

DATE			HEURE DÉBUT		HEURE FIN	
18	01	25	8h	10	11h	10

CLASSE	MPSI
--------	------

MATIERE	S.I.I.
---------	--------

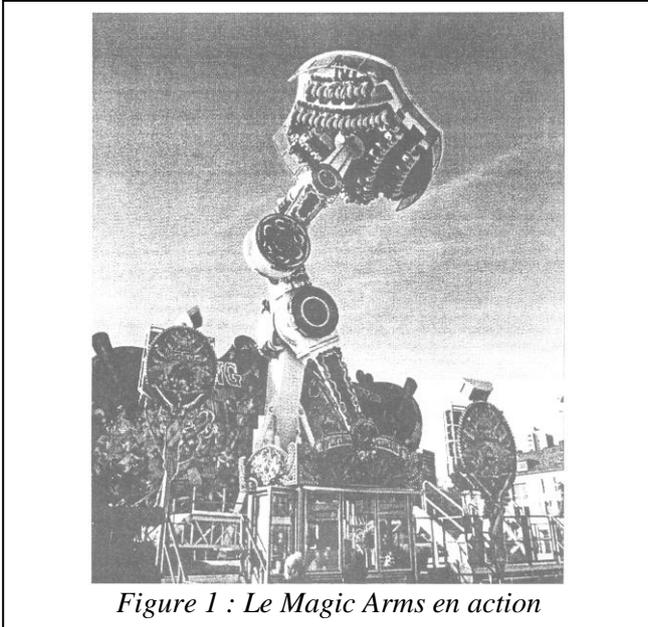
PROFESSEUR	LILLONI 169
------------	-------------

CONSIGNES	Calculatrice	OUI <input checked="" type="checkbox"/>	NON <input type="checkbox"/>
	Documents	OUI <input type="checkbox"/>	NON <input checked="" type="checkbox"/>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Les 3 exercices du sujet sont indépendants et à <u>présenter sur des copies séparées et numérotées</u> (points en moins sinon)</li> <li>- Les <u>résultats</u> sont à encadrer (points en moins sinon)</li> <li>- Sortie aux toilettes de 5 min autorisée à partir de 9h10.</li> </ul>		

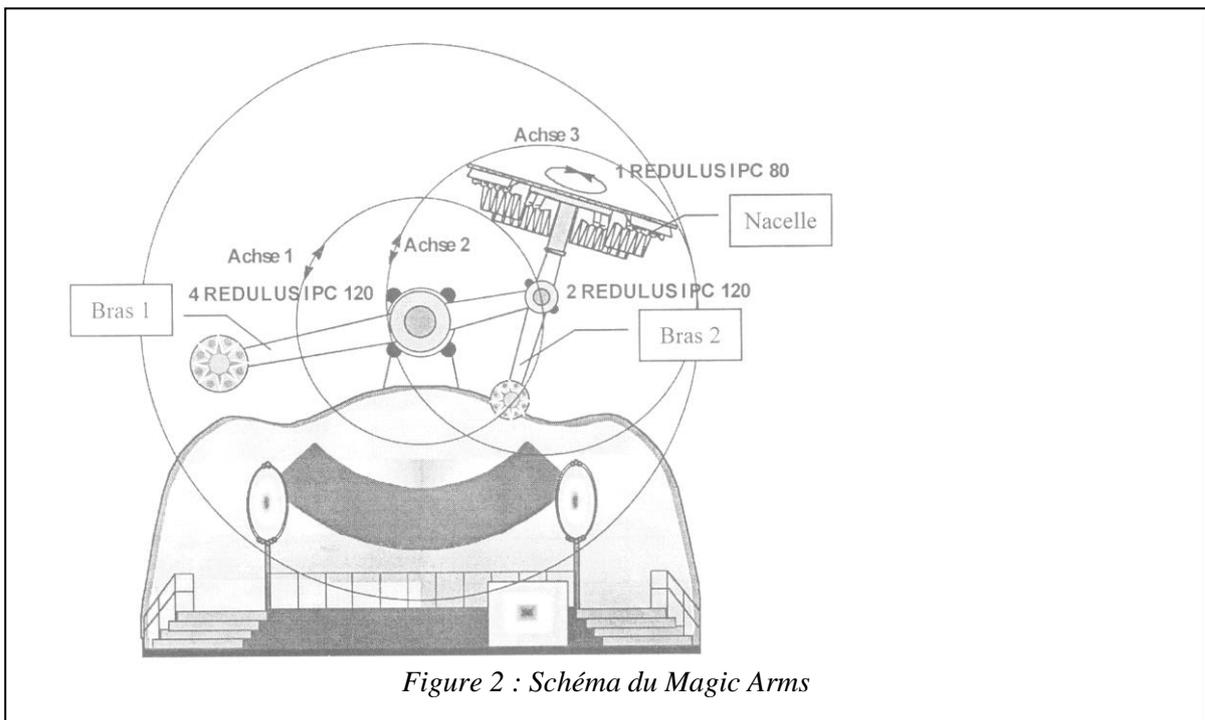
## 1. Présentation générale

Avec le "Magic Arms", la société WAAGNER-BIRO a développé un manège procurant aux passagers des sensations inédites (à l'époque). L'installation est composée d'une structure métallique d'environ 12m de haut avec 2 bras mobiles et une nacelle regroupant 39 sièges (figures 1 & 2).

