

# CORRIGE DS3

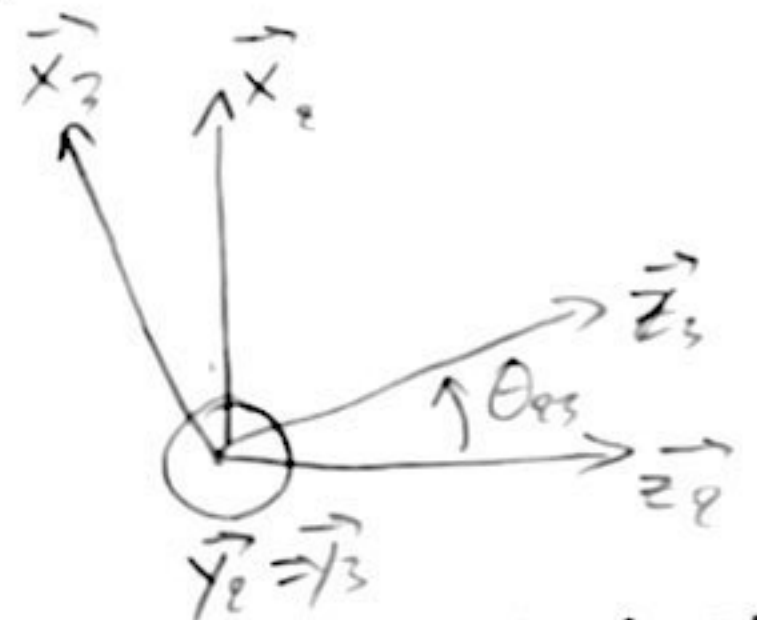
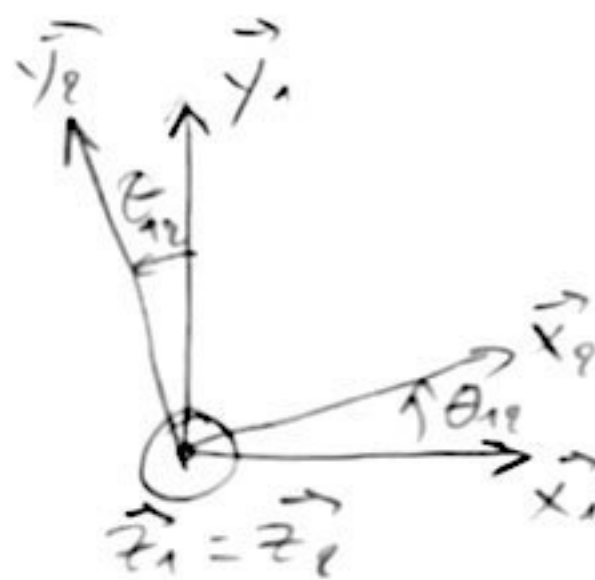
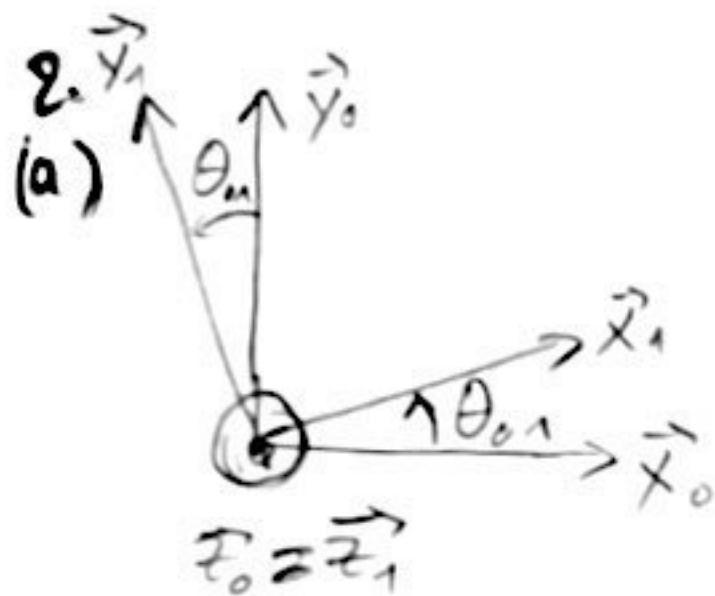
## MANEGE :

1. ① — ② — ③

$L_{01}$ : liaison pivot d'axe  $(O_1, \vec{z}_1)$   $\vec{z}_1 = \vec{z}_0$

$L_{12}$ : liaison pivot d'axe  $(O_2, \vec{z}_2)$   $\vec{z}_2 = \vec{z}_1$

$L_{23}$ : liaison pivot d'axe  $(O_3, \vec{y}_3) = (O_2, \vec{y}_2)$



$$\vec{\Omega}_0 = -\dot{\theta}_1 \vec{z}_1 \quad \vec{\Omega}_1 = \dot{\theta}_2 \vec{z}_2 \quad \vec{\Omega}_2 = \dot{\theta}_3 \vec{y}_3$$

