CINÉMATIQUE DU SOLIDE INDÉFORMABLE

1. DÉFINITION DU SOLIDE INDÉFORMABLE

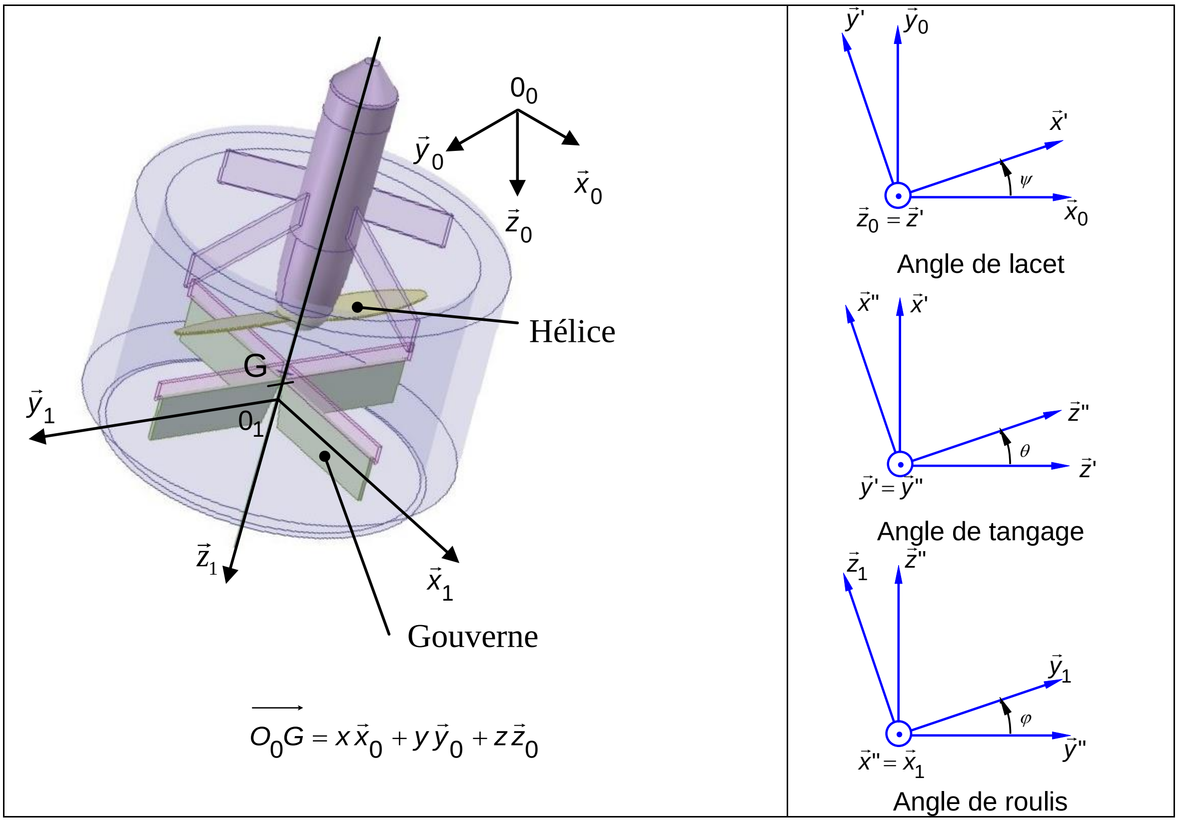
On appelle système matériel un ensemble de points matériels. Un solide indéformable S est un système matériel, tel que la distance entre deux points A et B appartenant à ce système, reste constante au cours du temps : $\forall A \in S$ et $\forall B \in S$, $||\overrightarrow{AB}||$ = cste.

Le mouvement d'un solide par rapport à un repère est paramétré par 6 paramètres :

Exemple du drone (sujet Mines Ponts 2010)

$\overrightarrow{O_0G} = x\vec{x}_0 + y\vec{y}_0 + z\vec{z}_0$ 3 paramètres de position

(ψ, θ, φ) 3 angles de lacet, tangage, roulis (ou 3 angles d'Euler)



2. TORSEUR CINEMATIQUE-LIAISONS

Le mouvement d'un solide par rapport à un repère peut être représenté par un **TORSEUR CINÉMATIQUE**.

$$\left\{V_{k/i}\right\} = \left\{\begin{matrix} \omega_x & V_x \\ \omega_y & V_y \\ \omega_z & V_z \end{matrix}\right\}_M \qquad \text{avec } \vec{\Omega}_{k/i} = \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \text{ et } \vec{V}(M,k/i) = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix}$$

