

COURS : Géométrie et cinématique du Contact Ponctuel

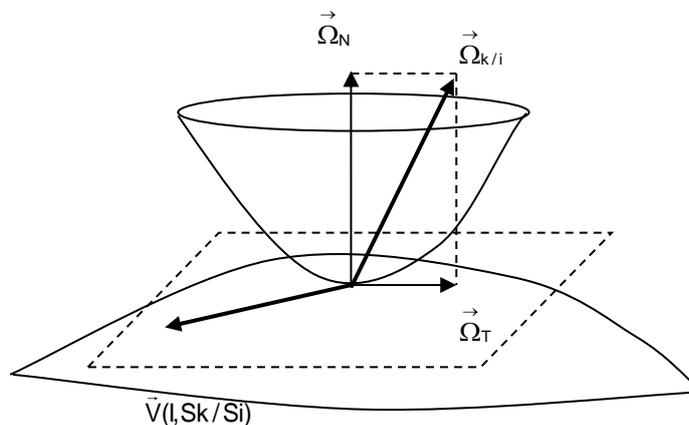
On parle de contact ponctuel lorsque la zone de contact entre solide peut être assimilée à un point. Ceci est impossible en pratique car dès qu'il y a contact il y a déformation si infime soit elle.

Cependant on peut souvent modéliser des contacts (roues, galets, engrenages, billes, ...) par un unique point de contact. On peut alors préciser les particularités géométriques et cinématiques associées.

Soient deux solides S_i et S_k en contact ponctuel au point I . Soit π le plan tangent commun en I aux deux solides et soit \vec{n} la normale au plan π .

Le mouvement de S_k par rapport à S_i peut être caractérisé par trois déplacements de base.

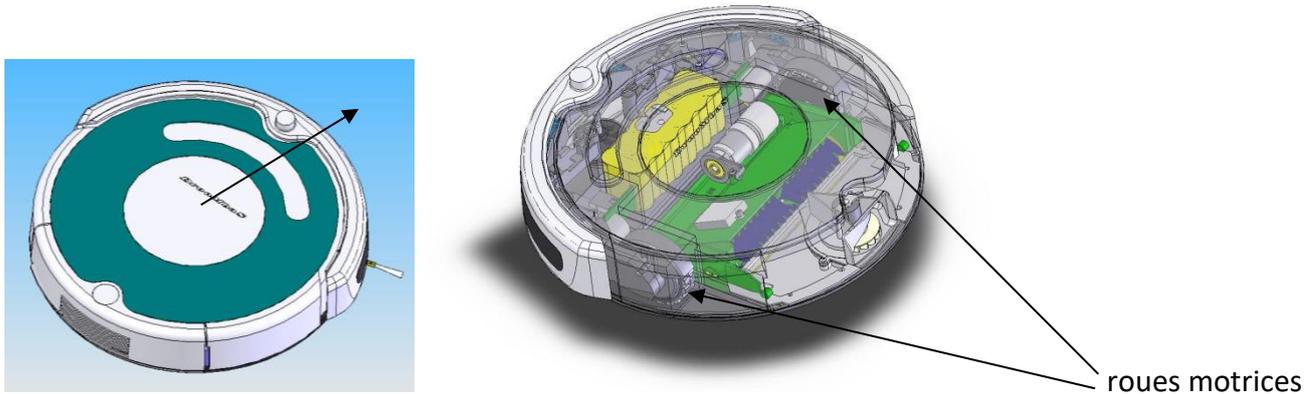
- le **glissement** caractérisé par le vecteur-vitesse de glissement $\vec{V}(I \in S_k / S_i)$ qui appartient au plan tangent π ,
- le **roulement** caractérisé par le vecteur-rotation de roulement $\vec{\Omega}_T = \vec{n} \wedge (\vec{\Omega}_{k/i} \wedge \vec{n})$ qui appartient au plan tangent π ,
- le **pivotement** caractérisé par le vecteur-rotation de pivotement $\vec{\Omega}_N = \vec{n} (\vec{\Omega}_{k/i} \cdot \vec{n})$ qui est perpendiculaire au plan tangent π .