(b)  $\vec{x}_1 \wedge \vec{z}_1 = -\vec{y}_1$

$$\vec{x}_3 \wedge \vec{z}_1 = \vec{x}_3 \wedge \vec{z}_2 = -\cos \theta_{23} \vec{y}_2 = -\cos \theta_{23} \vec{y}_3$$

$$\vec{z}_3 \wedge \vec{z}_1 = \vec{z}_3 \wedge \vec{z}_2 = -\sin \theta_{23} \vec{y}_2$$

3.  $\vec{\Omega}_0 = (\dot{\theta}_{12} + \dot{\theta}_{01}) \vec{z}_2$  avec  $\vec{z}_2 = \vec{z}_1 = \vec{z}_0$

$$\vec{\Omega}_0 = \vec{\Omega}_2 + \vec{\Omega}_1 + \vec{\Omega}_0$$

$$\vec{\Omega}_0 = (\dot{\theta}_{12} + \dot{\theta}_{01}) \vec{z}_2 + \dot{\theta}_{23} \vec{y}_2$$

4.(a)  $\vec{V}(O_2, y_0) = \vec{V}(O_1, y_0) + \vec{O_1 O_2} \wedge \vec{\Omega}^{y_0}$  changement de point

composition des vitesses  $\{V^{y_0}\} = \{V^{y_1}\} + \{V^{y_0}\}$

$$\} \vec{\Omega}^{y_0} = \vec{\Omega}^{y_1} + \vec{\Omega}^{y_0}$$

$$\} \vec{V}(O_2, y_0) = \vec{V}(O_2, y_1) + \vec{V}(O_1, y_0)$$

(utile dans la question suivante)

$$\vec{V}(O_2, y_0) = \vec{0} + (-l_1 \vec{x}_1 + l_2 \vec{z}_1) \wedge (\dot{\theta}_{01} \vec{z}_1)$$

$$\boxed{\vec{V}(O_2, y_0) = l_1 \dot{\theta}_{01} \vec{y}_1}$$

(b)  $\vec{V}(O_3, y_0) = \vec{V}(O_2, y_0) + \vec{O_2 O_3} \wedge \vec{\Omega}^{y_0}$

$$= \vec{V}(O_2, y_0) + \vec{O_2 O_3} \wedge \vec{\Omega}^{y_0} \quad \text{car } \vec{V}(O_2, y_1) = \vec{0} \quad (\text{L}_2 \text{ pivot } (O_2, \vec{z}_2))$$

$$\vec{V}(O_3, y_0) = l_1 \dot{\theta}_{01} \vec{y}_1 - l_2 \vec{y}_2 \wedge (\dot{\theta}_{12} + \dot{\theta}_{01}) \vec{z}_2$$

$$\boxed{\vec{V}(O_3, y_0) = l_1 \dot{\theta}_{01} \vec{y}_1 - l_2 (\dot{\theta}_{12} + \dot{\theta}_{01}) \vec{x}_2}$$

(c)  $\vec{V}(P, y_0) = \vec{V}(O_3, y_0) + \vec{P O_3} \wedge \vec{\Omega}^{y_0}$  avec  $\vec{V}(O_3, y_1) = \vec{0}$

$$= l_1 \dot{\theta}_{01} \vec{y}_1 - l_3 \vec{z}_3 \wedge ((\dot{\theta}_{12} + \dot{\theta}_{01}) \vec{z}_2 + \dot{\theta}_{23} \vec{y}_2)$$

$$\boxed{\vec{V}(P, y_0) = l_1 \dot{\theta}_{01} \vec{y}_1 - l_2 (\dot{\theta}_{01} + \dot{\theta}_{12}) \vec{x}_2 + l_3 (\dot{\theta}_{01} + \dot{\theta}_{12}) \sin \theta_{23} \vec{y}_2 + l_3 \dot{\theta}_{23} \vec{x}_3}$$

d'après Q.2.b et  $\vec{z}_3 \wedge \vec{y}_2 = -\vec{x}_3$

C.Q.F.D.

$$5. \frac{d\vec{x}_1}{dt_{/0}} = \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{x}_1$$

$$\vec{a}(P/R_0) = \frac{d\vec{V}(P_{1/0})}{dt_{/0}} \quad \text{vitesse du sujet}$$

$$= -l_1 \dot{\theta}_{01}^2 \vec{x}_1 - l_2 (\dot{\theta}_{01} + \dot{\theta}_{12})^2 \vec{y}_2 - l_3 (\dot{\theta}_{01} + \dot{\theta}_{12})^2 \sin \theta_{23} \vec{x}_2 \\ + l_3 (\dot{\theta}_{01} + \dot{\theta}_{12}) \dot{\theta}_{23} \cos \theta_{23} \vec{y}_2 + l_3 \dot{\theta}_{23} (-\dot{\theta}_{23} \vec{z}_3 + (\dot{\theta}_{01} + \dot{\theta}_{12}) \cos \theta_{23} \vec{z}_2)$$

$$\text{car } \frac{d\vec{x}_2}{dt_{/0}} = \vec{\Omega}_{2/0} \wedge \vec{x}_2 = (\dot{\theta}_{23} \vec{z}_3 + (\dot{\theta}_{01} + \dot{\theta}_{12}) \vec{z}_2) \wedge \vec{x}_2 \\ = -\dot{\theta}_{23} \vec{z}_3 + (\dot{\theta}_{01} + \dot{\theta}_{12}) \cos \theta_{23} \vec{y}_2$$

