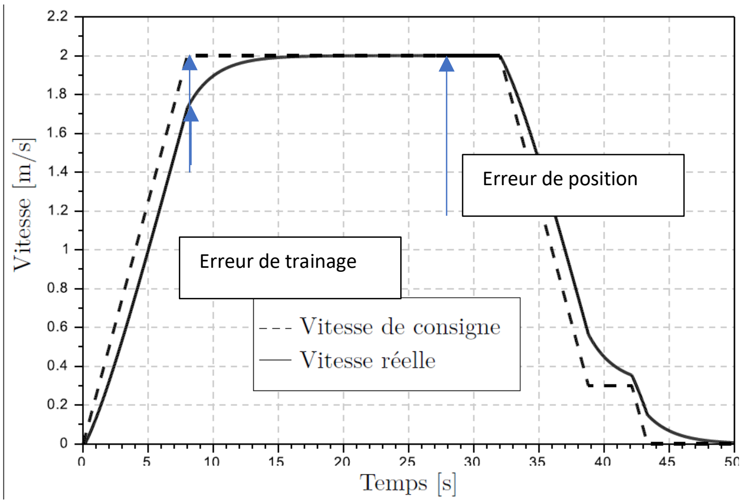
Pour les deux valeurs de K, le système est stable car à une entrée bornée, correspond une sortie bornée. Les niveaux des critères de performances lues dans le diagramme des exigences sont : écart statique $\varepsilon_S = 0$, dépassement maxi 20% , $t_{5\%} < 0,3s$.

	Exigence	Mesure	Validation du CdCF
K1	Précision statique Exigence 161	$\varepsilon_S = \frac{v.s. - v.f.}{v.s.} = 17\%$	NON
	Dépassement Exigence 163	$D_1 = \frac{v.m. - v.f.}{v.f.} = 8,4\%$	oui
	Rapidité Exigence 164	$t_{5\%} = 0,21s$	oui
K2	Précision statique Exigence 161	$\varepsilon_S = \frac{v.s. - v.f.}{v.s.} = 6\%$	NON
	Dépassement Exigence 163	$D_1 = \frac{v.m. - v.f.}{v.f.} = 27,7\%$	NON
	Rapidité Exigence 164	$t_{5\%} = 0,19s$	Oui

Question 8. Conclure sur la validation des exigences 161 à 165. /1pts

Pour les deux correcteurs, les exigences 164 ($tr_{5\%} < 0.3s$) et 165 (stable) sont respectées. Seul le correcteur de gain K_1 respecte l'exigence 163 (Dépassement maximal de 20%. Enfin l'exigence 161 n'est pas respectée (erreur statique nulle). On notera que l'exigence 162 (erreur de trainage) n'a pas pu être évaluée avec cette simulation.

Question 9. Tracer et déterminer l'erreur de trainage et l'erreur statique de la cabine et conclure sur la validation des exigences 161 et 162. /1pts



Pour $t = 8$ s, qui correspond à la fin de la réponse du système soumis à une consigne de type rampe, la valeur de la vitesse simulée est $v = 1{,}75$m/s ce qui correspond à une erreur de trainage de 0,25m/s environ.
Pour $t = 34$ s, qui correspond au régime permanent pour cette réponse, la valeur de la vitesse simulée est $v =$ 2m/s soit une erreur statique nulle.
Donc 1.6.1 vérifiée mais 1.6.2. non vérifiée.

Question 10. Rappeler la définition de la transformée de Laplace et calculer la transformée de Laplace de $x(t) = t.e^{2t}$. /2pts

Par définition la transformée de Laplace de x(t) est : $X(p) = \int_0^{+\infty} x(t)e^{-pt}dt$

$$X(p) = \int_0^{+\infty} t.e^{2t}.e^{-pt}dt = \int_0^{+\infty} t.e^{(2-p)t}dt$$

Et par I.P.P. $$X(p) = \left[t.\left(-\frac{e^{(2-p)t}}{2-p}\right)\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -\frac{e^{(2-p)t}}{2-p}dt = 0 + \frac{1}{2-p}\int_0^{+\infty} e^{(2-p)t}dt$$ si Re(2-p)<0

$$X(p) = \frac{1}{2-p}\left[-\frac{e^{(2-p)t}}{2-p}\right]_0^{+\infty} = \frac{1}{2-p}\left(1-\left(-\frac{1}{2-p}\right)\right)$$

$$\boxed{X(p) = \frac{1}{(2-p)^2}}$$

Question 11. Appliquer la transformée de Laplace aux 4 équations du modèle en considérant les conditions initiales nulles (démarrage du moteur). Préciser les théorèmes utilisés. /2pts

