ROBOT DE PEINTURE corrigé

Le robot de peinture dont le schéma cinématique est donné figure 1 est utilisé dans l'industrie automobile. C'est un robot 3 axes constitué de 3 solides indéformables.

Le chariot **1** est en liaison glissière de direction $\vec{y}_0$ avec le bâti **0**.

Le corps **2** est en liaison pivot d'axe $(A, \vec{z}_0)$ avec le chariot **1**.

Le bras **3** est en liaison pivot d'axe $(B, \vec{x}_2)$ avec le corps **2**.

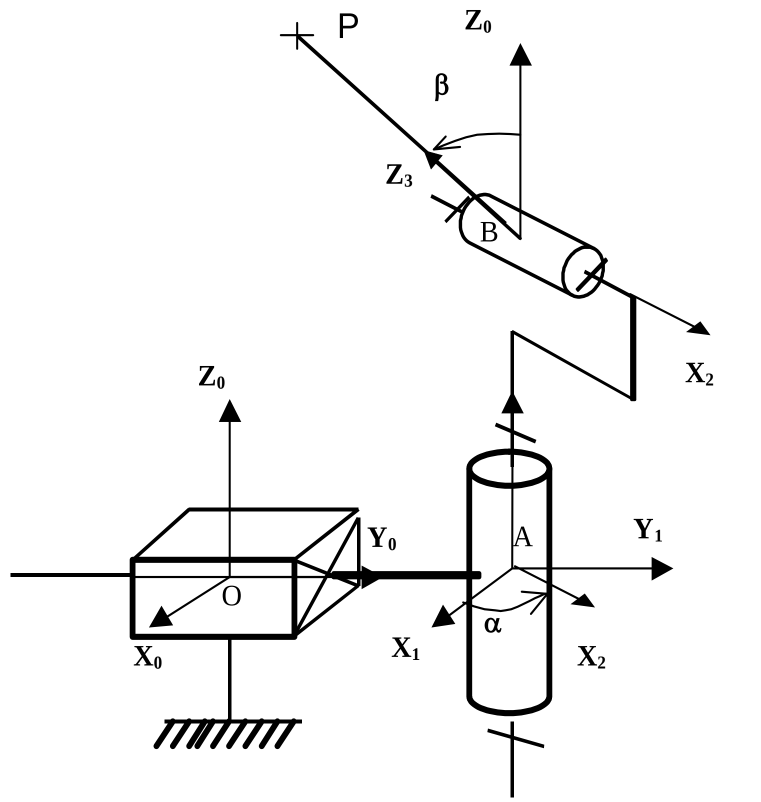


Figure 1 : Robot de peinture

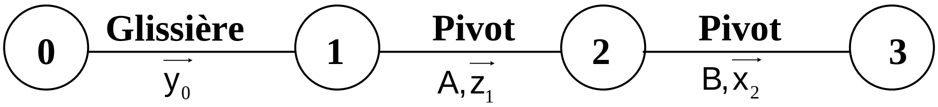
Le paramétrage est le suivant :

$\overrightarrow{AB} = H\vec{z}_2$	$\overrightarrow{OA} = \lambda(t)\vec{y}_0 \quad \lambda > 0$	$\overrightarrow{BP} = L\vec{z}_3$

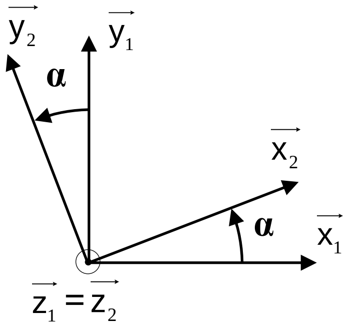
Le paramétrage angulaire est le suivant :

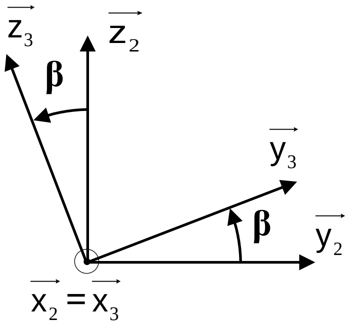
$\alpha = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$	$\beta = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$

Question 1 : Proposer un graphe de liaison du mécanisme.



Question 2 : Représenter les figures de calculs qui montrent les rotations des différents repères les uns par rapport aux autres. En déduire les vecteurs vitesse de rotation correspondants.





$\vec{\Omega}_{2/1} = \dot{\alpha}\overrightarrow{z_1}$ $\qquad$ $\vec{\Omega}_{3/2} = \dot{\beta}\overrightarrow{x_2}$

Question 3 : Calculer $\vec{V}(P/0)$ vitesse du point P (jet de peinture) par rapport au repère R_0 .