$$\text{or } \vec{x}_1 = \cos \theta_{23} \vec{x}_2 - \sin \theta_{23} \vec{y}_2 \quad \text{et } \vec{z}_3 = \cos \theta_{23} \vec{z}_2 + \sin \theta_{23} \vec{x}_2$$

$$\vec{a}(P/R_0) = \begin{vmatrix} -l_1 \dot{\theta}_{01}^2 \cos \theta_{01} - l_2 (\dot{\theta}_{01} + \dot{\theta}_{12})^2 \sin \theta_{23} - l_3 \dot{\theta}_{23}^2 \sin \theta_{23} \\ -l_3 \dot{\theta}_{23}^2 \sin \theta_{23} - l_2 (\dot{\theta}_{01} + \dot{\theta}_{12})^2 + 2 l_3 (\dot{\theta}_{01} + \dot{\theta}_{12}) \dot{\theta}_{23} \cos \theta_{23} + l_1 \dot{\theta}_{01}^2 \sin \theta_{23} \\ -l_3 \dot{\theta}_{23}^2 \cos \theta_{23} \end{vmatrix} \quad \text{dans } (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$$

$$6. a. \quad t \in [0; 9]$$

$$\dot{\theta}_{01}(t) = 0,093t \Rightarrow \boxed{\theta_{01}(t) = 0,0465t^2} \Rightarrow \theta_{01}(9) = 3,78 \text{ rad}$$

$$\theta_{12} = 0 \Rightarrow \boxed{\theta_{12} = 0}$$

$$\dot{\theta}_{23} = -0,0688 \Rightarrow \boxed{\theta_{23}(t) = -0,0688t} \Rightarrow \theta_{23}(9) = -0,62 \text{ rad}$$

$$t \in [9; 17]$$

$$\dot{\theta}_{01} = 0,84 \Rightarrow \boxed{\theta_{01}(t) = 0,84t + 3,78} \Rightarrow \theta_{01}(17) = 14,86 \text{ rad}$$

$$\dot{\theta}_{12} = 0,1175t - 1,0575 \Rightarrow \boxed{\theta_{12}(t) = 0,05875t^2 - 1,0575t + 4,7588} \\ \Rightarrow \theta_{12}(17) = 3,76 \text{ rad}$$

$$\dot{\theta}_{23} = -0,0688 \Rightarrow \boxed{\theta_{23}(t) = -0,0688t} \Rightarrow \theta_{23}(17) = -1,17 \text{ rad}$$

$$t \in [17; 27.1] \quad \dot{\theta}_{01} = 0,84 \Rightarrow \boxed{\theta_{01}(t) = 0,84t + 3,78}$$

$$\dot{\theta}_{12} = 0,94 \Rightarrow \boxed{\theta_{12}(t) = 0,94(t - 17) + 3,76}$$

$$\dot{\theta}_{23} = -0,698 \quad \boxed{\theta_{23}(t) = -0,698t}$$

b. On peut alors calculer les composantes dans la base  $\mathcal{L}$  de  $\vec{a}(P/R_0)$  puis déterminer sa norme. On pourra alors vérifier sa valeur par rapport à l'accélération maxi de 5g souhaitée.

$$\text{à } t = 20.1 \text{ on a } \dot{\theta}_{01} = 0,84 \text{ rad.s}^{-1} ; \theta_{01} = 20,58 \text{ rad}$$

$$\dot{\theta}_{12} = 0,94 \text{ rad.s}^{-1} ; \theta_{12} = 6,67 \text{ rad}$$

$$\dot{\theta}_{23} = -0,698 \text{ rad.s}^{-1} ; \theta_{23} = 12,56 \text{ rad}$$

$$\vec{a}(P/R_0) = \begin{pmatrix} -l_1 \cdot 0,84^2 \cos(20,58) - l_3 \cdot 1,78^2 \sin(12,56) - l_3 \cdot 0,698^2 \sin(12,56) \\ l_3 \cdot 0,698^2 \sin(12,56) - l_2 \cdot 1,78^2 + 2 \cdot l_3 \cdot 1,78(-0,698) \cos(12,56) + l_1 \cdot 0,84^2 \sin(20,58) \\ -l_3 \cdot 0,698^2 \cos(12,56) \end{pmatrix}$$

$l_1 = 3,9 \text{ m}$   
 $l_2 = 2,9 \text{ m}$   
 $l_3 = 2,6 \text{ m}$

valeurs qu'on pourrait évaluer à partir de la figure 2 en considérant 12 m du sol à l'axe de la pivot  $Lo_1$ .

$$\vec{a}(P/R_0) = \begin{pmatrix} a_x = 0,496 \text{ m.s}^{-2} \\ a_y = -12,28 \text{ m.s}^{-2} \\ a_z = 1,025 \text{ m.s}^{-2} \end{pmatrix} \Rightarrow \|\vec{a}(P/R_0)\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