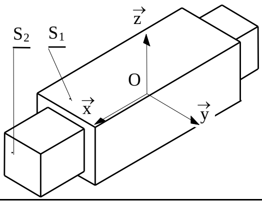
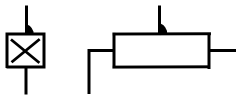
$\vec{\Omega}_{k/i}$ et $\vec{V}(M,k/i)$ sont des vecteurs **éléments de réduction** de ce torseur cinématique. Ce sont respectivement la **résultante** et le **moment**. Les éléments de réduction du torseur cinématique, caractéristique du mouvement du solide k par rapport au solide S_i, et est défini à tout instant : $\vec{\Omega}_{k/i}(t)$ et $\vec{V}(M,k/i)(t)$ définissent respectivement les directions, sens et intensités des vitesse de rotation du solide k par rapport au solide i et vitesse d'un point de ce solide k par rapport au solide ou repère i.

Il n'est pas nécessaire que le point M soit physiquement un point du solide k.
On doit parler :

- de **rotation du solide k par rapport au repère R_i**, car le vecteur taux de rotation $\vec{\Omega}_{k/i}$ est indépendant du point choisi pour exprimer les éléments de réduction du torseur cinématique,
- de **vitesse du point M appartenant au solide k par rapport au repère R_i**.

Les contacts entre solides imposent les possibilités de mouvements des solides entre eux. On peut alors associer à chaque type de contact un nom de **LIAISON** et un torseur cinématique des mouvements possibles entre solides.

Exemple :

Liaison glissière de direction $\vec{x}$			$\{V(S_2/S_1)\} = \begin{Bmatrix} 0 & v_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_P$

3. CHAMP DE VECTEURS-VITESSE - CHAMP DE VECTEURS-ACCÉLÉRATION

3.1. Champ des vecteurs-vitesse

Définition $\vec{V}(A/S_i) = \left(\dfrac{d\overrightarrow{O_iA}}{dt}\right)_{/R_i}$ où $\overrightarrow{O_iA}$ est le vecteur position du point A dans le repère Ri

On démontre par utilisation du théorème de dérivation vectoriel que :

$$\boxed{\vec{V}(A/S_i) = \vec{V}(O_k/S_i) + \vec{\Omega}_{k/i} \wedge \overrightarrow{O_kA} + \vec{V}(A/S_k) = \vec{V}(A,S_k/S_i) + \vec{V}(A/S_k)}$$

- $\vec{V}(A/S_i) = \vec{V}_a$, vitesse absolue / S_i,
- $\vec{V}(A/S_k) = \vec{V}_r$, vitesse relative / k,
- $\vec{V}(A,S_k/S_i) = \vec{V}(O_k/S_i) + \vec{\Omega}_{k/i} \wedge \overrightarrow{O_kA} = \vec{V}_e$,

vitesse d'entraînement du point A dans le mouvement du solide k par rapport au solide S_i

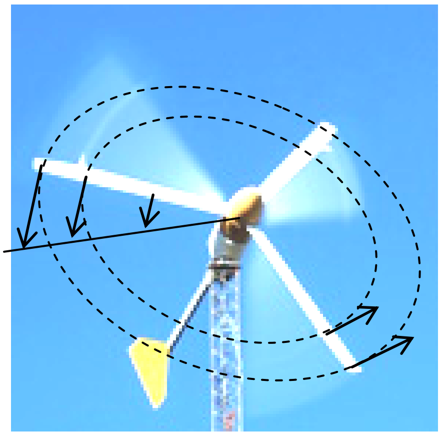
Exemple : Champ de vecteurs vitesse d'entraînement de l'hélice d'une éolienne

$\vec{\Omega}_{R2/R0} = \dot{\alpha}\vec{z}_1 + \dot{\beta}\vec{x}_2$

un représentant du champ des vecteurs vitesse d'entraînement du mouvement de 2/0 est :

$\vec{V}(A,2/0) = \vec{V}(A,2/R) = \vec{V}(A/R) - \vec{V}(A/2)$

$\vec{V}(A,2/0) = -b\dot{\beta}\vec{y}_2 + a\dot{\alpha}\vec{y}_1 + b\dot{\alpha}\sin\alpha\,\vec{x}_1$



3.1.1. Propriétés du vecteur-vitesse d'entraînement

noté selon les sujets $\vec{V}(A \in S_k/R_i) = \vec{V}(A,S_k/S_i) = \vec{V}(A,k/i)$