Dès que les passagers sont assis et attachés, le bras principal **1** et le bras pivot **2**, liés l'un à l'autre au début du cycle, commencent à tourner. En même temps la nacelle **3** tourne autour de son axe.



Après 9 secondes, le maximum de hauteur est atteint et les deux bras se désindexent et se mettent à tourner indépendamment l'un de l'autre. Tous les mouvements sont pilotés par un ordinateur.



Cette installation permet une combinaison de mouvements incluant des mouvements combinés dans les trois dimensions

## 2. Étude proposée

L'étude proposée s'intéresse particulièrement au passager le plus sollicité. Il s'agit de calculer l'accélération subie par ce dernier situé au point P. On désire vérifier que l'accélération subie ne dépasse pas 5g

Le schéma donné modélise le comportement cinématique du manège. Le paramétrage utilisé est donné sur ce schéma cinématique.

On associe à chaque solide  $i$  un repère  $(\vec{O}_i, \vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$

$$\vec{O}_1\vec{O}_2 = l_1\vec{x}_1 + L\vec{z}_1$$

$$\vec{O}_2\vec{O}_3 = l_2\vec{y}_2$$

$$\vec{O}_3\vec{P} = l_3\vec{z}_3$$

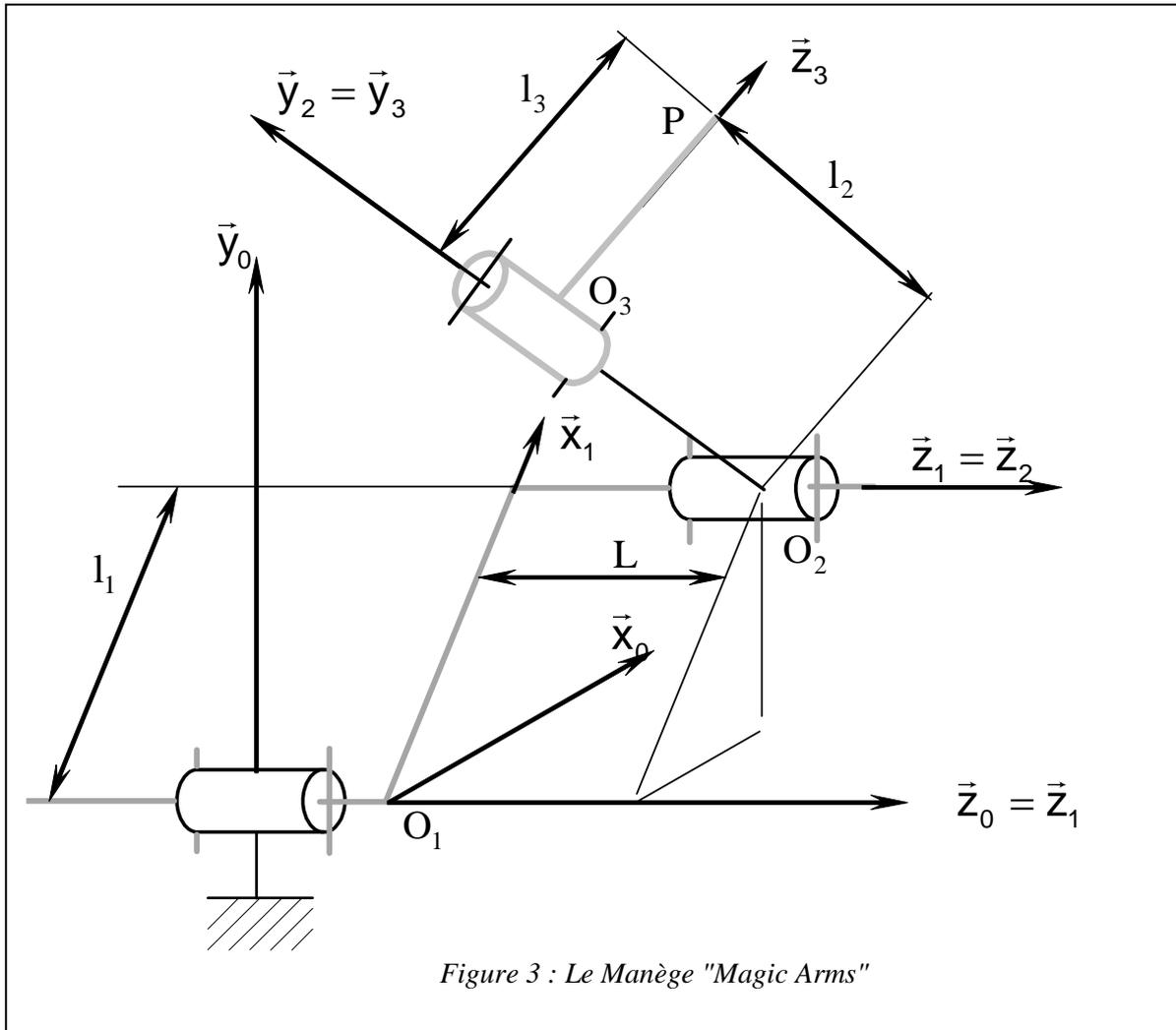


Figure 3 : Le Manège "Magic Arms"

Question 1 : Proposer un graphe de liaison et nommer les liaisons en précisant leurs caractéristiques géométriques.