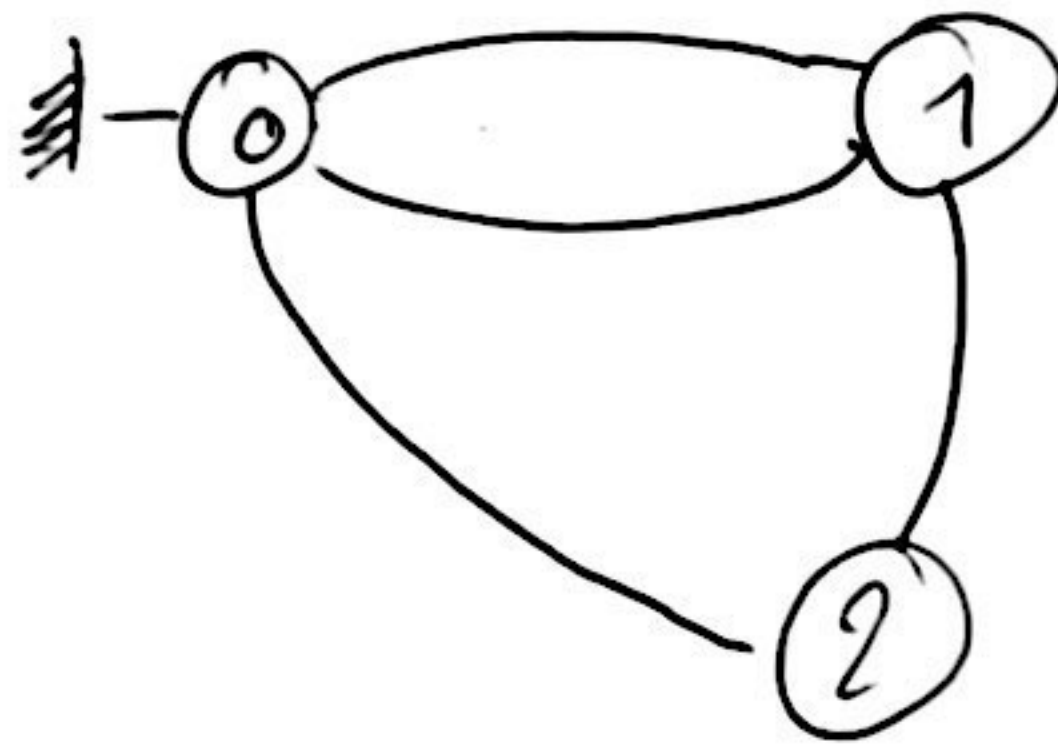
$$\boxed{\|\vec{a}(P/R_0)\| = 12,33 \text{ m.s}^{-2}}$$

$$1g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$$

$\Rightarrow \|\vec{a}(P/R_0)\| < 5g$  la sécurité semble assurée vis à vis de ce critère d'accélération limite.

# DISTRIBUTEUR DE BOISSON

1. 0: bâti  
 2: plateau  
 1: vis (solide en liaison hélicoïdale avec 2)



$L_{01}$ : liaison sphérique de centre A

$L_{01'}$ : liaison linéaire annulaire de centre B d'axe  $(B, \vec{z}_0)$

$L_{12}$ : liaison hélicoïdale d'axe  $(A, \vec{z}_0) = (B, \vec{z}_0)$

$L_{20}$ : liaison pivot glissant d'axe  $(O, \vec{z}_0)$

2.  $\{V^2_0\} = \{V^2_1\} + \{V^1_0\}$  composition des vitesses

$\{V^2_1\} = -\{V^1_2\}$  antisymétrie

$\vec{V}(B^2_1) = \vec{V}(A^2_1) + \vec{BA} \wedge \vec{\Omega}^2_1$  changement de point.

$$\{V^1_0\} = \begin{Bmatrix} p_{10} & 0 \\ q_{10} & 0 \\ r_{10} & 0 \end{Bmatrix}_A ; \{V^1'_0\} = \begin{Bmatrix} p'_{10} & 0 \\ q'_{10} & 0 \\ r'_{10} & w'_{10} \end{Bmatrix}_B$$

$$\{V^2_1\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{21} & w_{21} \end{Bmatrix}_{A \text{ ou } B} \quad \text{avec } w_{21} = \frac{pas}{2\pi} r_{21}$$

$$\{V^2_0\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{20} & w_{20} \end{Bmatrix} \quad \forall P \in (O, \vec{z}_0)$$

3. Par composition des vitesses, compatibilité cinématique:

$$\{V^1_{/0}\}_B = \{V^1_{/0}\}'_B$$

$$\begin{cases} p_{10} = p'_{10} \\ q_{10} = q'_{10} \\ r_{10} = r'_{10} \\ BA \cdot q_{10} = 0 \\ -BA \cdot p_{10} = 0 \\ 0 = w'_{10} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{ou } \vec{V}(B,^1_{/0}) &= \vec{V}(A,^1_{/0}) + \vec{BA} \wedge \vec{\Omega}^1_{/0} \\ &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -BA \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} p_{10} \\ q_{10} \\ r_{10} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$BA \neq 0 \Rightarrow q_{10} = p_{10} = 0$  et  $w'_{10} = 0$  d'où le  
troussin cinématique de la liaison équivalente:

$$\boxed{\{V^1_{/0_{eq}}\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{10} & 0 \end{pmatrix}_B} \Rightarrow \text{liaison pivot d'axe } (B, \vec{z}_0)$$

$$4. \{V^2_{/1}\} + \{V^1_{/0}\} - \{V^2_{/0}\} = \{0\}$$

$$\{\vec{\Omega}^2_{/1} + \vec{\Omega}^1_{/0} - \vec{\Omega}^2_{/0}\} = \vec{0}$$

$$\{\vec{V}(B^2_{/1}) + \vec{V}(B^1_{/0}) - \vec{V}(B^2_{/0})\} = \vec{0}$$

$$\begin{cases} 0 + 0 - 0 = 0 \\ 0 + 0 - 0 = 0 \\ r_{21} + r_{10} - r_{20} = 0 \\ 0 + 0 - h \cdot r_{20} = 0 \\ 0 + 0 - 0 = 0 \\ \frac{pas}{2\pi} r_{21} + 0 - w_{20} = 0 \end{cases} \Rightarrow (r_{20} = 0 \text{ non demandé})$$

$$\text{on obtient donc } \boxed{w_{20} = -\frac{pas}{2\pi} r_{10}}$$

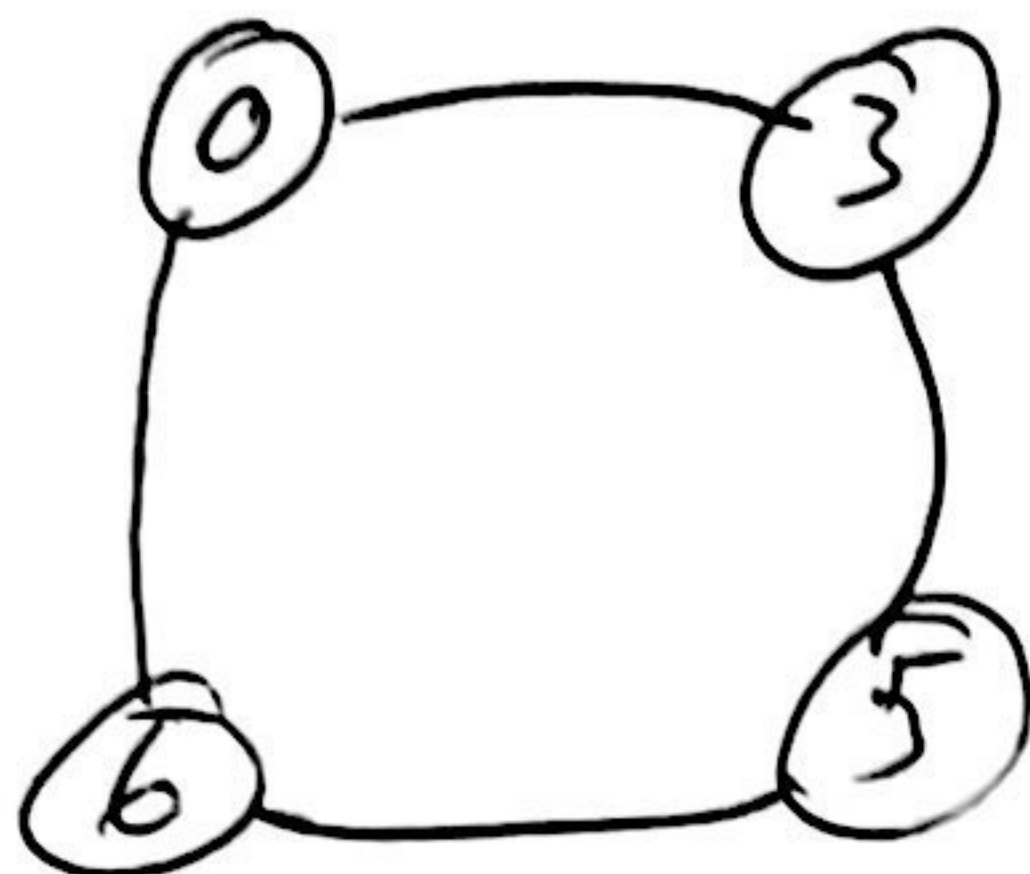
$$\text{avec } \vec{V}(B,^2_{/0}) = \vec{V}(H,^2_{/0}) + \vec{BH} \wedge \vec{\Omega}^2_{/0}$$

en prenant  $H \in (O, \vec{z}_0)$   
tel que  $\vec{BH} = h \vec{y}_0$

$$= w_{20} \vec{z}_0 + h \vec{y}_0 \wedge r_{20} \vec{z}_0$$

# POMPE A PISTONS RADIAUX:

1.