On parlera souvent de roulement sans glissement (RSG) pour lequel $\vec{\Omega}_T \neq \vec{0}$ et $\vec{V}(I, S_k / S_i) = \vec{0}$

EXEMPLE : TRANSMISSION DU SYSTEME DE DEPLACEMENT D'UN ROBOT ROOMBA

Le robot aspirateur Roomba 530 représenté ci-dessous se déplace au sol par transmission des rotations indépendantes de 2 moteurs à 2 roues motrices de rayon 35mm espacées de 262mm l'une de l'autre.
 Vitesse d'avance maxi du robot : 0,15m/s



Pour adapter la puissance mécanique de rotation du moteur à la fonction technique d'avance du robot on utilise un train d'engrenages fixes en photo ci-dessous :

0 considéré solidaire du corps du robot S1		
1	$Z_1=12$	(vitesse de rotation ω_{10})
2	$Z_{21}=41 ; Z_{22}=13$	(vitesse de rotation ω_{20})
3	$Z_{31}=53 ; Z_{32}=13$	(vitesse de rotation ω_{30})
4	$Z_{41}=33 ; Z_{42}=12$	(vitesse de rotation ω_{40})
5 solidaire de la roue S3	$Z_5=21$	(vitesse de rotation ω_{50})

On rappelle que pour chaque engrenage il y a une valeur de module m_{ij} tel que les diamètres (dit primitifs) des pignons et roues vérifient :

$$D_i = m_{ij} \cdot Z_i \text{ et } D_j = m_{ij} \cdot Z_j$$

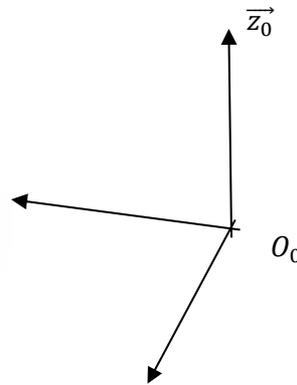
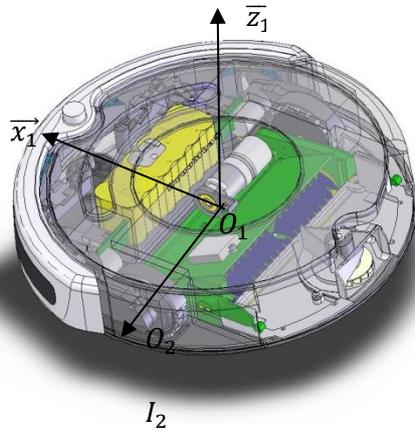
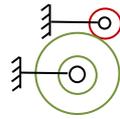
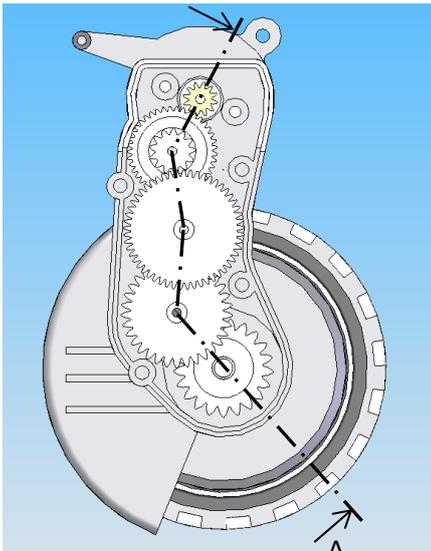
On remarquera que les pièces (solides) 2, 3 et 4 sont constitués chacun de 2 pignon et roue coaxials.

cercle primitif de diamètre D_1 tel que son périmètre soit $\pi \cdot D_1 = \pi \cdot m_{12} \cdot Z_1$ et la longueur de l'arc, écartement entre les dents est alors $\pi \cdot m_{12}$.



Schéma cinématique vu de face coupe A-A

Schéma cinématique vu en coupe



On numérote les solides Si:

- Sol S0
- Corps S1
- Roue gauche S2
- Roue droite S3

On associe à chaque solide Si le repère $(O_i, \vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$

Les centres respectifs des solides S1, S2 et S3 sont les points O_1, O_2 et O_3 .