Antisymétrie

$\boxed{\vec{V}(A,k/i) = -\vec{V}(A,i/k)}$

Composition des vitesses d'entrainement

$\boxed{\vec{V}(A,i/k) = \vec{V}(A,i/j) + \vec{V}(A,j/k)}$

Relation de changement de point

$\boxed{\vec{V}(A,k/i) = \vec{V}(B,k/i) + \vec{\Omega}_{k/i} \wedge \overrightarrow{BA} = \vec{V}(B,k/i) + \overrightarrow{AB} \wedge \vec{\Omega}_{k/i}}$ $\forall$ A et B

3.2. Champ des vecteurs-accélération

Par définition : $\boxed{\vec{a}(M/R_i) = \left(\dfrac{d\vec{V}(M/R_i)}{dt}\right)_{/R_i}}$

4. TORSEUR CINÉMATIQUE

4.1. Définition

Le champ des vecteurs-vitesse d'entraînement, pour tout point M d'un solide k par rapport à un repère R_i, s'écrit : $\boxed{\vec{V}(M,k/i) = \vec{V}(A,k/i) + \vec{\Omega}_{k/i} \wedge \overrightarrow{AM} = \vec{V}(A,k/i) + \overrightarrow{MA} \wedge \vec{\Omega}_{k/i}}$

Ce champ est le champ de moments d'un torseur appelé **TORSEUR CINÉMATIQUE**.

La formule fondamentale du champ des vecteurs-vitesse (formule de changement de point), pour tout point M appartenant à un solide k en mouvement par rapport à un repère R_i, nous montre que $\vec{\Omega}_{k/i}$ et $\vec{V}(M,k/i)$ sont les **éléments de réduction** de ce torseur cinématique. Ce sont respectivement la **résultante** et le **moment**.

Les éléments de réduction du torseur cinématique, caractéristique du mouvement du solide k par rapport au solide S_i, s'écrivent donc au point M :

$$\boxed{\left\{ V_{k/i} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{k/i} \\ \\ \vec{V}(M,k/i) \end{array} \right\}_M}$$

ou avec les composantes des vecteurs (coordonnées pluckériennes) :

$$\left\{ V_{k/i} \right\} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{k/i} & u_{k/i} \\ \beta_{k/i} & v_{k/i} \\ \gamma_{k/i} & w_{k/i} \end{array} \right\}_M \qquad \text{avec } \vec{\Omega}_{k/i} = \begin{pmatrix} \alpha_{k/i} \\ \beta_{k/i} \\ \gamma_{k/i} \end{pmatrix} \text{ et } \vec{V}(M,k/i) = \begin{pmatrix} u_{k/i} \\ v_{k/i} \\ w_{k/i} \end{pmatrix}$$

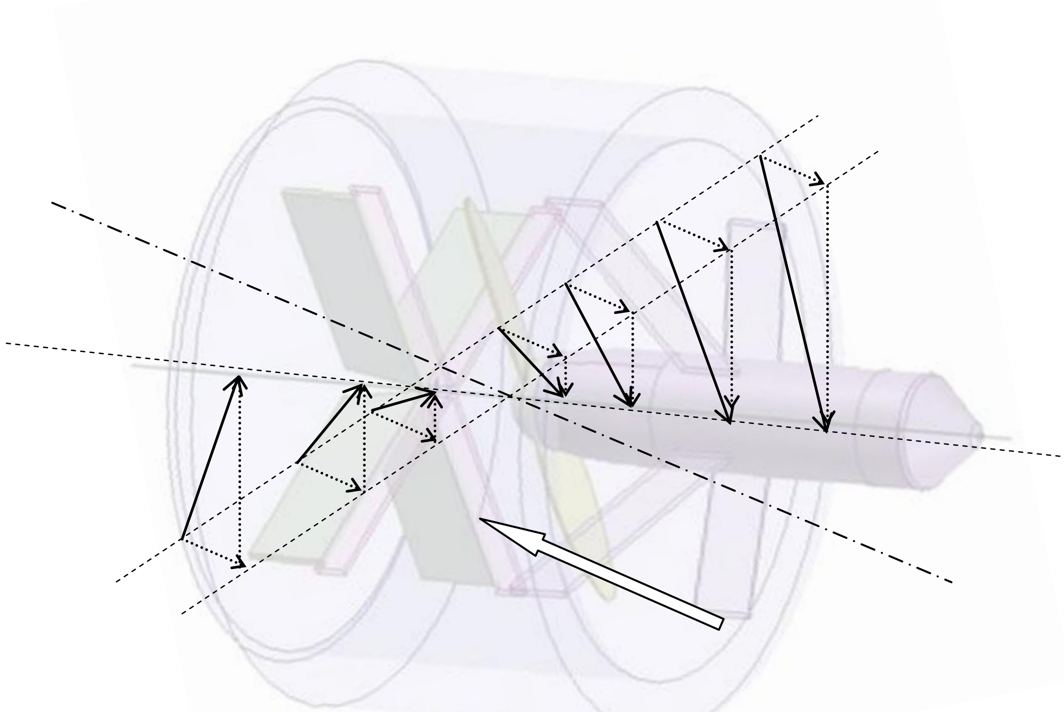
Le torseur cinématique est défini à tout instant.