$L_{03}$ : liaison pivot d'axe  $(O_0, \vec{z}_0)$   
 $L_{06}$ : liaison pivot d'axe  $(O_6, \vec{z}_0)$   
 $L_{35}$ : liaison pivot glissant d'axe  $(O_0, \vec{z}_0)$   
 $L_{56}$ : liaison sphérique en A

2.

$$\{V_{3/0}\} = \begin{Bmatrix} p_{30} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{O_0}; \quad \{V_{6/0}\} = \begin{Bmatrix} p_{60} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{O_6}$$

$$\{V_{3/5}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ q_{35} & v_{35} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{O_0 \text{ ou } A}; \quad \{V_{5/6}\} = \begin{Bmatrix} p_{56} & 0 \\ q_{56} & 0 \\ r_{56} & 0 \end{Bmatrix}_A$$

dans  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

$$3. \quad \{V_{3/6}\} = \{V_{3/5}\} + \{V_{5/6}\} = \begin{Bmatrix} p_{56} & 0 \\ q_{35} + q_{56} & v_{56} \\ r_{56} & 0 \end{Bmatrix}_A$$

dans  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

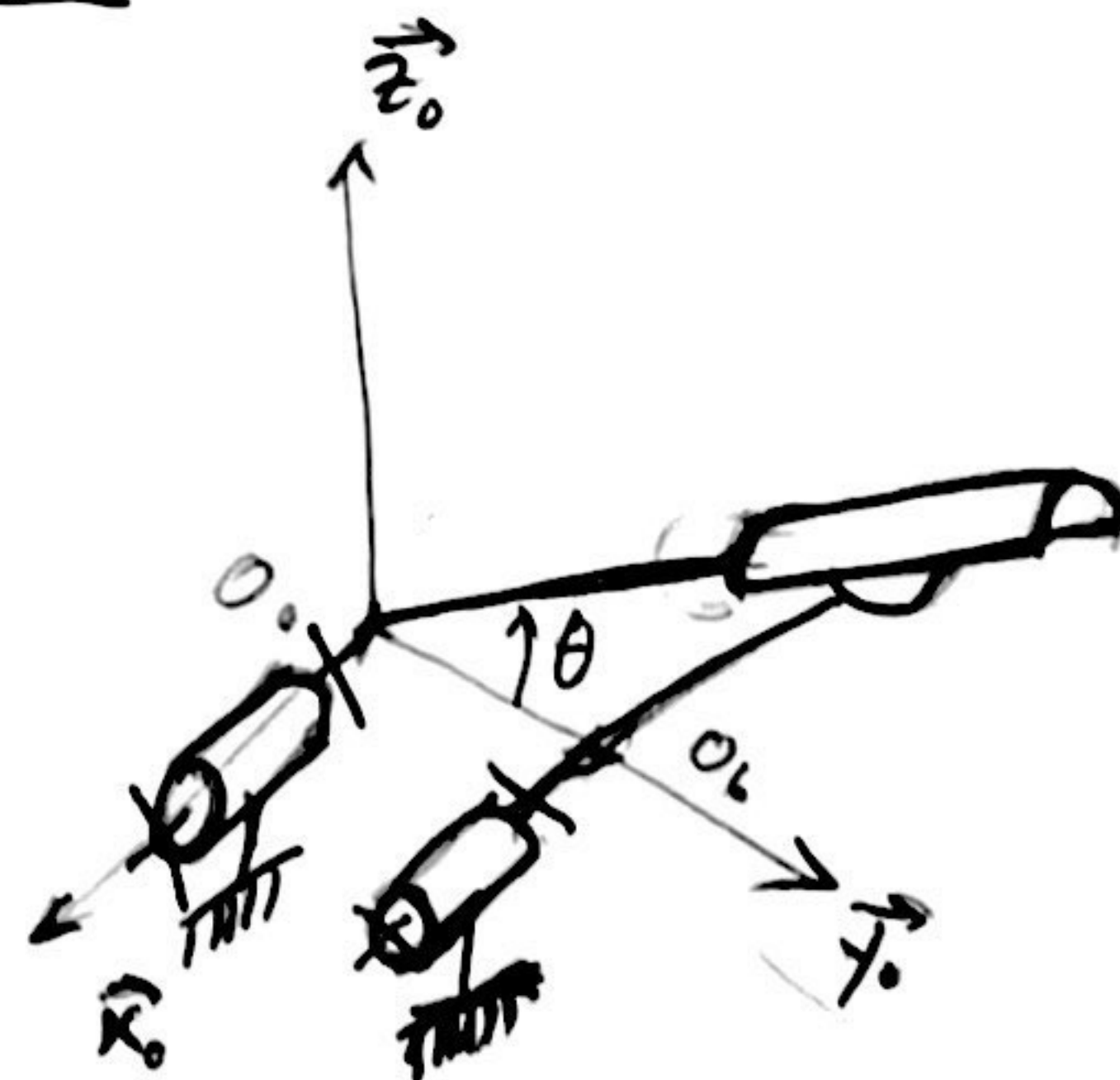
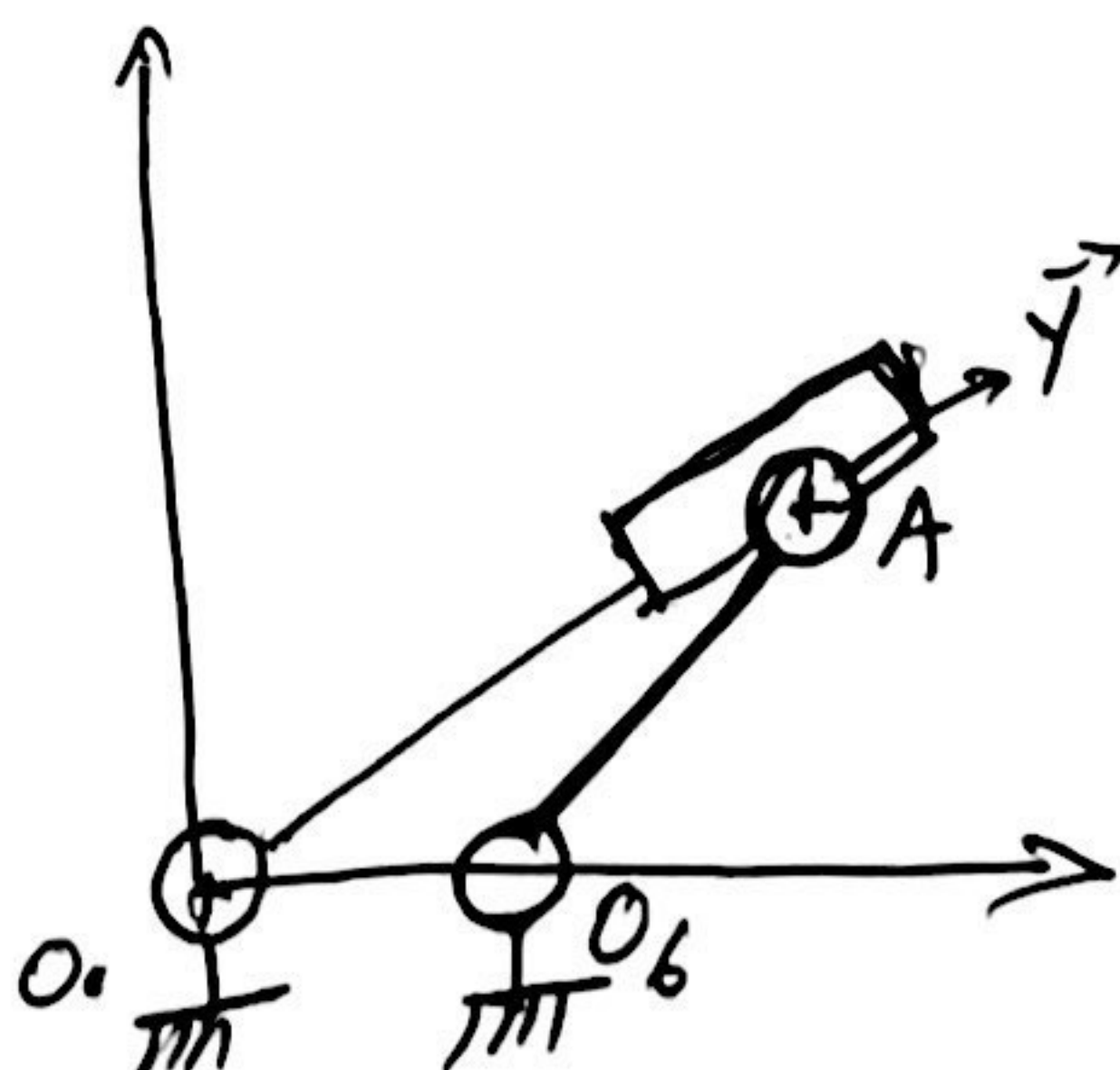
d'où