Les variables articulaires sont notées  $\theta_{ij}$ . Elles indiquent l'angle de rotation qui permet de passer de la base  $B_i$  à la base  $B_j$ . Exemple :  $\theta_{01} = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$

Question 2 :

- Tracer les figures planes de calcul et exprimer les vecteurs taux de rotation  $\vec{\Omega}_{i/j}$  en fonction des dérivées des variables  $\dot{\theta}_{ij}$ .
- Calculer les produits vectoriels utiles pour la suite :  $\vec{x}_1 \wedge \vec{z}_1$ ,  $\vec{x}_3 \wedge \vec{z}_1$ ,  $\vec{z}_3 \wedge \vec{z}_1$

Question 3 : Exprimer, par utilisation de la composition des vitesses, les vecteurs taux de rotation  $\vec{\Omega}_{2/0}$  et  $\vec{\Omega}_{3/0}$  en fonction des dérivées des variables  $\dot{\theta}_{ij}$ .

Question 4 :

- Déterminer  $\vec{V}(O_2,1/0)$  par utilisation de la relation de changement de point et de la composition des vecteurs vitesse d'entraînement que l'on rappellera.
- Déterminer  $\vec{V}(O_3,2/0)$ .
- Montrer que le vecteur vitesse du passager par rapport au repère  $R_0$ , noté  $\vec{V}(P,3/0)$ , s'écrit 
$$\vec{V}(P,3/0) = l_1 \dot{\theta}_{01} \vec{y}_1 - l_2 (\dot{\theta}_{01} + \dot{\theta}_{12}) \vec{x}_2 + l_3 [(\dot{\theta}_{01} + \dot{\theta}_{12}) \sin \theta_{23} \vec{y}_2 + \dot{\theta}_{23} \vec{x}_3]$$

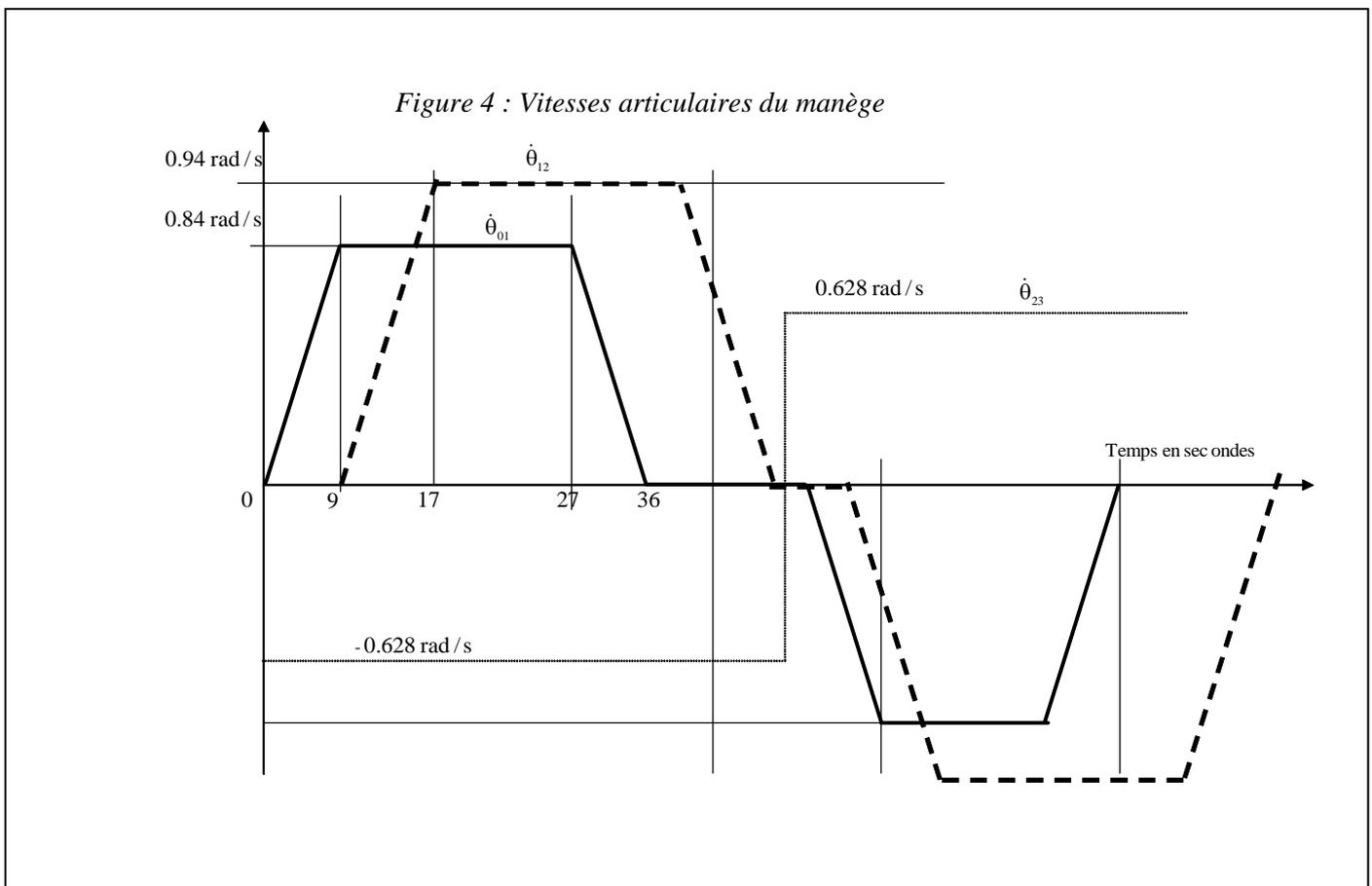
Question 5 :