Il n'est pas nécessaire que le point M soit physiquement un point du solide k.
On doit parler :

- de **rotation du solide k par rapport au repère R_i**, car le vecteur taux de rotation $\vec{\Omega}_{k/i}$ est indépendant du point choisi pour exprimer les éléments de réduction du torseur cinématique,
- de **vitesse du point M appartenant au solide k par rapport au repère R_i**.

L'axe central du torseur cinématique est encore appelé **axe de viration.** Cet axe central :

- est le lieu (zone de l'espace) des points I tel que $\vec{V}(I,k/i)=\lambda\,\vec{\Omega}_{k/i}$
- existe si $\lambda = \dfrac{\vec{\Omega}_{k/i} \cdot \vec{V}(M,k/i)}{\vec{\Omega}_{k/i}^{\,2}}$ est déterminé,
- est obtenu par la relation : $\overrightarrow{MI} = \dfrac{\vec{\Omega}_{k/i} \wedge \vec{V}(M,k/i)}{\vec{\Omega}_{k/i}^{\,2}} + k\,\vec{\Omega}_{k/i}$,
- est le lieu des points où les modules des vecteurs-vitesse sont minimaux. Ainsi si $\vec{V}(M,k/i) = \vec{0}$ et $\vec{V}(N,k/i) = \vec{0}$, l'axe de viration du torseur cinématique, caractéristique du mouvement de k par rapport à R_i, est alors la droite MN



Champs de vecteurs vitesse d'un solide dans un mouvement quelconque

4.2. Composition des vitesses

Comme $\vec{\Omega}_{k/i} = \vec{\Omega}_{k/j} + \vec{\Omega}_{j/i}$ et $\vec{V}(M,k/i) = \vec{V}(M,k/j) + \vec{V}(M,j/i)$, nous obtenons :

$$\left\{V_{k/i}\right\} = \left\{\begin{array}{c} \vec{\Omega}_{k/i} = \vec{\Omega}_{k/j} + \vec{\Omega}_{j/i} \\ \\ \vec{V}(M,k/i) = \vec{V}(M,k/j) + \vec{V}(M,j/i) \end{array}\right\}_M$$

Donc on peut noter :

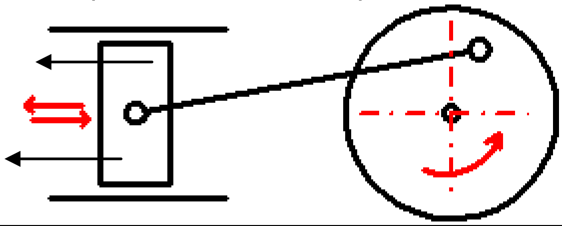
$$\boxed{\left\{V_{k/i}\right\} = \left\{V_{k/j}\right\}_M + \left\{V_{j/i}\right\}_M \qquad \forall M}$$

Cette dernière relation est encore appelée **composition des vitesses.**

5. ÉTUDE DE MOUVEMENTS PARTICULIERS FONDAMENTAUX

5.1. Mouvement de translation

Exemple : mouvement du piston dans un système bielle-manivelle



Un solide k est animé d'un mouvement de translation par rapport à un repère R_i, si deux vecteurs non parallèles $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ appartenant à k restent constants au cours du mouvement. En particulier, il suffit de choisir un repère R_k lié au solide k dont deux axes restent parallèles à deux axes du repère R_i pendant le mouvement.

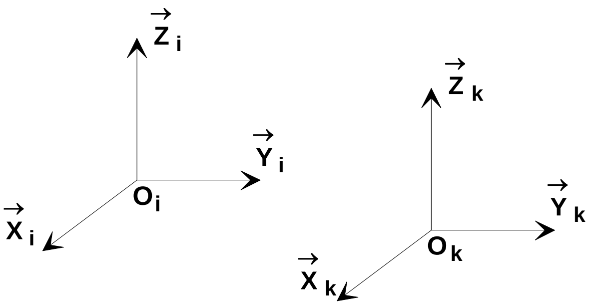
La trajectoire d'un point B est celle du point A translatée de $\overrightarrow{AB}$.

En effet nous avons : $\overrightarrow{O_i B} = \overrightarrow{O_i A} + \overrightarrow{AB}$. Or un solide S est tel que : $\forall A \in S$ et $\forall B \in S$, $\overrightarrow{AB}$ = cste.

