NOM : Prenom :

DATE			HEURE DÉBUT	HEURE FIN
30	11	2024	8h10	10h40

CLASSE	MPSI
MATIERE	SI
PROFESSEUR	LILLONI (169)

CONSIGNES	Calculatrice	OUI ☒	NON ☐
	Documents	OUI ☐	NON ☒

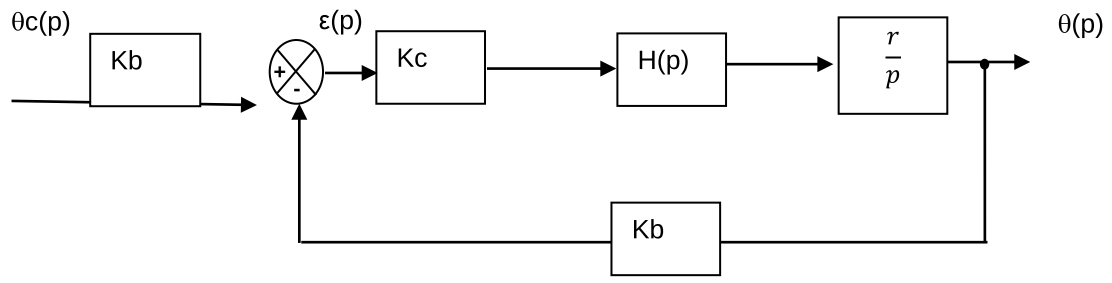
Autres consignes :

- **Pas de téléphone sinon exclusion immédiate.**
- Vous devez répondre directement et uniquement sur le document réponse fourni.
- Vous attacherez la plus grande importance à la **propreté**, à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.
- Il est conseillé d'utiliser des feuilles de papier brouillon afin de mettre au point les développements mathématiques, schémas, graphes et courbes.
- Les résultats attendus seront obligatoirement **encadrés**.

NOM : Prenom :

Partie 1 : Exercice et questions de cours SLCI

Le schéma bloc d'un asservissement de position d'une roue de chariot robotisé est représenté ci-dessous :



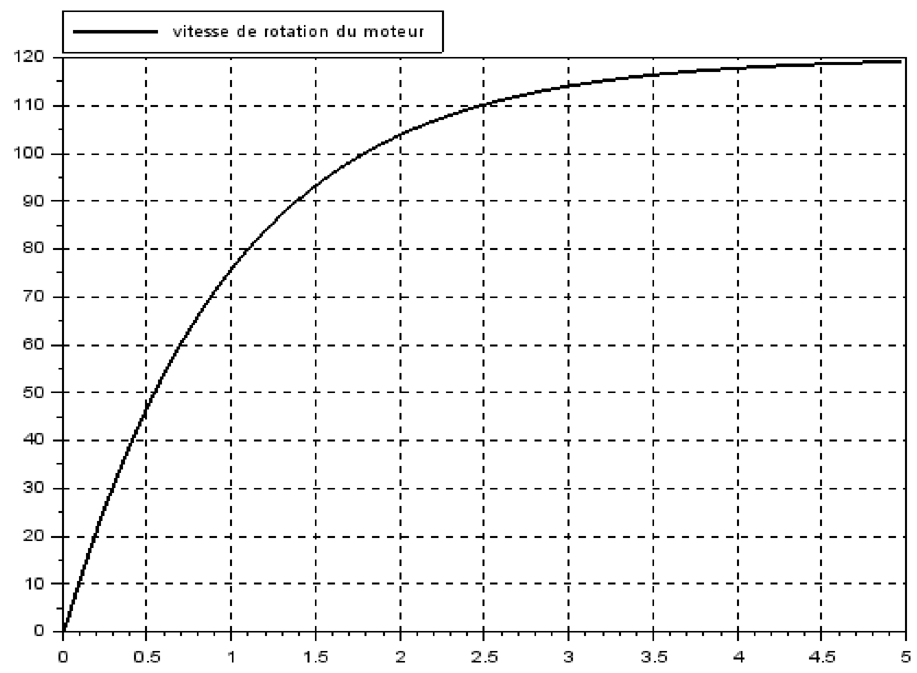
Kc est le gain du correcteur réglable

r=0,1 est le rapport de réduction du réducteur à engrenage

Kb=1V/(rad) est le gain du capteur de position angulaire de rotation de la roue

On veut déterminer un modèle de comportement du moteur de fonction de transfert H(p). On fait un essai expérimental sur le moteur alimenté par un **échelon de 12V** et on représente l'évolution de la vitesse de rotation du moteur (en rad/s) en fonction du temps (en s) sur le document réponse.

