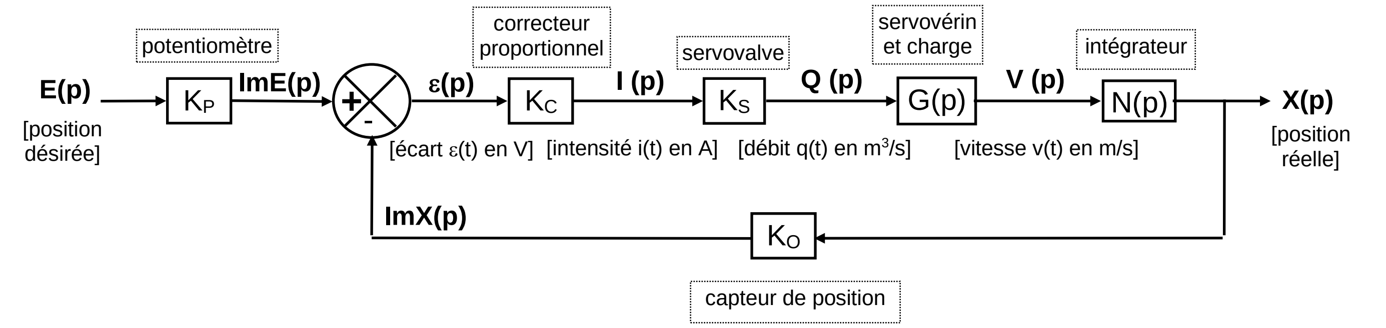
EVOLUTION PROGRESSIVE D'UNE COMMANDE HYDRAULIQUE (CORRIGE)



Question 1. $v(t)=\frac{dx(t)}{dt}$ soit $X(p)=\frac{1}{p}V(p)$ donc $\boxed{N(p)=\frac{1}{p}}$.

Question 2. $\boxed{K_O=50\ V.m^{-1}}$.

Question 3. $\varepsilon(p)=ImE(p) - ImX(p) = K_P.E(p) - K_O.X(p) = 0$ soit $K_P.E(p) = K_O.X(p)$ avec $X(p) = E(p)$

donc $\boxed{K_O = K_P = 50\ V.m^{-1}}$.

Question 4. $H(p)=\frac{X(p)}{E(p)}=K_P\frac{\frac{K_cK_sG}{p}}{1+\frac{K_PK_cK_sG}{p}}=\frac{1}{1+\frac{p}{K_PK_cK_sG}}$ et $\varepsilon(p)=K_PE-K_P\left[\frac{K_cK_sG}{p}\right]\varepsilon(p)$

$$\varepsilon(p)=K_P\frac{p}{K_PK_cK_sG+p}E(p)=\frac{1}{K_cK_sG}.\frac{p}{1+\frac{p}{K_PK_cK_sG}}E(p)=\mathrm{Im}E(p)-\mathrm{Im}X(p)=K_P\ E(p)-K_P\ X(p)=K_P[\ E(p)-X(p)]$$

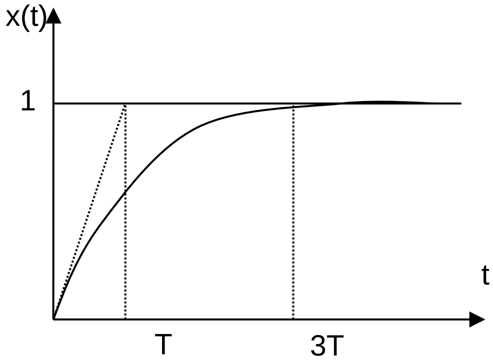
donc
$$\boxed{E(p)-X(p)=\frac{p}{K_PK_cK_sG+p}E(p)=\frac{1}{K_PK_cK_sG}.\frac{p}{1+\frac{p}{K_PK_cK_sG}}E(p)}$$

Question 5.