Si la trajectoire est :

- une droite, alors la translation est dite **translation rectiligne**. Ce mouvement caractérise une liaison rencontrée couramment en construction mécanique : **la liaison glissière.**
- une courbe, alors la translation est dite curviligne. Très souvent, **la translation est circulaire** (la trajectoire est un arc de cercle ou un cercle).

Si un solide k est animé d'un mouvement de translation par rapport à un repère R_i, alors $\boxed{\vec{\Omega}_{k/i} = \vec{0}}$.



Les éléments de réduction au point M du torseur cinématique, caractérisant le mouvement de translation d'un solide k par rapport à un repère R_i, s'écrivent donc :

$$\left\{ V_{k/i} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{k/i} = \vec{0} \\ \\ \vec{V}(M,k/i) \neq \vec{0} \end{array} \right\}_M$$

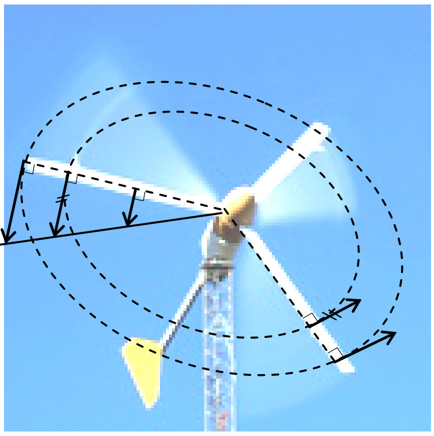
Ce torseur est un **torseur-couple** (résultante nulle).

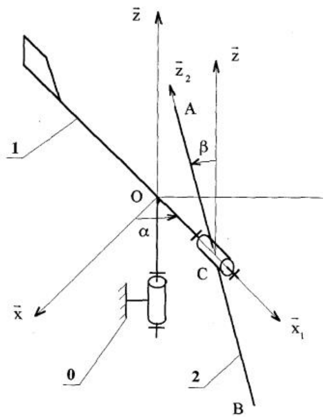
Une condition nécessaire et suffisante pour qu'un solide k soit animé d'un mouvement de translation par rapport à un repère R_i est que tous les points du solide k aient même vecteur-vitesse par rapport au repère R_i à l'instant t.

À tout instant, le champ des vecteurs-vitesse des points d'un solide k, en translation par rapport à un repère R_i, est uniforme. Donc, à l'instant t, la connaissance d'un seul vecteur-vitesse suffit à caractériser les vecteurs-vitesse de tous les points du solide k.

5.2. Mouvement de rotation

Exemple : mouvement de l'hélice 2 par rapport à la girouette 1 .





Un solide k est animé d'un mouvement de rotation par rapport à un repère R_i autour de la droite OC, si les points O et C appartenant au solide k restent fixes au cours de ce mouvement .
La droite OC est appelée axe de rotation.

- Ce mouvement caractérise une liaison rencontrée couramment en construction mécanique : **la liaison pivot.**
- L'axe OC étant fixe par rapport au repère R_i, tous les points de cet axe ont donc une vitesse nulle par rapport au repère R_i.
- La trajectoire d'un point M quelconque appartenant au solide k en rotation autour de l'axe de rotation OC est un cercle centré sur cet axe et perpendiculaire à cet axe.

Le champ des vecteurs-vitesse pour un solide s'écrit :

$$\vec{V}(M,k/i) = \vec{V}(O,k/i) + \overrightarrow{MO} \wedge \vec{\Omega}_{k/i}$$

Or : $\vec{V}(O,k/i) = \vec{0}$, puisque le point O appartient à l'axe de rotation. Donc le champ des vecteurs-vitesse pour un solide en rotation autour d'un axe fixe s'écrit :

$$\boxed{\vec{V}(M,k/i) = \vec{\Omega}_{k/i} \wedge \overrightarrow{OM} = R_M \dot{\beta}\, \vec{Y}_k}$$

Le torseur cinématique caractérisant le mouvement de rotation d'un solide k par rapport à un repère R_i s'écrit :

$$\left\{ V_{k/i} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{k/i} \\ \\ \vec{V}(M,k/i) = \vec{\Omega}_{k/i} \wedge \overrightarrow{OM} \end{array} \right\}_M$$

Ce torseur est un **torseur-glisseur** dont l'axe central est l'axe de rotation.