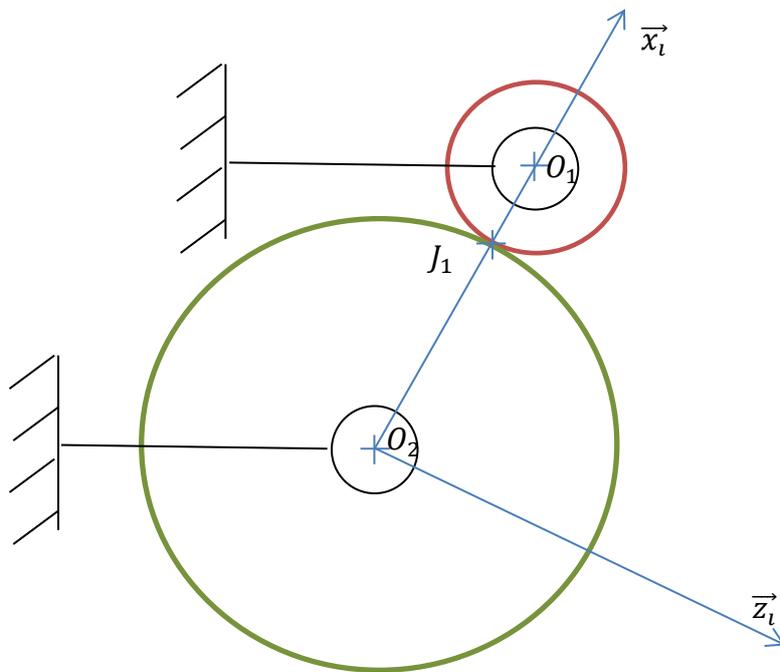
Les points de contacts respectifs des roues S2 et S3 avec le sol S0 sont I_2 et I_3 .

La roue folle S4 est en liaison pivot avec son support lui-même en liaison pivot avec le corps S1 (comme les roues folles de caddy de supermarché)

On considère l'ensemble des supports de roues et corps S1 solidaires, ne prenant ainsi pas en compte le petit mouvement de suspension rendant possible le franchissement de petits obstacles tels que tapis ou autre.

Question 1 : Proposer le schéma cinématique plan selon 2 vues de normale z_1 (vue de dessus) et y_1 (vue de côté) du robot Roomba limité aux 2 roues motrices, le corps du robot et le sol (on ne représentera pas la roue folle qui ne sert que de 3^{ème} point d'appui).

Question 2 : Compléter le schéma cinématique du train d'engrenage page 2. Proposer un graphe de structure du mécanisme correspondant. Identifier le nombre de boucles fermées correspondant au nombre de transformations de mouvement. Exprimer alors sous forme de relations entre torseurs les fermetures cinématiques correspondant à chaque transformation de mouvement par engrenage.



On note :

$$D_1 = m \cdot Z_1$$

$$D_{21} = m \cdot Z_{21}$$

Où D_i représente le diamètre primitif du pignon et Z_i son nombre de dents

Question 3 : Montrer que le rapport de transmission $r_1 = -\frac{\omega_{20}}{\omega_{10}}$ du premier engrenage du réducteur est tel que : $r_1 = -\frac{D_1}{D_{21}} = -\frac{Z_1}{Z_{21}}$ ou D_1 et D_{21} correspondent aux diamètres respectifs des pignon et roue.

On reprendra la condition de roulement sans glissement (RSG) en J_1 correspondant à l'engrènement entre 1 et 2 : $\vec{V}(J_1, 2/1) = \vec{0}$.

Question 4 : Déterminer le rapport de transmission $r = \omega_{50}/\omega_{10}$ de ce train d'engrenage en fonction des nombres de dents des pignons et roues. Faire l'application numérique.

Ce rapport de transmission correspond à une forte de réduction de la vitesse du moteur pour entrainer les roues.

Question 5 : Donner la vitesse de rotation du moteur correspondant au déplacement à vitesse maxi du robot en ligne droite. Comparer à la vitesse de rotation du moteur du robot RS-360SH-10500 annoncée par le constructeur. Conclure.

Question 6 : En utilisant cette vitesse de rotation des moteurs, déterminer comment et à quelle vitesse maximale en tr/min le robot peut « tourner sur lui-même ».

Question 7 : Traduire le roulement sans glissement respectif de chacune des roues. Déterminer la vitesse du centre O_1 de S1 par rapport à S0 en fonction des vitesses de rotation des roues gauche et droite par rapport à S1 notées respectivement $\omega_{s2/s1}$ et $\omega_{s3/s1}$.

Fiche technique du moteur électrique de propulsion :

MODEL	VOLTAGE		NO LOAD		AT MAXIMUM EFFICIENCY					STALL		
	OPERATING RANGE	NOMINAL	SPEED	CURRENT	SPEED	CURRENT	TORQUE		OUTPUT	TORQUE		CURRENT
			r/min	A	r/min	A	mN·m	g·cm	W	mN·m	g·cm	A
RS-360SH-2885	3~9	7.2V CONSTANT	12500	0.36	10380	1.76	7.00	71.3	7.59	41.2	420	8.60
RS-360SH-10500	12~25	12V CONSTANT	3500	0.050	2590	0.14	2.74	28.0	0.74	10.6	108	0.41