<u>par dérivation :</u>

$$\vec{V}(P/0)= \frac{d\overrightarrow{OP}}{dt_{/0}} = \frac{d}{dt_{/0}}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BP}\right)$$

$$\vec{V}(P/0)= \frac{d\overrightarrow{OP}}{dt_{/0}} = \frac{d}{dt_{/0}}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BP}\right)$$

avec $\overrightarrow{AB} = H\vec{z}_2$, $\overrightarrow{BP} = L\vec{z}_3$ et $\overrightarrow{OA} = \lambda(t)\vec{y}_0$

et $\dfrac{d\overrightarrow{OA}}{dt_{/0}} = \dfrac{d\lambda\overrightarrow{y_0}}{dt_{/0}} = \dot{\lambda}\overrightarrow{y_0}$

$$\frac{d\overrightarrow{z_3}}{dt_{/0}} = \vec{\Omega}_{3/0}\wedge\overrightarrow{z_3} = \left(\dot{\beta}\vec{x}_2+\dot{\alpha}\vec{z}_1\right)\wedge\overrightarrow{z_3} = \dot{\beta}\vec{x}_2\wedge\overrightarrow{z_3}+\dot{\alpha}\vec{z}_1\wedge\overrightarrow{z_3} = -\dot{\beta}\overrightarrow{y_3}+\dot{\alpha}\sin\beta\overrightarrow{x_2}$$

$$\boxed{\vec{V}(P/0)=\dot{\lambda}\vec{y}_0+L\left(-\dot{\beta}\vec{y}_3+\dot{\alpha}\sin\left(\beta\right)\vec{x}_2\right)}$$

<u>Par utilisation de la composition des vitesses et de la relation de changement de point :</u>

Par définition $\vec{V}(A,1/0)= \vec{V}(A/0)-\vec{V}(A/1) = \dfrac{d\overrightarrow{OA}}{dt_{/0}} - \vec{0} = \dot{\lambda}\vec{y}_0$

Donc $\vec{V}(A,1/0)= \dfrac{d\overrightarrow{OA}}{dt_{/0}} - \vec{0} = \dot{\lambda}\vec{y}_0$ car A fixe/1

Par composition $\vec{V}(B,2/0)= \vec{V}(B,2/1)+\vec{V}(B,1/0)$

Or $\vec{V}(B,2/1)=\vec{0}$ car B est un point de l'axe de la liaison pivot entre 1 et 2

Et par changement de point $\vec{V}(B,1/0)=\vec{V}(A,1/0)+\overrightarrow{BA}\wedge\vec{\Omega}_{1/0}$

avec $\vec{\Omega}_{1/0}=\vec{0}$ car 1 en translation par rapport à 0

donc $\vec{V}(B,2/0)=\vec{V}(A,1/0)=\dot{\lambda}\vec{y}_0$

$\vec{V}(P,3/0)=\vec{V}(B,3/0)+\overrightarrow{PB}\wedge\vec{\Omega}_{3/0}$

Avec $\vec{\Omega}_{3/0}=\vec{\Omega}_{3/2}+\vec{\Omega}_{2/1}+\vec{\Omega}_{1/0}=\dot{\beta}\vec{x}_2+\dot{\alpha}\vec{z}_1+\vec{0}$ et $\vec{V}(B,3/0)=\vec{V}(B,3/2)+\vec{V}(B,2/0)$

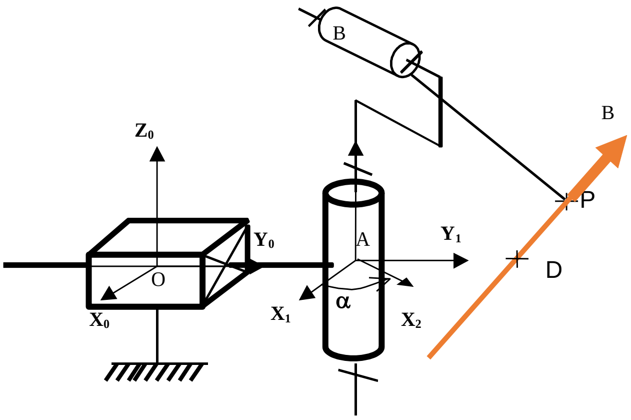
$\vec{V}(P,3/0)=\dot{\lambda}\vec{y}_0-L\vec{z}_3\wedge\left(\dot{\beta}\vec{x}_2+\dot{\alpha}\vec{z}_1\right)$