Rappeler la formule de dérivation d'un vecteur unitaire. Déterminer le vecteur accélération du passager par rapport au repère  $R_0$ , noté  $\vec{a}(P/R_0) = \frac{d\vec{V}(D,3/0)}{dt_{/0}}$  en considérant que les vitesses  $\dot{\theta}_{ij}$  sont constantes. Vous exprimerez ce résultat dans la base  $B_2$ .

On considère l'évolution des vitesses articulaires données sur la figure 4.

Question 6 :

- Déterminer les variables articulaires correspondantes  $\theta_{01}, \theta_{12}$  et  $\theta_{23}$  en fonction du temps pour  $t \in [0s, 9s]$ ,  $t \in [9s, 17s]$  et  $t \in [17s, 27s]$ . On prendra  $\theta_{01}(t=0) = 0, \theta_{12}(t=0) = 0, \theta_{23}(t=0) = 0$ . Une démarche graphique (aire sous la courbe) est à privilégier plutôt qu'un (long) calcul d'intégrale.
- Déterminer  $\|\vec{a}(P/R_0)\|$  à  $t=20s$ . Conclure.

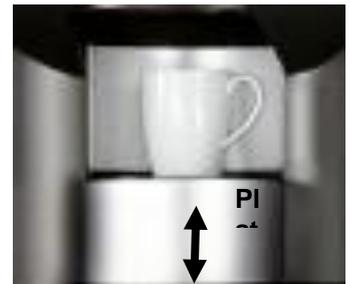


Un distributeur de boisson automatique comme celui représenté ci-contre, présente, entre autres, un dispositif de mise à niveau du contenant (gobelet, tasse, ...) pour permettre de verser le liquide d'une hauteur constante quel que soit ce contenant.



## 1. Présentation du contenant

Une fois la commande effectuée, la distribution est faite après dépôt par l'utilisateur du contenant sous la zone d'écoulement (gobelet ou tasse). Des détecteurs optiques et un plateau élévateur permettent alors de mettre à hauteur ce contenant selon ses dimensions pour, entre autres, éviter les projections.



Un schéma cinématique du système d'élévation est proposé page 6.

**Question 1 :** Proposer un graphe de liaison du mécanisme limité aux solides 0, 1 et 2 prenant en compte, entre autres, les liaisons linéaire annulaire de centre B et d'axe  $(B, \vec{z}_0)$  et sphérique de centre A.

On note le torseur cinématique du mouvement de  $j/i$  exprimé en M :

$$\{V_j / i\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{ji} = p_{ji} \vec{x} + q_{ji} \vec{y} + r_{ji} \vec{z} \\ \vec{V}(M, 2/1) = u_{ji} \vec{x} + v_{ji} \vec{y} + w_{ji} \vec{z} \end{array} \right\}_{M(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} = \left\{ \begin{array}{l} p_{ji} \quad u_{ji} \\ q_{ji} \quad v_{ji} \\ r_{ji} \quad w_{ji} \end{array} \right\}_{M(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