$$\boxed{\{V_{3/6}\} = \begin{Bmatrix} p_{36} & 0 \\ q_{36} & v_{36} \\ r_{36} & 0 \end{Bmatrix}_A}$$

dans  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

la liaison équivalente est donc une liaison  
linéaire annulaire en A d'axe  $(A, \vec{y})$ .

4.



$$4. \{V_{3/6}\} + \{V_{6/0}\} - \{V_{3/0}\} = \{0\}$$

$$\begin{cases} \vec{\Omega}_{3/6} + \vec{\Omega}_{6/0} - \vec{\Omega}_{3/0} = \vec{0} \\ \vec{V}(A_{3/6}) + \vec{V}(A_{6/0}) - \vec{V}(A_{3/0}) = \vec{0} \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \vec{\Omega}_{3/6} \cdot \vec{x}_0 \left\{ \begin{array}{l} p_{36} + p_{60} - p_{30} = 0 \quad (1) \\ q_{36} \cos \theta - r_{36} \sin \theta + 0 + 0 = 0 \quad (2) \\ q_{36} \sin \theta + r_{36} \cos \theta + 0 + 0 = 0 \quad (3) \end{array} \right. \\ \vec{V}(A_{3/6}) \cdot \vec{x}_0 \left\{ \begin{array}{l} 0 + 0 + 0 = 0 \quad (4) \\ v_{36} \cos \theta - r \cdot p_{60} \sin \alpha - l \cdot p_{30} \sin \theta = 0 \quad (5) \\ v_{36} \sin \theta + r \cdot p_{60} \cos \alpha + l \cdot p_{30} \cos \theta = 0 \quad (6) \end{array} \right. \end{array} \quad \text{et } v_{36} = -v_{63}$$

car  $\vec{y} = \cos \theta \vec{y}_0 + \sin \theta \vec{z}_0$   
 $\vec{z} = \cos \theta \vec{z}_0 - \sin \theta \vec{y}_0$