Comme $\vec{\Omega}_{k/i}$ est perpendiculaire à $\overrightarrow{OM}$, le module du vecteur vitesse $\vec{V}(M,k/i)$ est égal à

$$\boxed{\| \vec{V}(M,k/i) \| = \| \vec{\Omega}_{k/i} \| \, \| \overrightarrow{OM} \| = R_M \dot{\beta}}$$

Ce module est donc proportionnel au rayon-vecteur R_M. Nous pouvons énoncer :

- Le module du vecteur-vitesse d'un point M, appartenant à un solide k en rotation par rapport au repère R_i, est proportionnel à la distance du point M à l'axe de rotation.
- Tous les points situés sur un cylindre de révolution en rotation autour de son axe ont des vecteurs-vitesse de même module.
  - Tous les points situés sur une même génératrice parallèle à l'axe de rotation ont même des vecteurs-vitesse de même direction, même sens et même module.

6. APPLICATION DE LA PROPRIÉTÉ D'ÉQUIPROJECTIVITÉ DU CHAMP DES VECTEURS-VITESSE

D'après la relation fondamentale de changement de point :

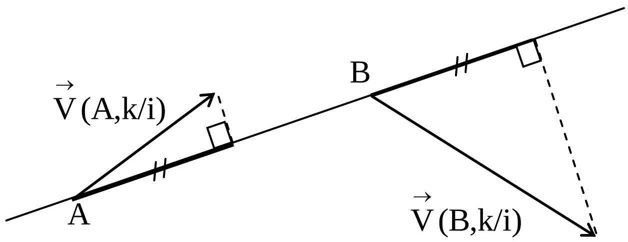
$$\vec{V}(A,k/i)=\vec{V}(B,k/i)+\overrightarrow{AB}\wedge\vec{\Omega}_{k/i} \quad \Rightarrow \vec{V}(A,k/i).\overrightarrow{AB}=\left(\vec{V}(B,k/i)+\overrightarrow{AB}\wedge\vec{\Omega}_{k/i}\right).\overrightarrow{AB}$$

soit $\vec{V}(A,k/i).\overrightarrow{AB}=\vec{V}(B,k/i).\overrightarrow{AB}+\underbrace{\left(\overrightarrow{AB}\wedge\vec{\Omega}_{k/i}\right)}_{\perp\overrightarrow{AB}}.\overrightarrow{AB}$

d'où $\boxed{\vec{V}(A,k/I).\overrightarrow{AB}=\vec{V}(B,k/i).\overrightarrow{AB}}$ relation d'équiprojectivité

6.1. Traduction géométrique de l'équiprojectivité

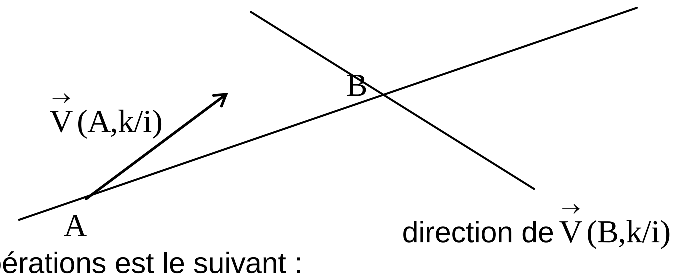
Cette relation se traduit géométriquement de la façon suivante :



Les projections orthogonales des vecteurs-vitesse $\vec{V}(A,k/i)$ et $\vec{V}(B,k/i)$, sur la droite orientée par le vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont du même côté par rapport aux points A et B et non opposées ce qui correspondrait à un éloignement des points et donc une déformation en désaccord avec l'hypothèse de solide indéformable.

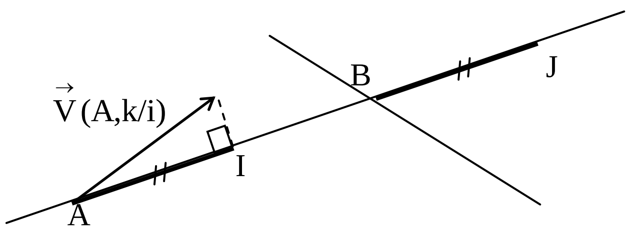
L'utilisation de cette relation se fait de la manière suivante :

Le vecteur-vitesse du point A et la direction du vecteur-vitesse du point B sont connus. Il n' y a donc qu'une inconnue scalaire la norme et le sens du vecteur de $\vec{V}(B,k/i)$.

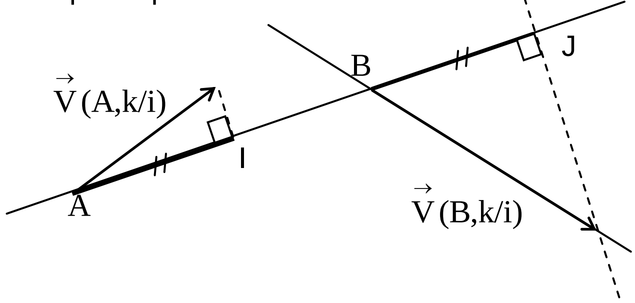


L'ordre des opérations est le suivant :

- projeter $\vec{V}(A,k/i)$ sur la droite AB ce qui donne $\overline{AI}$,
- placer le point J sur la droite AB tel que : $\overline{AI}=\overline{BJ}$,



- du point J, élever une perpendiculaire à la droite AB qui coupe la direction du vecteur-vitesse $\vec{V}(B \in S_k / R_i)$ en un point qui est l'extrémité de ce vecteur.