Par linéarité de la TL et utilisation du théorème de la dérivée, avec des conditions initiales nulles :

(1) $\xrightarrow{L} U(p) = R.I(p) + E(p)$

(2) $\xrightarrow{L} E(p) = k_e.\Omega_m(p)$

(3) $\xrightarrow{L} J_e.p.\Omega_m(p) = C_m(p)$

(4) $\xrightarrow{L} C_m(p) = k_t.I(p)$

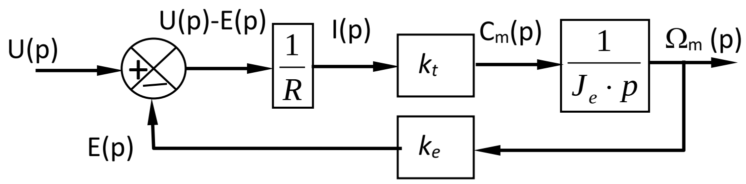
Question 12. Déduire de ces équations les fonctions de transfert associés à ces 4 phénomènes physiques puis présenter ce système d'équations sous la forme du schéma bloc du document réponse. /1pts

(1) $\frac{I(p)}{U(p) - E(p)} = \frac{1}{R}$

(2) $\frac{E(p)}{\Omega_m(p)} = k_e$

(3) $\frac{\Omega_m(p)}{C_m(p)} = \frac{1}{J_e.p}$

(4) $\frac{C_m(p)}{I(p)} = k_t$



Question 13. A partir des résultats précédents déterminer la fonction de transfert de l'ensemble du moteur $H(p)=\dfrac{\Omega_m(p)}{U(p)}$. On doit trouver une expression de cette fonction ne dépendant que des constantes et de la variable de Laplace p. /1pts

Il faut obtenir une expression $H(p)=\dfrac{\Omega_m(p)}{U(p)}$ sans E(p), I(p) et Cm(p) qui ne sont pas des expressions explicites de la variable p. Pour cela on peut procéder par substitution dans les équations 1 à 4 et on obtient en partant de l'équation 3 :

$$\Omega_m(p)=\frac{1}{J_e.p}.k_t.\frac{1}{R}\left(U(p)-k_e.\Omega_m(p)\right)$$

On peut alors isoler $\Omega_m(p)$: $\Omega_m(p)=\dfrac{k_t}{J_e.R.p}U(p)-\dfrac{k_t.k_e}{J_e.R.p}.\Omega_m(p)$

$$\Omega_m(p)+\frac{k_t.k_e}{J_e.R.p}.\Omega_m(p)=\Omega_m(p)\left(1+\frac{k_t.k_e}{J_e.R.p}\right)=\frac{k_t}{J_e.R.p}U(p)$$

Ou directement par la formule de Black

$$\boxed{\frac{\Omega_m(p)}{U(p)}=\frac{\dfrac{k_t}{J_e.R.p}}{1+\dfrac{k_t.k_e}{J_e.R.p}}}$$

Question 14. Mettre H sous la forme : $H(p)=\dfrac{K}{1+T.p}$ et donner les expressions littérales de K et T et préciser leurs unités sous la forme la plus simple possible. /1pts

$$\frac{\Omega_m(p)}{U(p)}=\frac{\dfrac{k_t}{J_e.R.p}.\dfrac{J_e.R.p}{k_t.k_e}}{\left(1+\dfrac{k_t.k_e}{J_e.R.p}\right).\dfrac{J_e.R.p}{k_t.k_e}}=\frac{\dfrac{1}{k_e}}{1+\dfrac{J_e.R}{k_t.k_e}.p}$$

On identifie alors : $\boxed{K=\dfrac{1}{k_e}}$ et $\boxed{T=\dfrac{J_e.R}{k_t.k_e}}$

K est en $s^{-1}V^{-1}$

T est en s

Question 16. Tracer alors la réponse à un échelon de 100V de ce moteur en précisant les valeurs numériques des temps de réponse à 5%, valeur finale de vitesse de rotation atteinte, pente à l'origine (accélération). /2pts

Temps de réponse : $\boxed{tr = 3T = 3\frac{J_e.R}{k_t.k_e} = 4,8s}$

Valeur finale atteinte : $\boxed{\lim_{t\to+\infty} \omega_m(t) = 100.K = \frac{100}{k_e} = 40rad.s^{-1}}$

Pente à l'origine : $\boxed{\dot{\omega}_m(t) = 100.\frac{K}{T} = 25rad.s^{-2}}$