$$\begin{aligned} \text{et } \vec{V}(A_{6/0}) &= \vec{V}(O_{6/0}) + \vec{AO}_6 \wedge \vec{\Omega}_{6/0} = \vec{0} - r \vec{y}_6 \wedge p_{60} \vec{x} \\ &= -r (\cos \alpha \vec{x}_0 + \sin \alpha \vec{z}_0) \wedge p_{60} \vec{x} \\ &= -r \cdot p_{60} \begin{pmatrix} 0 \\ \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = -r \cdot p_{60} \begin{pmatrix} 0 \\ \sin \alpha \\ -\cos \alpha \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{V}(A_{3/0}) &= \vec{V}(O_{3/0}) + \vec{AO}_3 \wedge \vec{\Omega}_{3/0} \\ &= -l \cdot p_{30} \begin{pmatrix} 0 \\ \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = -l \cdot p_{30} \begin{pmatrix} 0 \\ \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$(2) \text{ et } (3) \Rightarrow q_{36} = r_{36} = 0$$

$$(5) \times \cos \alpha + (6) \times \sin \alpha \Rightarrow v_{36} (\cos \theta \cos \alpha + \sin \theta \sin \alpha) - l p_{30} \sin \theta \cos \alpha + l p_{30} \cos \theta \sin \alpha = 0$$

$$\Rightarrow v_{36} \cos(\theta - \alpha) + l p_{30} \sin(\alpha - \theta) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{v_{63} = l p_{30} \tan(\alpha - \theta)}$$

$$5. \vec{O_0O_0} + \vec{O_0A} + \vec{AO_0} = \vec{0}$$

$$e \vec{y_0} + r \vec{y_0} - l \vec{y} = \vec{0}$$

$$\begin{matrix} \vec{y_0} \\ \vec{z_0} \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} e + r \cos \alpha - l \cos \theta = 0 \\ 0 + r \sin \alpha - l \sin \theta = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} r \cos \alpha = l \cos \theta - e \\ r \sin \alpha = l \sin \theta \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow r^2 = (l \cos \theta - e)^2 + (l \sin \theta)^2 = l^2 - 2el \cos \theta + e^2$$

$$\Rightarrow \text{l solution positive de } l^2 - 2e \cos \theta l + e^2 - r^2 = 0$$

$$l = \frac{2e \cos \theta + \sqrt{(2e \cos \theta)^2 - 4 \times 1 \times (e^2 - r^2)}}{2}$$

$$l = e \cos \theta + \sqrt{e^2 (\cos^2 \theta - 1) + r^2}$$

$$\boxed{l = e \cos \theta + \sqrt{r^2 - e^2 \sin^2 \theta}} \quad \text{C.Q.F.D.}$$

$$6. \text{ course } l_{\max} - l_{\min} = \boxed{c = 2 \cdot e} = 20 \text{ mm}$$

car  $l_{\max}$  pour  $\theta = 0$  et  $l_{\min}$  pour  $\theta = \pi$

$$l_{\max} = e + r \quad \text{et} \quad l_{\min} = -e + r$$

on a ainsi un volume refoulé par piston de:

$$v = (2 \cdot e) \times \frac{\pi d^2}{4} \quad \text{avec } d = 24 \text{ mm et on a}$$

$$7 \text{ pistons d'où la cylindrée } V = 7 \cdot v$$

$$V = 7 \times 2 \times 10 \cdot 10^{-3} \times \frac{\pi \cdot (24 \cdot 10^{-3})^2}{4}$$

$$\boxed{V = 63,33 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3} \approx 0,06 \text{ l}$$

7. pour un piston le débit est  $q_i = \dot{l} \cdot S$  où  $(S = \frac{\pi d^2}{4})$

avec  $\dot{l} = v_{03} = l \dot{\varphi} \tan(\alpha - \theta)$

$$\dot{l} = -e \dot{\theta} \sin \theta + \frac{-e^2 \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta}{2 \sqrt{r^2 - e^2 \sin^2 \theta}}$$

$$\dot{l} = -e \cdot \dot{\theta} \cdot \sin \theta \left( 1 + \frac{e \cdot \cos \theta}{2 \sqrt{r^2 - e^2 \sin^2 \theta}} \right)$$

ce débit est alternativement positif puis négatif sur 1 tour de la pompe pour  $\theta \in [0; 2\pi]$ .

Il faut donc ne prendre que le débit de refoulement correspondant à  $\dot{l} < 0$ .

De plus les 7 pistons sont décalés angulairement de  $\frac{2\pi}{7}$ .

On obtient donc le débit total de refoulement de la pompe :

$$Q(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^6 |q_i| - q_i$$

$$Q(t) = \frac{\pi d^2}{8} \cdot e \cdot |\dot{\theta}| \cdot \sum_{i=0}^6 \left| \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{7}i\right) \left( 1 + \frac{e \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{7}i\right)}{2 \sqrt{r^2 - e^2 \sin^2\left(\theta + \frac{2\pi}{7}i\right)}} \right) \right|$$

$$- \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{7}i\right) \left( 1 + \frac{e \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{7}i\right)}{2 \sqrt{r^2 - e^2 \sin^2\left(\theta + \frac{2\pi}{7}i\right)}} \right)$$