1. A quel type de fonction de transfert cela correspond ? Donner le forme canonique H(p) du cours correspondante. Nommer les paramètres canoniques. Exprimer l'évolution de vitesse théorique associée ω(t). Déterminer les valeurs numériques des paramètres canoniques. Les faire apparaitre sur le tracé fourni (asymptote, tangente, tr5%, …)



2. Rappeler la formule de Black du cours avec A(p) et B(p) en proposant le schéma bouclé correspondant. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H_f(p)$ de l'asservissement de position sous forme littérale puis sous forme numérique (seules les notations Kc et la variable de Laplace p restent). La mettre sous la forme canonique du second ordre et déterminer les paramètres canoniques (2 des 3 paramètres canoniques dépendent de Kc).

Formule de Black :

$H_f(p)$=

Sous forme canonique

$H_f(p)$=

Paramètres canoniques :

NOM : Prenom :

Le Cahier des Charges Fonctionnelles (CdCF) partiel de l'asservissement de position considéré est :

performance	critère	niveau
rapidité	Temps de réponse à 5%	0,7s
précision	Ecart statique relatif	2% d'une consigne constante
amortissement	Dépassement	5% maxi

3. Rappeler le théorème de la valeur finale. Déterminer d'après le schéma bloc de l'asservissement de position l'expression de ε(p) pour une entrée échelon telle que $\theta c(p)=\frac{1}{p}$. Déterminer l'écart statique de position ε_s. Conclure sur la performance de précision.

théorème de la valeur finale :

ε(p)=

ε_s=

conclusion sur la précision :

4. Rappeler l'expression su premier dépassement relatif D_1 pour un second ordre. Déterminer la condition sur la valeur de Kc permettant de respecter le critère d'amortissement

D_1=

Condition sur Kc :

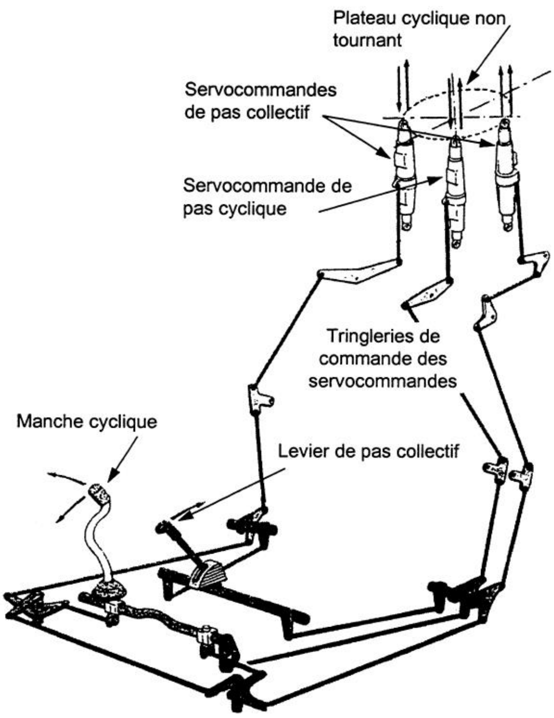
NOM : Prenom :

Partie 2 : Etude d'une servocommande d'hélicoptère

PRESENTATION.

L'étude proposée porte sur un des mécanismes de commande de l'orientation des pales du rotor d'un hélicoptère.

Pour déplacer un hélicoptère, son pilote agit sur le manche de pas cyclique et sur le levier de pas collectif. Ces ordres sont transmis par l'intermédiaire d'une tringlerie aux servocommandes (voir figure 1).