$\boxed{\vec{V}(P,3/0)=\dot{\lambda}\vec{y}_0-L\dot{\beta}\vec{y}_3+L\dot{\alpha}\sin(\beta)\vec{x}_2}$

On remarque alors $\vec{V}(P/0)=\vec{V}(P,3/0)$

Question 7 : On désire que le point P décrive une trajectoire définie par la droite $(D,\vec{x}_0)$ où D est donné par le vecteur $\overrightarrow{OD}=b\vec{y}_0$ $(b<L)$. Faire un schéma et donner l'expression de $\dot{\lambda}=\dfrac{d\lambda(t)}{dt}$ en fonction de $\alpha, \dot{\alpha}$ et β.

En reprenant le schéma de la figure 1 avec les éléments de la question 7 on obtient :



On traduit alors que le vecteur vitesse de P dans le repère 0 est parallèle à $\vec{x}_0$:

$\vec{V}(P/0).\vec{y}_0=0$ et $\vec{V}(P/0).\vec{z}_0=0$

Avec $\vec{y}_3.\vec{y}_0=\left(\cos\beta\vec{y}_2+\sin\beta\vec{z}_2\right).\vec{y}_0=\cos\beta\cos\alpha$, les autres produits scalaires se déduisant directement des projections visibles sur les figures planes de calcul

$\vec{V}(P/0).\vec{y}_0=\dot{\lambda}-L\dot{\beta}\cos\beta\cos\alpha+L\dot{\alpha}\sin\beta\sin\alpha=0$

$\vec{V}(P/0).\vec{z}_0=-L\dot{\beta}\sin\beta=0$

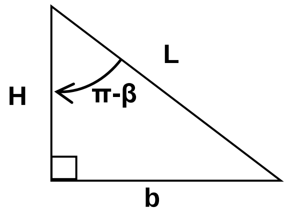
Comme β est visiblement non nul sur le schéma, on déduit que $\sin\beta \neq 0$ et donc $\dot{\beta} = 0$ d'après la 2ème équation scalaire. Ainsi en remplaçant dans la première on obtient :

$$\boxed{\dot{\lambda} = -L\dot{\alpha}\sin\beta\sin\alpha}$$

Question 8 : Quand le point P passe en D, on a $\lambda = 0$. Donner l'expression de $\dot{\lambda} = \frac{d\lambda(t)}{dt}$ en fonction de α et $\dot{\alpha}$.

On peut raisonner graphiquement :

$\lambda = 0$ correspond à A confondu avec O et on obtient alors dans le plan vertical $(O, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$



On constate alors $\sin(\pi - \beta) = \sin\beta = \frac{b}{L}$

On obtient alors l'expression ne dépendant plus de β :

$$\boxed{\dot{\lambda} = -b\dot{\alpha}\sin\alpha}$$

Question 9 : Le déplacement de P, suivant $\vec{x}_0$, doit se faire à vitesse constante, de norme V. Donner les expressions de $\dot{\lambda}$ et $\dot{\alpha}$ en fonction des paramètres utiles λ et α correspondant aux sorties des actionneurs vérins et moteurs permettant de piloter le pistolet à peinture.

On traduit alors que la norme du vecteur vitesse dirigé par $\vec{x}_0$ est :

$$\left\|\vec{V}(P/0)\right\| = \left|\vec{V}(P/0).\vec{x}_0\right| = 0 \quad \text{soit} \quad \left|\left(\dot{\lambda}\vec{y}_0 + L\left(-\dot{\beta}\vec{y}_3 + \dot{\alpha}\sin(\beta)\vec{x}_2\right)\right).\vec{x}_0\right| = 0$$

On considère, d'après les figures des questions 4 et 5 que $\sin\beta > 0$ ***et*** $\cos\alpha > 0$

On a alors :

Pour $\dot{\alpha} > 0$ $\quad L\dot{\alpha}\sin\beta\cos\alpha = V$

Pour $\dot{\alpha} < 0$ $\quad L\dot{\alpha}\sin\beta\cos\alpha = -V$

Et avec $\sin\beta = \frac{b}{L}$

Pour $\dot{\alpha} > 0$ **:** $\boxed{\dot{\alpha} = \frac{V}{b\cos\alpha} \;;\; \dot{\lambda} = -V\tan\alpha}$

Pour $\dot{\alpha} < 0$ $\boxed{\dot{\alpha} = -\frac{V}{b\cos\alpha} \;;\; \dot{\lambda} = V\tan\alpha}$