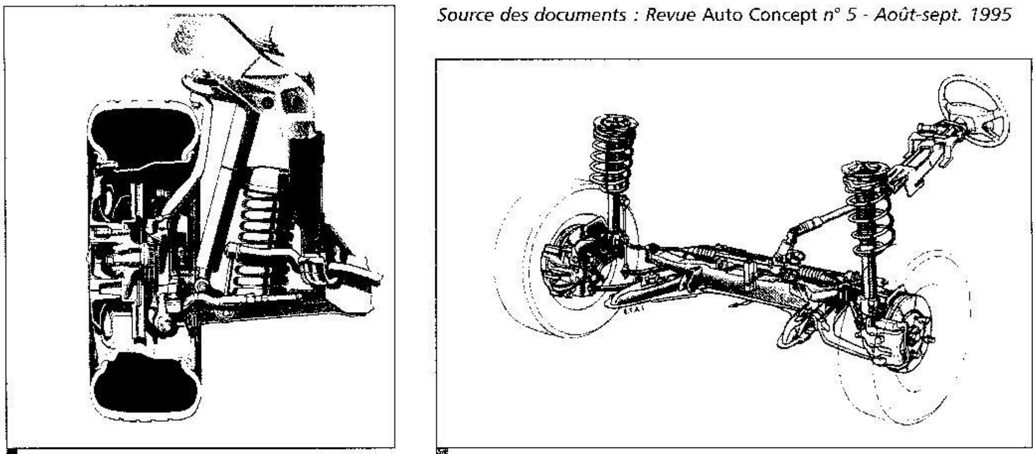
SUSPENSION AUTOMOBILE



Coupe de demi-train avant. Coupe de train avant.

Figure 1 : suspension avant automobile

Il s'agit de déterminer le déplacement vertical $z(t)$ du châssis du véhicule par rapport au référentiel galiléen lié à la route en fonction du déplacement vertical $z_r(t)$ de l'axe de la roue par rapport à ce même référentiel correspondant au passage du véhicule sur un sol accidenté.

Pour appréhender le fonctionnement de la suspension, on propose ici une modélisation de son fonctionnement et on envisage la réponse $z(t)$ à des déplacements $z_r(t)$ particuliers.

f est le coefficient de frottement visqueux de l'amortisseur (trous calibrés de passage de l'huile au travers du piston de l'amortisseur hydraulique)

k est le coefficient de raideur du ressort

La force de pesanteur appliquée au quart de châssis est d'intensité Mg. 4M représentant la masse suspendue du véhicule. On suppose que chaque roue « supporte » le même poids.

$M = 250\text{kg}$; $k = 20000\ \text{Nm}^{-1}$; $f = 200\ \text{N.m}^{-1}.\text{s}$

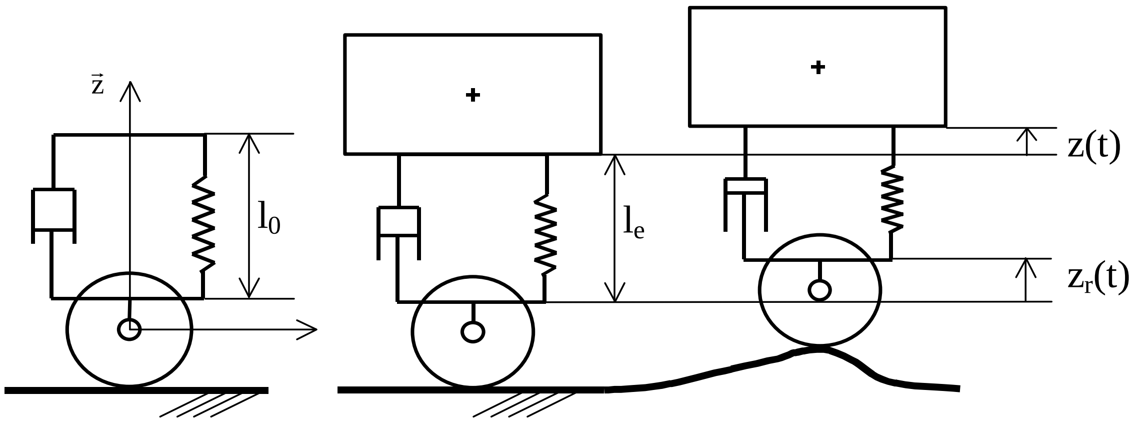


Figure 2 : modèle quart de véhicule

1 MODELISATION DE LA SUSPENSION

Système isolé : la masse suspensue M
Référentiel galiléen : lié à la route
Actions mécaniques appliquées à M à l'équilibre :