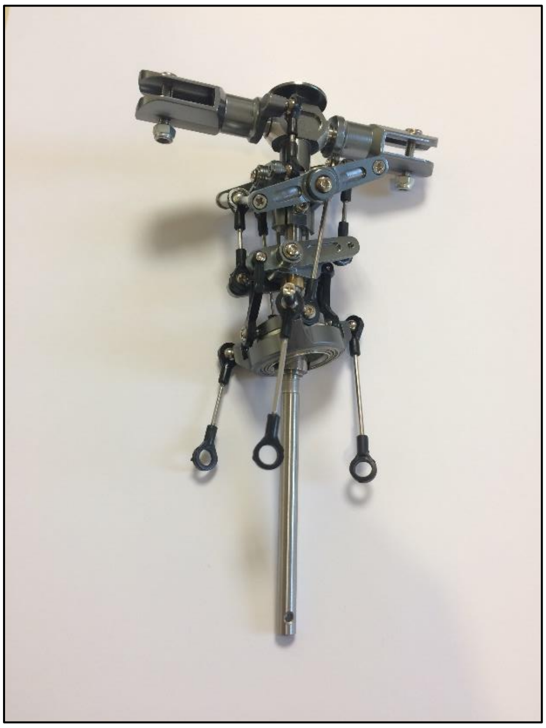


Figure 1 - Tringlerie de transmission et mécanisme de commande d'orientation des pales du rotor d'un hélicoptère

NOM : Prenom :

1. Modélisation de la servocommande.

La servocommande utilisée est un système d'asservissement en position, à entrée mécanique. Elle est composée d'un distributeur à tiroir pilotant un vérin à corps mobile (voir figure 2).

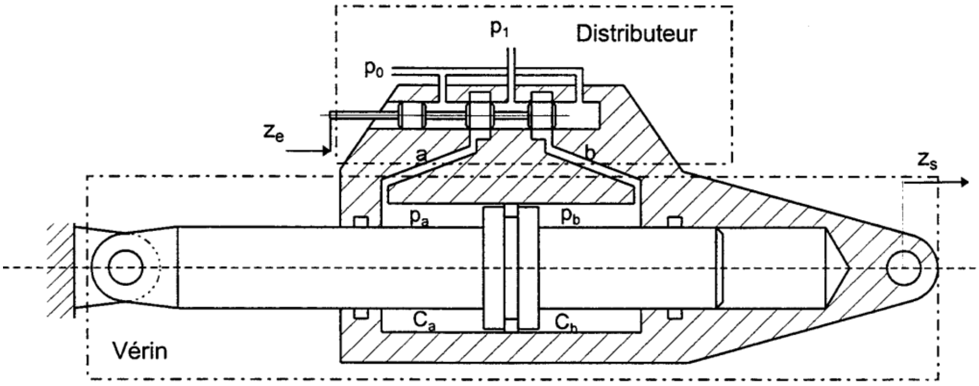


Figure 2 - Distributeur à tiroir pilotant et vérin à corps mobile

Le tiroir du distributeur reçoit la consigne Ze. Celle-ci provient de la tringlerie de commande. Ce tiroir coulisse dans le corps du distributeur et met en communication chacune des deux conduites a et b avec la pression d'alimentation p1 ou la pression de retour p0.

Les deux chambres Ca et Cb sont alimentées avec deux pressions différentes, ce qui a pour conséquence de déplacer le corps et générer la sortie zs.

- **Ze(t)** la consigne d'entrée
- **Zs(t)** la réponse en sortie
- **p1(t)** la pression d'alimentation
- **p0(t)** la pression de retour
- **pa(t)** et **pb(t)** les pressions dans les chambres Ca et Cb de volumes Va et Vb
- V_t=(Va+Vb)/2
- **rc**, **f** et **m** la raideur, le coefficient de frottement visqueux et la masse de l'ensemble vérin plus charge
- **Kd** le gain du distributeur;
- **B** le module de compressibilité de l'huile;
- **S** la section utile du vérin.