Remarque :

Cette construction est impossible si la direction du vecteur-vitesse $\vec{V}(B,k/i)$ est perpendiculaire à la droite AB.

7. MOUVEMENT PLAN

7.1. Définition

Un solide est animé d'un mouvement plan dans un repère de référence donné, si à tout instant, les vecteurs-vitesse de tous ses points restent parallèles à un plan fixe.
Ce mouvement est fréquemment rencontré dans les trains d'engrenages, les systèmes bielle-manivelle,...

7.2. Théorème

Si trois points non alignés d'un solide k ont leur trajectoire dans un plan (P_i) appartenant au solide S_i, alors tous les points du solide k sont animés d'un mouvement plan, le plan du mouvement étant parallèle au plan (P_i).

Le mouvement du solide k est à tout instant une **rotation instantanée** d'axe perpendiculaire au plan (P_i).

Démonstration :
Soient trois points non alignés M_1, M_2 et M_3 appartenant au solide k et se déplaçant dans le plan (Pi) du solide S_i.

alors $\vec{V}(M_1,k/i)$, $\vec{V}(M_2,k/i)$ et $\vec{V}(M_3,k/i)$ sont parallèles au plan (P_i).

La formule du champ des vecteurs-vitesse pour un solide nous permet d'écrire :

$\vec{V}(M_1,k/i) = \vec{V}(M_2,k/i) + \overrightarrow{M_1M_2} \wedge \vec{\Omega}_{k/i}$ soit $\vec{V}(M_1,k/i) - \vec{V}(M_2,k/i) = \overrightarrow{M_1M_2} \wedge \vec{\Omega}_{k/i}$

$\vec{V}(M_3,k/i) = \vec{V}(M_2,k/i) + \overrightarrow{M_3M_2} \wedge \vec{\Omega}_{k/i}$ soit $\vec{V}(M_3,k/i) - \vec{V}(M_2,k/i) = \overrightarrow{M_3M_2} \wedge \vec{\Omega}_{k/i}$

$\vec{V}(M_1,k/i) = \vec{V}(M_3,k/i) + \overrightarrow{M_1M_3} \wedge \vec{\Omega}_{k/i}$ soit $\vec{V}(M_1,k/i) - \vec{V}(M_3,k/i) = \overrightarrow{M_1M_3} \wedge \vec{\Omega}_{k/i}$

Nous avons donc :

$\vec{V}(M_1,k/i) - \vec{V}(M_2,k/i) \perp \vec{\Omega}_{k/i}$, $\vec{V}(M_3,k/i) - \vec{V}(M_2,k/i) \perp \vec{\Omega}_{k/i}$, $\vec{V}(M_1,k/i) - \vec{V}(M_3,k/i) \perp \vec{\Omega}_{k/i}$

Les trois points M_1, M_2 et M_3, non alignés, ont un mouvement à priori quelconque. Donc $\vec{V}(M_1,k/i) - \vec{V}(M_2,k/i)$ et $\vec{V}(M_3,k/i) - \vec{V}(M_2,k/i)$ sont deux vecteurs parallèles au plan (Pi) mais non colinéaires.

Le vecteur $\vec{\Omega}_{k/i}$, perpendiculaire à deux vecteurs parallèles au plan (P_i), mais non colinéaires est donc perpendiculaire à ce plan (P_i).

Le torseur cinématique caractéristique du mouvement du solide k par rapport au solide S_i s'écrit en un point quelconque est tel que :

$$\left\{V_{k/i}\right\} = \left\{\begin{matrix}\vec{\Omega}_{k/i}\\ \\ \vec{V}(M,k/i)\end{matrix}\right\}_M \qquad \text{avec} \qquad \vec{V}(M,k/i).\vec{\Omega}_{k/i} = 0$$

7.3. Centre instantané de rotation ou CIR

On appelle centre instantané de rotation I_{ki} du mouvement du solide k par rapport au solide S_i le point de l'axe central (Δ_{ki}), du torseur cinématique caractérisant ce mouvement, intersection avec le plan d'étude.