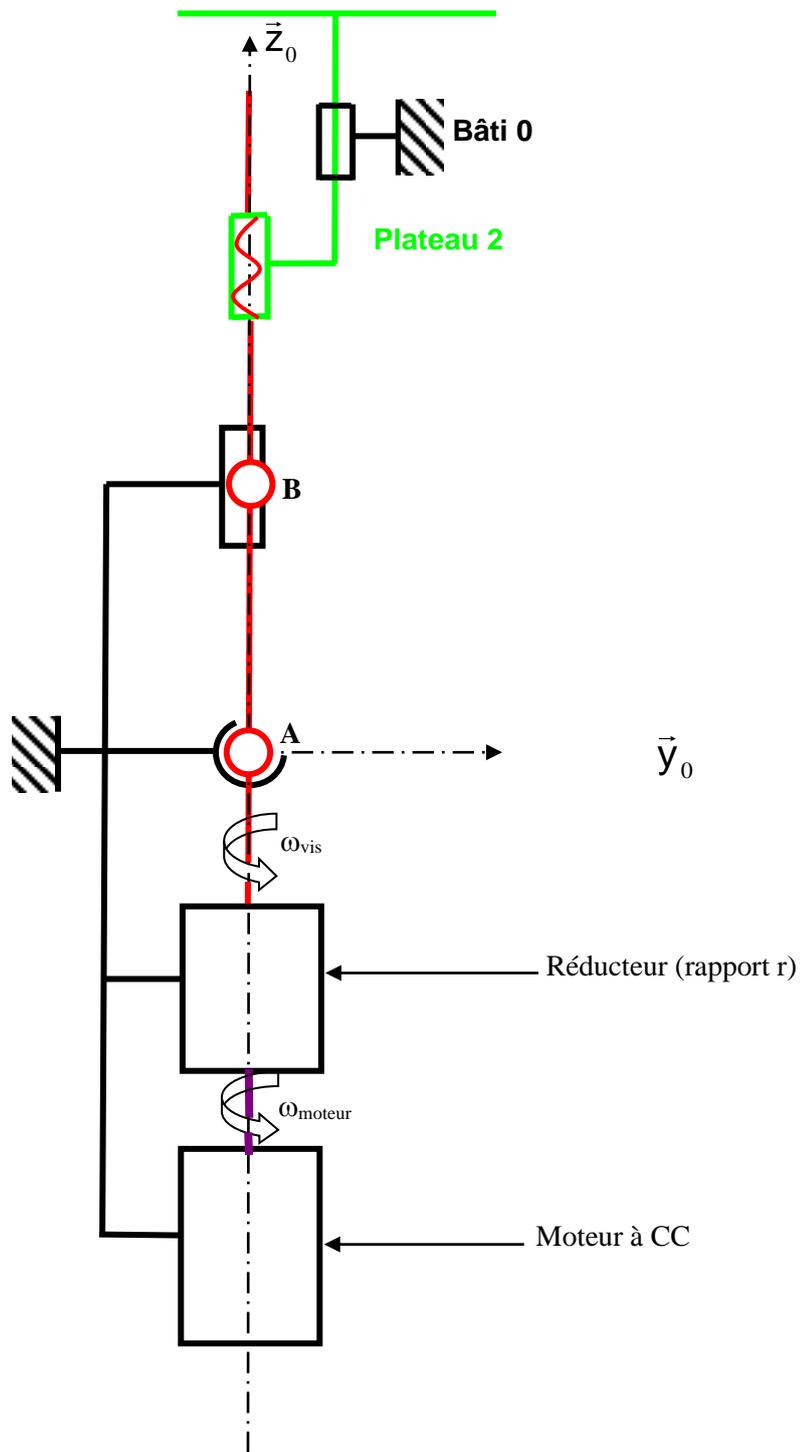
**Question 2 :** Rappeler les relations de composition des vitesses, d'antisymétrie et de changement de point caractéristiques des torseurs cinématiques. Ecrire les torseurs cinématiques associés aux 4 liaisons du schéma cinématique.

**Question 3 :** Déterminer à l'aide des torseurs la liaison équivalente à l'association en parallèle des liaisons entre 0 et 1. On utilisera cette liaison équivalente pour la question suivante.

**Question 4 :** Ecrire la fermeture cinématique 0-1-2-0 sous forme torsorielle puis vectorielle. Déterminer la relation entrée sortie entre la vitesse de translation rectiligne verticale de 2 par rapport à 0 et la vitesse de rotation de la vis 1 par rapport au bâti.