On montre que le fonctionnement de la servocommande est modélisé par les équations suivantes :

a - équation de débit :

$$Kd \cdot \left(ze(t) - zs(t)\right) = S \cdot \frac{dzs(t)}{dt} + \frac{V_t}{2B} \cdot \frac{d\left(pa(t) - pb(t)\right)}{dt} \qquad \textbf{(1)}$$

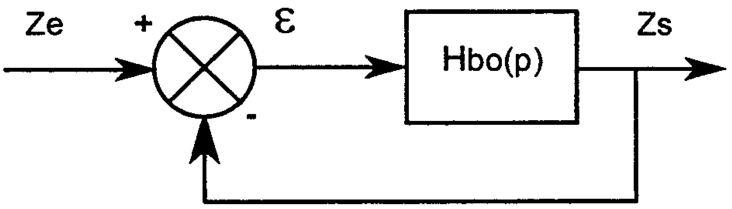
b - équation de dynamique appliquée au corps de vérin :

$$\left(pa(t) - pb(t)\right) \cdot S = rc \cdot zs(t) + f \cdot \frac{dzs(t)}{dt} + m \cdot \frac{d^2 zs(t)}{dt^2} \qquad \textbf{(2)}$$

NOM : Prenom :

Question 2.1 : Ecrire l'image de chaque équation (1) et (2) par la transformation de Laplace en considérant que toutes les conditions initiales sont nulles.

2. Boucle ouverte de la servocommande.



Question 2.2 : D'après les équations précédentes, déterminer la fonction de transfert en <u>boucle ouverte</u>, **Hbo(p)**, de la chaîne fonctionnelle représentée ci-dessus. En posant $rh = \frac{2 \cdot B \cdot S^2}{V_t}$ et $\omega = \frac{Kd}{S}$, exprimer Hbo(p) en fonction de rc, rh, f, m et ω.

NB : Cette question est difficile. Si vous n'y arrivez pas. Pas de panique. Vous pouvez passer à la question 2.4.

Question 2.3 : Mette sous forme canonique cette fonction de transfert et faire l'application numérique avec les données suivantes : $rc = rh = 2.10^7$ N/m ; $f = 10^5$ N.s/m ; $m = 250$ kg ; $\omega = 200$ rd/s

NOM : Prenom :

Dans le domaine fréquentiel d'utilisation de ce système, comme $\frac{m}{rh}$ est très petit devant 1, **Hbo(p)** peut se mettre sous la forme :

$$\boxed{\boldsymbol{Hbo(p) = \frac{100}{p(1+2,5.10^{-3}p)}}}$$

(On considérera cette expression pour les questions **2.4 et 2.5**.)

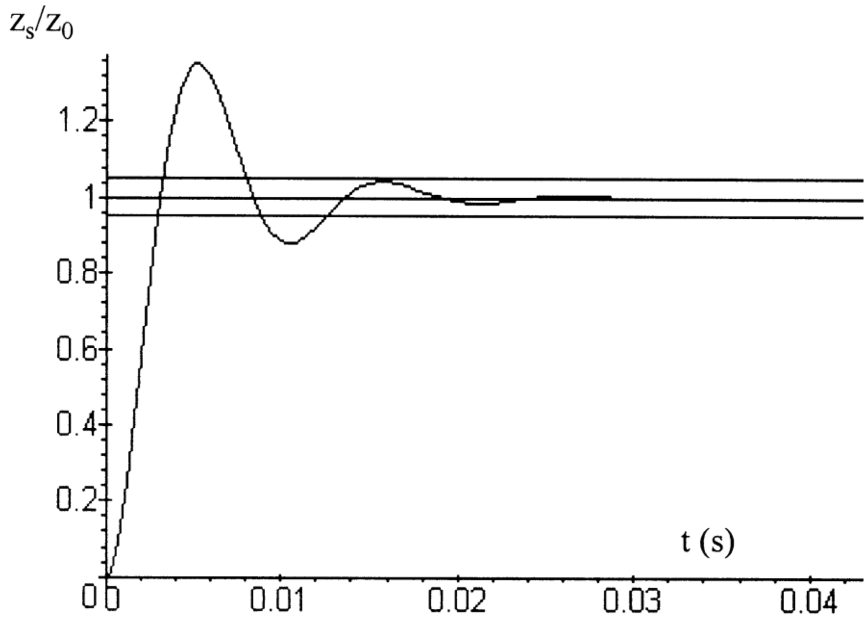
Question 2.4 : A l'aide de la Hbo(p) et de la chaine fonctionnelle representée précédemment, déterminer la fonction de transfert en boucle fermée **Hbf(p)** du système ayant **Ze** en entrée et **Zs** en sortie. Mettre **Hbf(p)** sous une forme canonique et préciser les valeurs du gain statique, de la pulsation propre et du coefficient d'amortissement.