5.1. $H(p)=\frac{1}{1+\frac{p}{K_PK_cK_sK_v}}=\frac{K}{1+T.p}$ avec K=1 et $\boxed{T=\frac{1}{K_PK_cK_sK_v}}$

5.2. E(p)=1/p. Le théorème de la valeur finale permet d'écrire :

$$\varepsilon_s=\lim_{t\to\infty}[e(t)-x(t)]=\lim_{p\to 0}p.[E(p)-X(p)]=\lim_{p\to 0}p.\frac{1}{K_P\ K_cK_sG}.\frac{p}{1+\frac{p}{K_PK_cK_sG}}.\frac{1}{p}=\lim_{p\to 0}\frac{1}{K_PK_cK_sG}.\frac{p}{1+\frac{p}{K_PK_cK_sG}}=0.$$



5.3. $E(p) = 1/p^2$. Le théorème de la valeur finale permet d'écrire :

$$\varepsilon_p = \lim_{t\to\infty}[e(t)-x(t)] = \lim_{p\to 0} p.[E(p)-X(p)] = \lim_{p\to 0} p.\frac{1}{K_P\,K_cK_sG}.\frac{p}{1+\frac{p}{K_PK_cK_sG}}.\frac{1}{p^2} = \lim_{p\to 0}\frac{1}{K_P\,K_cK_sG}.\frac{1}{1+\frac{p}{K_PK_cK_sG}}$$

soit $\boxed{\varepsilon_p = \frac{1}{K_P\,K_cK_sG}}$

5.4. D'après la question 5.1. on a $H(p) = \frac{X(p)}{E(p)} = \frac{1}{1+\frac{p}{50K_cK_sK_v}}$ soit $T = \frac{1}{50K_cK_sK_v}$.

La condition sur le temps de réponse se traduit par $t_{r5\%} = 3T = \frac{3}{50K_cK_sK_v} < 15.10^{-3}$ soit $\boxed{K_cK_sK_v > 4}$.

5.5. $\boxed{K_v = \frac{1}{S}}$

Question 6.

6.1. $$H(p) = \frac{X(p)}{E(p)} = 50\,\frac{\frac{K_cK_s}{p}\,\frac{K_v}{1+T_vp}}{1+\frac{50K_cK_s}{p}\,\frac{K_v}{1+T_vp}} = \frac{1}{1+\frac{p}{50K_cK_sK_v}+\frac{T_v}{50K_cK_sK_v}p^2} = \frac{K}{1+2.z.\frac{p}{\omega_0}+\frac{p^2}{\omega_0{}^2}}$$

avec K=1 $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{50K_cK_sK_v}{T_v}}}$ et $\boxed{z = \frac{1}{2\sqrt{50K_cK_sK_vT_v}}}$.

6.2. cf cours

6.3. D'après la question 4 :

$$E(p)-X(p) = \frac{p}{50K_cK_sG+p}E(p) = \frac{p}{\frac{50K_cK_sK_v}{1+T_vp}+p}E(p) = \frac{p(1+T_vp)}{50K_cK_sK_v+p+T_vp^2}E(p)$$. E(p)=1/p.

Le théorème de la valeur finale permet d'écrire :

$$\varepsilon_s = \lim_{t\to\infty} [e(t) - x(t)] = \lim_{p\to 0} p.[E(p) - X(p)] = \lim_{p\to 0} p.\frac{p(1+T_v p)}{50K_c K_s K_v + p + T_v p^2}.\frac{1}{p} = \lim_{p\to 0} \frac{p(1+T_v p)}{50K_c K_s K_v + p + T_v p^2} = 0.$$

$\boxed{\varepsilon_s = 0}$

6.4. $E(p)=1/p^2$. Le théorème de la valeur finale permet d'écrire :

$$\varepsilon_p = \lim_{t\to\infty} [e(t) - x(t)] = \lim_{p\to 0} p.[E(p) - X(p)] = \lim_{p\to 0} p.\frac{p(1+T_v p)}{50K_c K_s K_v + p + T_v p^2}.\frac{1}{p^2} = \lim_{p\to 0} \frac{(1+T_v p)}{50K_c K_s K_v + p + T_v p^2}.$$