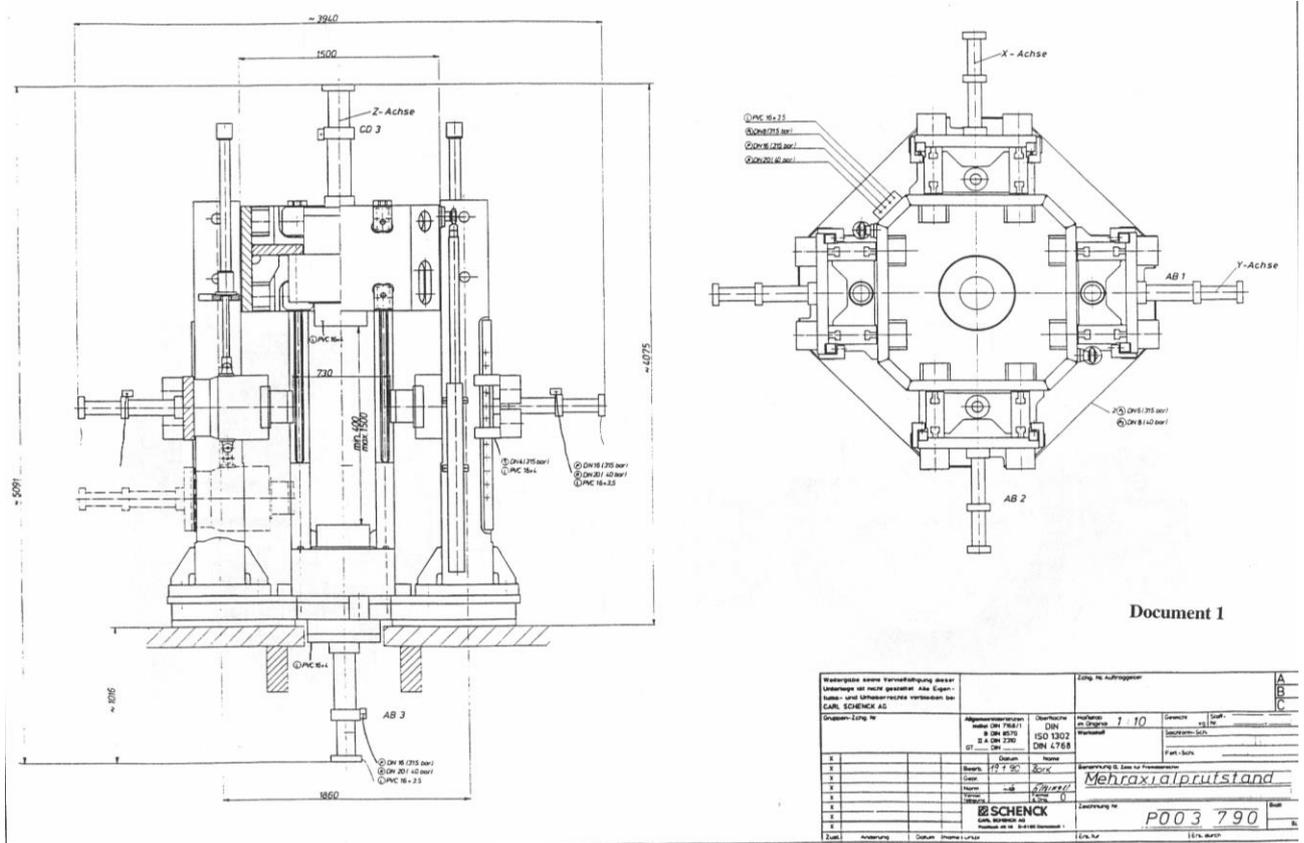
# Système d'élévation du gobelet

Schéma cinématique :

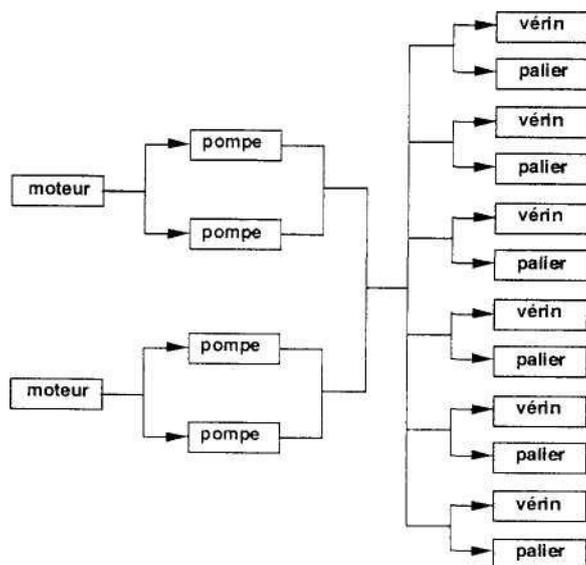


## Etude cinématique d'une pompe à pistons radiaux

L'énergie hydraulique nécessaire au fonctionnement d'une machine d'essai tridimensionnelle, permettant la mise en contrainte et mesure des déformations d'une pièce, est fournie par deux centrales hydrauliques montées en parallèle. Chacune d'elles est formée de deux pompes en série entraînées par un moteur électrique. Le fluide hydraulique (huile) est ensuite distribué selon le besoin dans les vérins et les paliers avant de retourner au réservoir.



Le débit total disponible des deux centrales est de 330 l/mn à la pression de service de 270 bars.



Deux représentations de la pompe sont données sur les documents 2a et 2b. L'arbre d'entrée 1 est lié au moteur électrique. Il entraîne, en rotation, le barillet 3 par l'intermédiaire

d'un accouplement homocinétique à tenons 2 (transmission de rapport 1). Le barillet tourne autour du distributeur cylindrique 4. Les pistons 5 disposés radialement dans le barillet prennent appui par l'intermédiaire de patins 6 sur la couronne de commande de cylindrée 7. La liaison entre les pistons et les patins est une liaison rotule. Les patins sont guidés sur la couronne par deux anneaux de maintien 8.

La rotation du barillet provoque le mouvement des pistons qui effectuent une course correspondant au double de l'excentricité affichée par la couronne de cylindrée. L'excentricité de cette couronne est donnée par un piston 9 et un contre piston 10 guidés dans le corps de pompe 0. Le fluide arrive et repart par des canaux réalisés dans le corps en passant par les canalisations d'admission et de refoulement usinés dans le distributeur.