K = **ω_0=** **z =**

Question 2.5 : Tracer l'allure de la courbe représentative de la réponse du système modélisé par Hbf(p) à un échelon d'amplitude Z_0, en précisant la valeur du dépassement maximum éventuel, de l'écart statique et du temps de réponse à 5%. (voir ANNEXE).

NOM :   Prenom :

Question 2.6 : Pour améliorer les performances du système, on a augmenté le gain de la boucle ouverte. Le tracé de la réponse est donné ci-dessous. Trouver par lecture sur cette courbe : le temps de réponse à 5%; l'écart statique; le dépassement maximum (en pourcentage de la valeur finale).



$T_{5\%}$ =

ε_s =

$D_{1\%}$ =

Question 2.7 : En déduire la **forme canonique de la fonction de transfert** correspondant au tracé et **identifier les paramètres caractéristiques associés** (gain statique, facteur d'amortissement z (ou ξ) et pulsation propre ω_0) par la méthode de votre choix (voir annexe si-besoin).

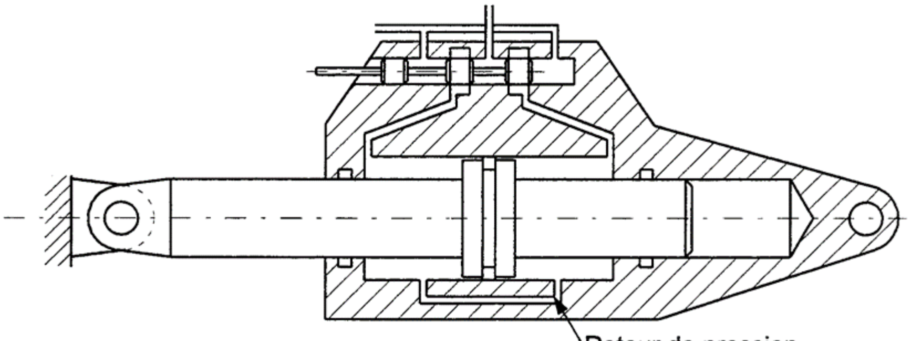
K = **ω_0=** **z =**

Question 2.8 : Quelles sont les conséquences de l'augmentation du gain sur le comportement du système (performances) ?

NOM : Prenom :

3. Influence d'un dispositif de correction.

La servocommande est munie d'un dispositif de correction dit « à retour de pression ». Voir figure ci-dessous.



Ce dispositif est constitué d'une canalisation de petite section qui relie les deux chambres du vérin. Il permet de « compenser » le débit d'huile introduit par le distributeur au cours d'un dépassement de position (oscillation).

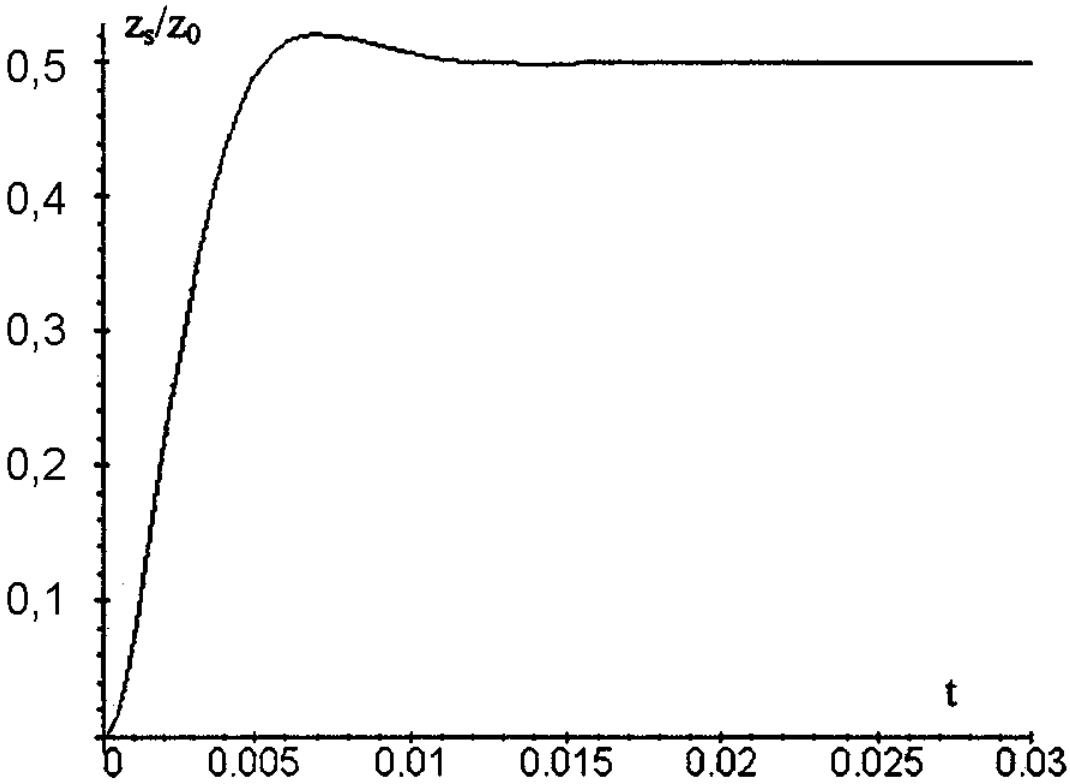
La fonction de transfert en boucle ouverte du système devient : $Hbo(p) = \dfrac{2.10^5}{(400+p).(500+p)+p}$