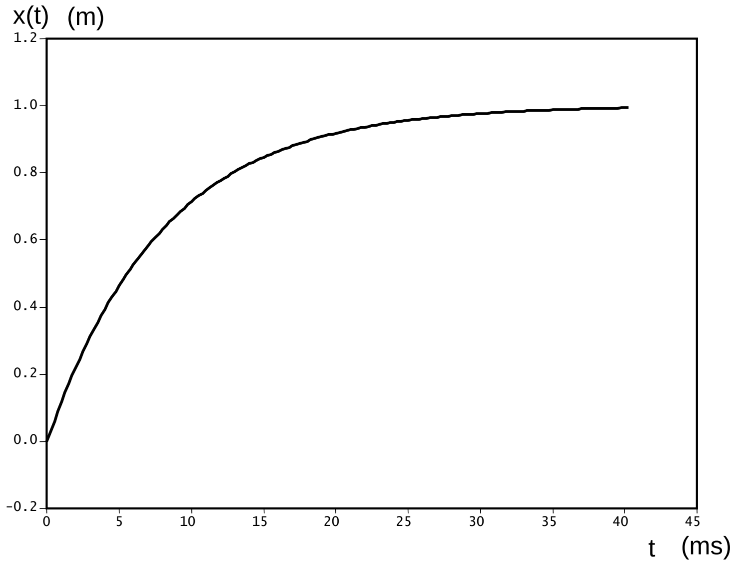
Soit $\boxed{\varepsilon_p = \frac{1}{50K_c K_s K_v}}$

6.5. $z = \frac{1}{2\sqrt{50K_c K_s K_v T_v}} > 1$ soit $\boxed{K_c K_s K_v T_v < \frac{1}{200} = 5.10^{-3}}$

6.6. $\varepsilon_p = \frac{v_{max}}{K_v} = \frac{20}{60K_v} < 4.10^{-3}$ soit Kv > 83,3 m^{-3} et $\boxed{T_v < \frac{6.10^{-5}}{K_c K_s}}$.

Question 7. Comparaison des deux modèles : on pose : $\boxed{T_V = 1 \text{ ms}}$ et $\boxed{K_C.K_S.K_V = 250 \text{ s}^{-1}}$

7.1. $H(p) = \frac{X(p)}{E(p)} = \frac{1}{1+8.10^{-5}p}$ donc $x(t) = 1 - e^{-\frac{t}{8.10^{-5}}}$ et $\boxed{t_{r5\%} = 24.10^{-5}\text{s}}$.



7.2. La pseudo période est $T_a \simeq 1{,}8.10^{-3}\text{s}$

$\boxed{t_{r5\%} \approx 5{,}6.10^{-3}\text{s}}$

$\boxed{D_1 = 65\%}$

ASSERVISSEMENT EN POSITION D'UNE ANTENNE DE RADAR

Question 1 : Déterminer par un tracé sur la réponse fournie les valeurs numériques de K_2 et de T_2.

$\boxed{K_2=0{,}4\,rad/s/(N.m)}$ identifié par l'asymptote horizontale

$\boxed{T_2=2s}$ identifié par le temps de réponse à 5% ($3.T_2$) ou le temps de réponse à 37% (T_2) ou l'abscisse de l'intersection entre la tangente à l'origine et l'asymptote horizontale.

Question 2 : Montrer que la fonction de transfert en poursuite (pour C(p)=0) est :

$$H_1(p)=\left.\frac{\Omega(p)}{Vc(p)}\right|_{C(p)=0}=\frac{10.A}{4.p^2+6.p+2+A}$$

Par utilisation de la formule de Black :

$$H_1(p)=\left.\frac{\Omega(p)}{Vc(p)}\right|_{C(p)=0}=\frac{A.M(p).R(p)}{1+A.M(p).R(p).k}=\frac{A.\frac{K_1}{1+T_1.p}.\frac{K_2}{1+T_2.p}}{1+A.\frac{K_1}{1+T_1.p}.\frac{K_2}{1+T_2.p}.k}=\frac{A.K_1.K_2}{(1+T_1.p)(1+T_2.p)+A.K_1.K_2.k}$$

$$\boxed{H_1(p)=\frac{K_1.K_2.A}{T_1.T_2.p^2+(T_1+T_2)p+1+K_1.K_2.k.A}=\frac{5A}{2p^2+3p+1+0{,}5.A}=\frac{10.A}{4.p^2+6.p+2+A}}$$