- Cette définition nous montre que $\vec{V}(I_{ki},k/i)=\vec{0}$, car tous les points M de l'axe central (**Δ_{ki}**) du torseur cinématique caractérisant le mouvement plan sur plan du solide k par rapport au repère R_i sont tels $\vec{V}(M,k/i).\vec{\Omega}_{k/i} = 0$ et $\vec{V}(M,k/i) = \lambda\vec{\Omega}_{k/i}$.

$$\boxed{\vec{V}(I_{ki},k/i)=\vec{0}}$$

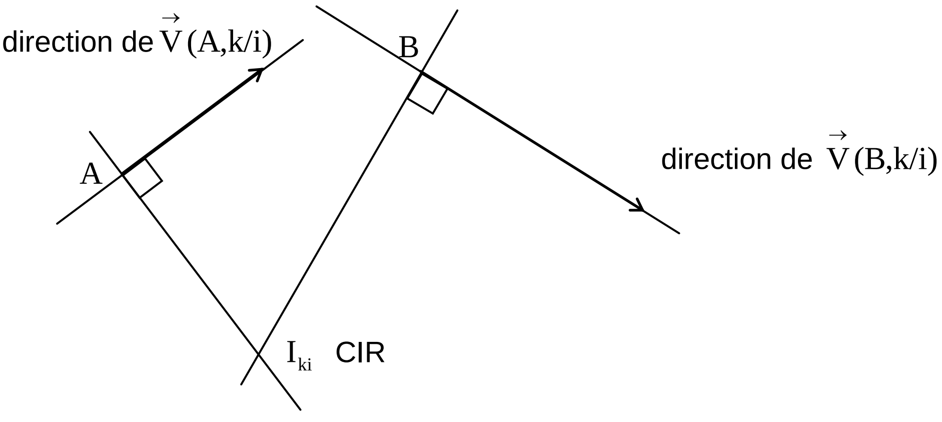
- On peut déterminer la position de ce centre instantané de rotation graphiquement :

Connaissant la direction de 2 vecteurs vitesses $\vec{V}(A,k/i)$ et $\vec{V}(B,k/i)$ non colinéaires on sait que :

$$\vec{V}(A,k/i)=\vec{V}(I_{ki},k/i)+\overrightarrow{AI_{ki}}\wedge\vec{\Omega}_{k/i} = \overrightarrow{AI_{ki}}\wedge\vec{\Omega}_{k/i} \quad \perp \quad \overrightarrow{AI_{ki}}$$

$$\vec{V}(B,k/i)=\vec{V}(I_{ki},k/i)+\overrightarrow{BI_{ki}}\wedge\vec{\Omega}_{k/i} = \overrightarrow{BI_{ki}}\wedge\vec{\Omega}_{k/i} \quad \perp \quad \overrightarrow{BI_{ki}},$$

On a donc dans le plan (Pi) d'étude le centre instantané de rotation I_{ki} à l'intersection des perpendiculaires à $\vec{V}(A,k/i)$ en A et $\vec{V}(B,k/i)$ en B :



On peut déterminer analytiquement la position de ce CIR :

D'après le formule fondamentale de changement de point nous avons :

$\vec{V}(I_{ki},k/i)=\vec{V}(O,k/i)+\vec{\Omega}_{k/i}\wedge\overrightarrow{OI_{ki}}$ où O est une origine dans le plan (Pi) d'étude

Multiplions vectoriellement les deux membres de cette équation par $\vec{\Omega}_{k/i}$. Nous obtenons donc :

$\vec{\Omega}_{k/i}\wedge\vec{V}(O,k/i)+\vec{\Omega}_{k/i}\wedge(\vec{\Omega}_{k/i}\wedge\overrightarrow{OI_{ki}})=\vec{0}$.

Et d'après la propriété du double produit vectoriel on a : $\vec{u}\wedge(\vec{v}\wedge\vec{w})=(\vec{u}.\vec{w})\vec{v}-(\vec{u}.\vec{v})\vec{w}$

Soit : $\vec{\Omega}_{k/i}\wedge\vec{V}(O,k/i)+\vec{\Omega}_{k/i}(\vec{\Omega}_{k/i}\,.\,\overrightarrow{OI_{ki}})-\overrightarrow{OI_{ki}}\,\vec{\Omega}_{k/i}^{\,2}=\vec{0}$.

Or $\overrightarrow{OI_{ki}}$ appartient au plan (P_i) et $\vec{\Omega}_{k/i}$ est perpendiculaire à ce plan donc $(\vec{\Omega}_{k/i}\,.\,\overrightarrow{OI_{ki}})=0$.

Donc :

$$\overrightarrow{OI}_{ki}=\frac{\vec{\Omega}_{k/i}\wedge\vec{V}(O,k/i)}{\vec{\Omega}_{k/i}^{\,2}}$$