L'entrée du système est l'échelon ze=z0.u(t), où u(t) est la fonction échelon unitaire et z0 $\in$ R+.

Question 2.9 : Déterminer l'expression de l'écart dans le domaine de Laplace : $\varepsilon(p) = Ze(p) - Zs(p)$, puis l'écart statique $\varepsilon_s = \lim_{t\to+\infty}\left[z_e(t) - z_s(t)\right]$.

Question 2.10 : La réponse à un échelon ze=z0.u(t) du système corrigé est représentée ci-après. Quels sont les avantages et inconvénients du système de correction utilisé ? (NB : qualitatif et <u>quantitatif</u>)

NOM :　　　　　　　　　　　　Prenom :



Réponse à un échelon avec dispositif de correction (question 2.10)

Question 2.11 : Déterminer l'expression temporelle de la réponse du système modélisé aux questions 2.4 et 2.5.

NOM : Prenom :

ANNEXE

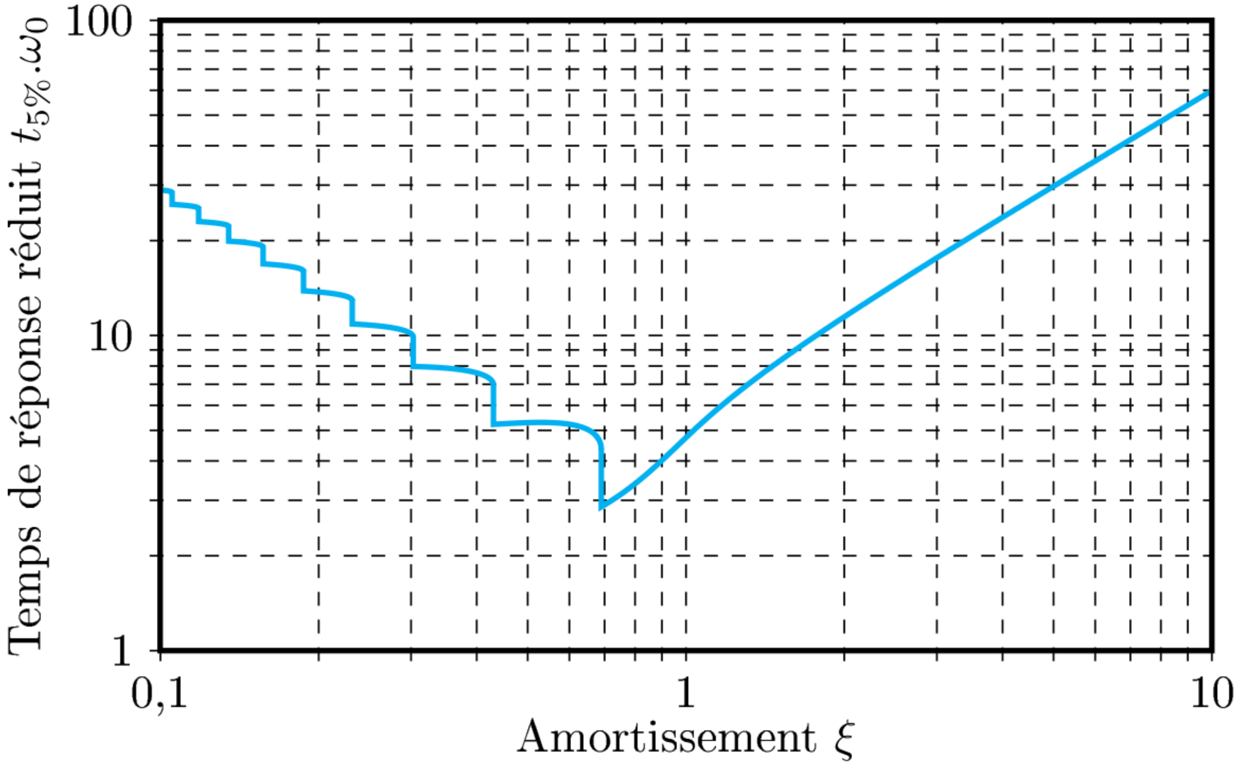


FIGURE 3 – Abaque des temps de réponse

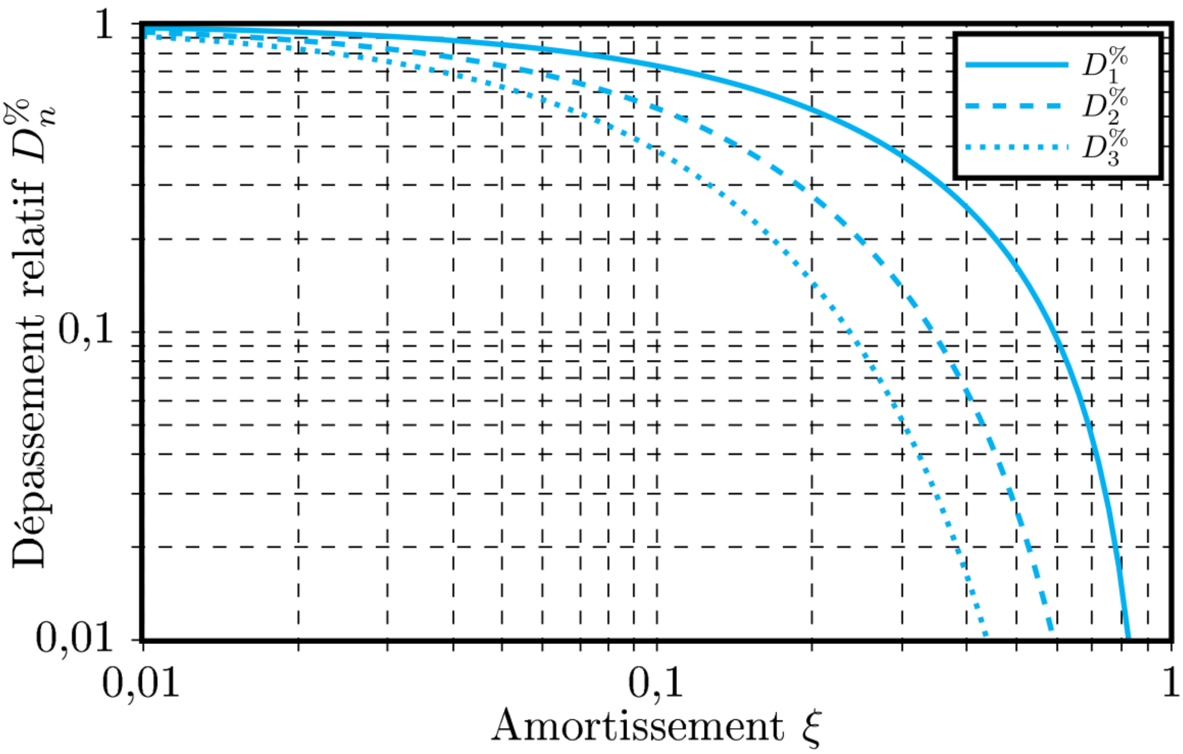


FIGURE 4 – Abaque des dépassements