- Effort du ressort : $\vec{F}_r = -k(l_e - l_0)\vec{z}$
- Effort du champ de pesanteur : $-Mg\vec{z}$

PFD à l'équilibre appliqué à M en projection selon $\vec{z}$:

$$\boxed{-k(l_e - l_0) - Mg = 0} \quad (1)$$

Système isolé : la masse suspensue M
Référentiel galiléen : lié à la route
Actions mécaniques appliquées à M en dynamique :

- Effort du ressort : $\vec{F}_r = -k(l_e - l_0)\vec{z}$
- Effort de l'amortisseur : $\vec{F}_a = -f\dfrac{d(z(t) - z_r(t))}{dt}\vec{z}$
- Effort du champ de pesanteur : $-Mg\vec{z}$

PFD en dynamique appliqué à M en projection selon $\vec{z}$:

$$\boxed{-k(z(t) - z_r(t) + l_e - l_0) - f\frac{d(z(t) - z_r(t))}{dt} - Mg = M\frac{d^2z(t)}{dt^2}} \quad (2)$$

(2)-(1) :

$$-k(z(t) - z_r(t)) - f\frac{d(z(t) - z_r(t))}{dt} = M\frac{d^2z(t)}{dt^2}$$

$$\boxed{kz_r(t) + f\frac{dz_r(t)}{dt} = M\frac{d^2z(t)}{dt^2} + f\frac{dz(t)}{dt} + kz(t)} \quad (3)$$

Question 1 : En déduire la fonction de transfert de la suspension c'est-à-dire $H(p) = \dfrac{Z(p)}{Z_r(p)}$ en fonction de k, f, M et la variable de Laplace p. On précisera les hypothèses nécessaires sur les conditions initiales de la suspension. Faire l'application numérique

Question 2 : Calculer les paramètres K, τ, ξ et ω_0 correspondant à la forme canonique de $H(p)$

$$H(p) = K\frac{1 + \tau p}{1 + \dfrac{2\xi}{\omega_0}.p + \dfrac{1}{\omega_0^{\ 2}}.p^2}$$

2 REPONSE HARMONIQUE DE LA SUSPENSION

On veut maintenant caractériser le comportement de la suspension lors du passage de la voiture sur une route bosselée. Pour cela on modélise l'entrée correspondante par une fonction sinusoïdale $z_r(t) = z_{r0}\sin(\omega t)$ avec $z_0 = 0{,}01\,\text{m}$.

La pulsation ω de cette fonction sinusoïdale du temps dépend de la vitesse de passage du véhicule V et de la longueur d'onde en mètres du profil de route λ.

Question 3 : Calculer $|H(j\omega)|$ et $\arg(H(j\omega))$.

Question 4 : En déduire l'expression de la réponse en régime permanent de la suspension $z(t)$ en fonction de K, τ, ξ et ω_0 et t.

Question 5 : Tracer les diagrammes de Bode asymptotique sur le document réponse DR1.

En considérant $\omega_0 << \frac{1}{\tau}$, on peut assimiler le comportement fréquentiel de la suspension, pour les pulsations $\omega << \frac{1}{\tau}$, à celui du second ordre $H(p) = \dfrac{K}{1+\dfrac{2\xi}{\omega_0}.p+\dfrac{1}{\omega_0{}^2}.p^2}$.

Question 6 : Déterminer la pulsation de résonance ω_r et le maximum du gain correspondant $|H(j\omega_r)|$.

On désire assurer, pour le confort des occupants du véhicule, une pulsation ω_r de résonance correspondant à une fréquence d'oscillation de la caisse de 1Hz. On peut pour cela modifier la valeur du coefficient de frottement visqueux du dash-pot.

Question 7 : Déterminer la valeur de f correspondante. Déterminer alors le gain correspondant. Conclure sur l'influence de f sur le phénomène de résonance.

Document réponse DR1