Le modèle retenu pour cette étude et le paramétrage sont donnés sur le document 3. Les solutions technologiques étant identiques pour tous les pistons le schéma est limité à la chaîne associée au fonctionnement d'un seul piston. La couronne de commande est maintenue en position d'excentration maximale notée e.

**Question 1 : Proposer un graphe de liaison et donner le nom normalisé et les caractéristiques de chacune des liaisons entre les pièces 0, 3, 5 et 6 apparaissant sur le document 3.**

On note le torseur cinématique du mouvement de j/i exprimé en M :

$$\{V_j/i\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{ji} = p_{ji} \vec{x} + q_{ji} \vec{y} + r_{ji} \vec{z} \\ \vec{V}(M,2/1) = u_{ji} \vec{x} + v_{ji} \vec{y} + w_{ji} \vec{z} \end{array} \right\}_{M(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = \left\{ \begin{array}{l} p_{ji} \\ q_{ji} \\ r_{ji} \\ u_{ji} \\ v_{ji} \\ w_{ji} \end{array} \right\}_{M(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

**Question 2 : Donner la forme des torseurs cinématiques associés aux liaisons.**

On remarquera alors que les angles du paramétrage du documents 3 sont tels que :

$$p_{30} = \dot{\theta} \text{ et } p_{60} = \dot{\alpha}$$

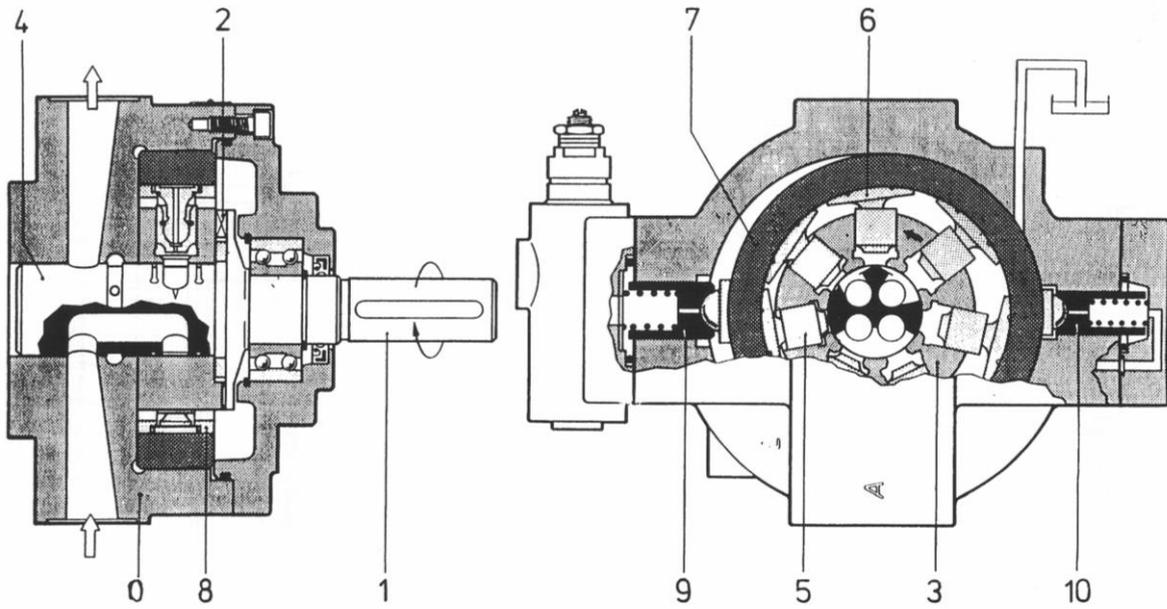
**Question 3 : Déterminer la liaison équivalente entre le barillet 3 et le patin 6 et proposer un schéma cinématique dans le plan (y,z) puis en perspective isométrique de la chaîne de solide 0-3-6 utilisant cette liaison équivalente. On utilisera les symboles normalisés.**

**Question 4 : Ecrire la fermeture cinématique 0-3-6-0 sous forme torsorielle puis vectorielle en A. Ecrire alors le système de 6 équations scalaires correspondant utilisant notamment les inconnues cinématiques  $p_{30}$ ,  $p_{60}$ ,  $v_{63}$ . En déduire la relation entrée-sortie cinématique de la pompe entre  $p_{30}$  et  $v_{63}$ .**

**Question 5 : Ecrire la fermeture géométrique de la chaîne de solide 0-3-5-6-0 et en déduire la relation entrée-sortie géométrique  $1 = e \cos \theta + \sqrt{r^2 - e^2 \sin^2 \theta}$**