Question 3 :

$$\boxed{H_1(p)=\frac{\frac{10.A}{2+A}}{1+\frac{6}{2+A}.p+\frac{4}{2+A}.p^2}}$$

Et par identification à la forme canonique du second ordre $H_1(p)=\frac{K}{1+\frac{2\xi}{\omega_0}.p+\frac{1}{\omega_0^{\,2}}.p^2}$, on obtient :

Gain statique : $\boxed{K=\frac{10.A}{2+A}}$ Pulsation propre : $\boxed{\omega_0=\frac{\sqrt{2+A}}{2}}$

Coefficient d'amortissement : $\boxed{\xi=\frac{\omega_0}{2}\frac{6}{2+A}=\frac{3}{2\sqrt{2+A}}}$

Question 4 :

Un premier dépassement de 5% correspond à $D_1=0{,}05$.

Or $D_1=e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$

On peut alors trouver ξ tel que $D_1=0{,}05$.

$$\ln D_1=-\Rightarrow(\ln D_1)^2=\frac{\pi^2\xi^2}{1-\xi^2}\Rightarrow(\ln D_1)^2(1-\xi^2)=\pi^2\xi^2\Rightarrow\xi^2\left((\ln D_1)^2+\pi^2\right)=(\ln D_1)^2$$

D'où $\xi = \sqrt{\dfrac{(\ln D_1)^2}{(\ln D_1)^2 + \pi^2}}$ A.N. : $\boxed{\xi = 0,69}$

On trouve ensuite la valeur de A vérifiant $\xi = 0,69$:

$\xi = \dfrac{3}{2\sqrt{2+A}}$ $A = \left(\dfrac{3}{2\xi}\right)^2 - 2$

A.N. : $\boxed{A = \left(\dfrac{3}{2.0,69}\right)^2 - 2 = 2,7}$

Question 5 :

$$\varepsilon(p) = V_c(p) - V(p) = V_c(p) - k.H_1(p).V_c(p) = V_c(p)(1 - k.H_1(p))$$

$$\varepsilon(p) = V_c(p)\left(1 - \frac{0,1.10.A}{4.p^2 + 6.p + 2 + A}\right) = V_c(p)\frac{4.p^2 + 6.p + 2 + A - A}{4.p^2 + 6.p + 2 + A}$$

$$\boxed{\varepsilon(p) = \frac{4.p^2 + 6.p + 2}{4.p^2 + 6.p + 2 + A} V_c(p)}$$

Question 6 :

D'après le théorème de la valeur finale :

$$\varepsilon_s = \lim_{t \to +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \to 0} p.\varepsilon(p)$$

Avec $V_c(p) = \dfrac{1}{p}$

$$\varepsilon_s = \lim_{p \to 0} \frac{4.p^2 + 6.p + 2}{4.p^2 + 6.p + 2 + A} = \frac{2}{2 + A}$$

Question 7 : Déterminer la valeur de A qui donne une erreur statique de 5%.

$\dfrac{2}{2+A} = 0,05$ $\boxed{A = \dfrac{2}{0,05} - 2 = 38}$

Remarque : on ne peut satisfaire simultanément les critères de précision et d'amortissement avec ce correcteur proportionnel A. En effet pour avoir un dépassement inférieur à 5% il faut A<2,7 et pour avoir un écart statique inférieur à 5% il faut A>38. Ces 2 conditions sont incompatibles. C'est pourquoi, en conservant les même composants de la partie opérative (moteur, réducteur, capteur, etc…) on peut utiliser un autre paramétrage du correcteur (programme de la carte de commande) permettant d'obtenir le bon compromis précision/amortissement/rapidité par l'usage d'un correcteur PID par exemple (Proportionnel Intégral Dérivé).