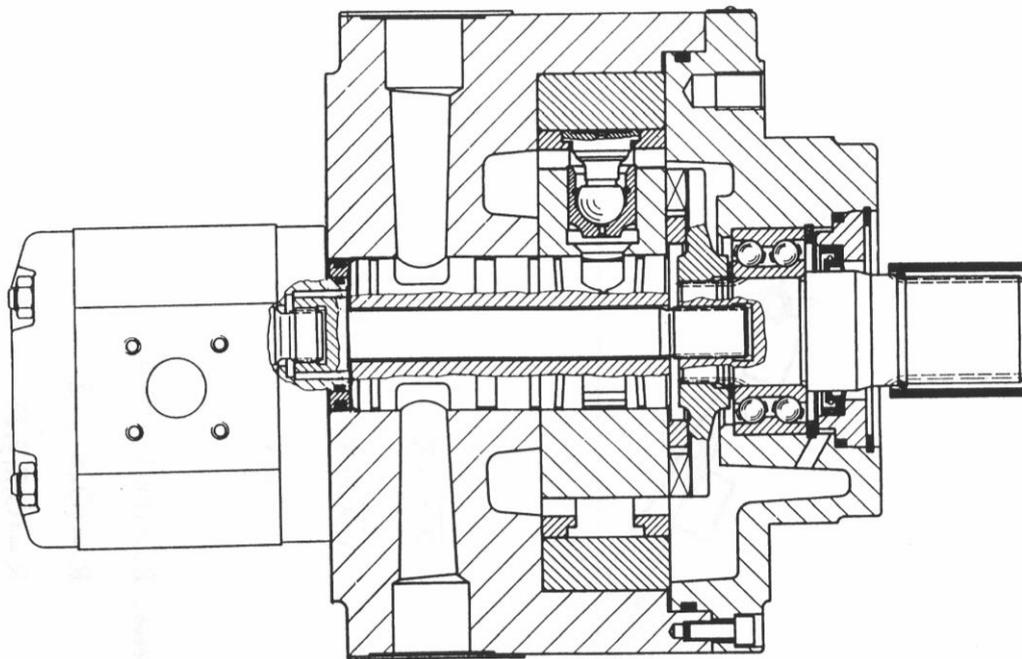
**Question 6 : En déduire la course totale d'un piston 5 ainsi que la cylindrée de la pompe pour une excentricité e de 10mm et un diamètre de pistons de 24mm. On appelle cylindrée de la pompe le volume d'huile refoulé par tour du barillet**

**Question 7 : Déterminer l'expression analytique du débit instantané d'un piston puis l'expression du débit instantané total de la pompe. Conclure sur l'utilité d'avoir au moins 7 pistons sur ce type de pompe.**

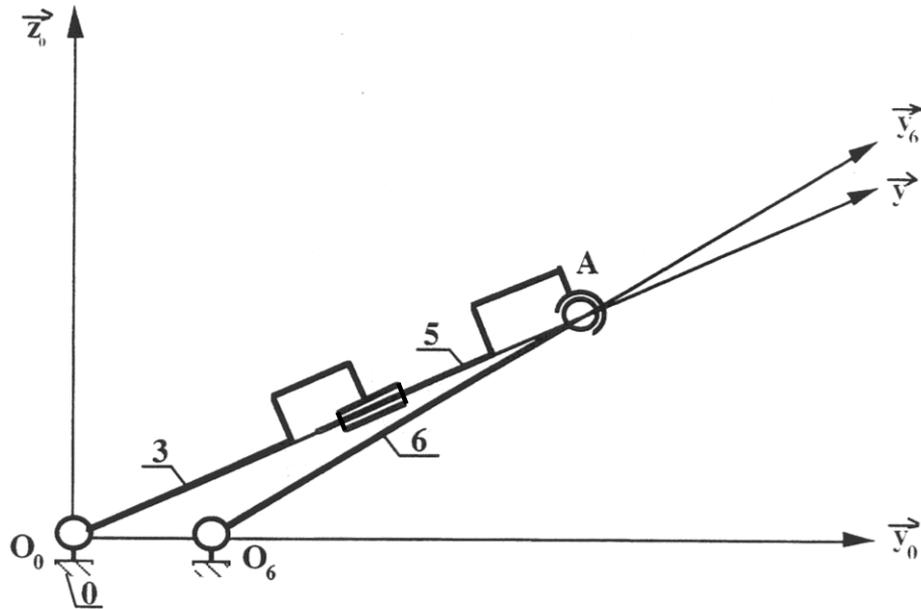


5	Piston	10	Contre piston
4	Distributeur	9	Piston
3	Barillet	8	Anneau de maintien
2	Accouplement	7	Couronne de commande
1	Arbre	6	Patin
0	Corps de pompe		

Document 2 a



Document 2 b



$$\overrightarrow{O_0O_6} = e \vec{y}_0 \quad (\vec{y}_0, \vec{y}) = \theta$$

$$\overrightarrow{O_0A} = l \vec{y} \quad (\vec{y}_0, \vec{y}_6) = \alpha$$

$$\overrightarrow{O_6A} = r \vec{y}_6$$

Les repères :  $R_0 = (O_0, \bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$

$R_6 = (O_6, \bar{x}_6, \bar{y}_6, \bar{z}_6)$

$R = (O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$

**Document 3**