

EXERCICE 1

1. Par superposition:

ω	0	$\frac{1}{T} = 50 \text{ rad.s}^{-1}$	$+\infty$
$\frac{10}{p}$	-20	-20 dB/dec	
$\frac{10}{1+0.02p}$	0	-20	
$H_{BO}(p)$	-20	-40 dB/dec	

$$H_{BO}(p) = \frac{10}{p(1+0.02p)} \quad \text{classe 1, ordre 2}$$

2. La pulsation de coupure à -135° étant $\frac{1}{T} = 50 \text{ rad.s}^{-1}$ il suffit de déterminer K_c tel que :

$$|H_{BO}(j\frac{1}{T})| = 1 \Rightarrow \frac{K_c}{50\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow \boxed{K_c = 50\sqrt{2} = 70.71^{-1}}$$

3. $H_{BF}(p) = \frac{H_{BO}(p)}{1 + H_{BO}(p)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{H_{BO}(p)}} = \frac{1}{1 + \frac{p}{K_c} + \frac{0.02}{K_c} p^2} = H_{BF}(p)$

4. second ordre de gain statique 1, de pulsation propre $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{K_c}{0.02}}}$,

de facteur d'amortissement $\boxed{\xi = \frac{1}{2\sqrt{0.02K_c}}}$

A.N.: $\boxed{\omega_0 = 59.4 \text{ rad.s}^{-1}} \quad \boxed{\xi = 0.42}$

5. courbe en $(\omega_0, 0 \text{ dB})$ et asymptotes de 0 dB/dec puis -40 dB/dec de pente.

6. $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pX(p)$

7. <u>classe</u> <u>entrée</u>	0	1	2	3
Echelon A	$\frac{A}{1+K}$	0	0	0
rampes at	$+\infty$	$\frac{q}{K}$	0	0
rampes paraboliq $\frac{1}{2} at^2$	$+\infty$	$+\infty$	$\frac{q}{K}$	0

K gain de boucle ouverte

8. classe $d = 1 \Rightarrow$ écart statique $\boxed{E_s = 0}$

9. $\boxed{E_s = \frac{3}{K_c} = 0,042 \text{ us1}}$

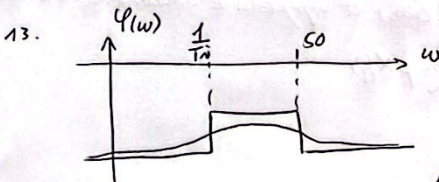
10. Correcteur proportionnel intégral ($\frac{1}{p}$ correspondant à un calcul d'intégral)

11. $H_{BO}(p) = K_c \frac{1+T_i p}{T_i p} \cdot \frac{1}{p(1+0,02p)} = \frac{K_c}{T_i} \cdot \frac{1}{p^2} \cdot \frac{1+T_i p}{1+0,02p}$

classe $\alpha = 2$ et gain de boucle ouverte $\boxed{K = \frac{K_c}{T_i}}$

12. $\alpha = 2 \Rightarrow$ pour $x_c(t) = 3t$ $\boxed{E_s = 0}$

pour $x_c(t) = 1,5t^2$ $\boxed{E_s = \frac{3}{K} = \frac{3T_i}{K_c}}$



il faut $\boxed{\frac{1}{T_i} < 50}$
pour avoir $\phi(w) > 180^\circ$
et respecter le critère du overshoot.

EXERCICE 2

1. La réponse indicielle est celle d'un second ordre car il y a une penste nulle à l'origine.

On peut négliger cette pente nulle et l'inflexion intervenant seu un temps très court devant le temps de réponse $t_{r5\%} \approx 0,15s$.

On constate, en considérant $3T = 0,45s$ que la pente à l'origine $\dot{w}(0) = \frac{300}{0,05}$ correspond bien à celle d'un 1^{er} ordre, de gain $K = 300 \text{ rad.s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$ et de constante de temps $T = 0,05s$

$$\begin{aligned} 2. \quad M(p) &= \frac{K}{1+Tp} \Rightarrow H(p) = \frac{M(p)}{1+M(p) \cdot K_{tachy}} \\ \Rightarrow H(p) &= \frac{\frac{K}{1+Tp}}{1+\frac{K}{1+Tp} \cdot K_{tachy}} = \frac{K}{1+T \cdot p + K \cdot K_{tachy}} \end{aligned}$$

et sous forme canonique:

$$\boxed{H(p) = \frac{\frac{K}{1+K \cdot K_{tachy}}}{1 + \frac{T}{1+K \cdot K_{tachy}} p}} = \frac{K'}{1+T'p}$$

A.N.: $\boxed{K' = \frac{300}{1+300 \times \frac{1}{3} \cdot 10^{-2}} = 150 \text{ rad.s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}}$

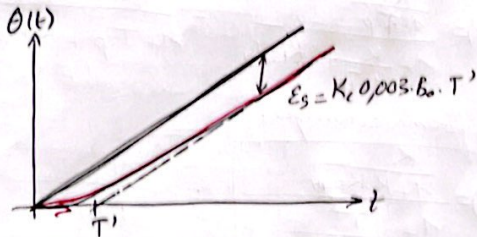
$$\boxed{T' = \frac{0,05}{1+300 \times \frac{1}{3} \cdot 10^{-2}} = 0,075s}$$

l'intérêt de cette boucle est divisé par 2 le temps de réponse du moteur $\boxed{T' = \frac{T}{2}}$.

$$3. \theta(p) = \frac{K_c \cdot 0,003 \cdot B_0}{(1 + 0,025 p) p^2}$$

Il s'agit de la réponse à une rampe d'un 1^{er} ordre intégré. Cela correspond à la réponse à une rampe d'un 1^{er} ordre (cf. cours) et d'après le théorème de l'intégrale, à l'intégrale d'une réponse à un échelon d'un 1^{er} ordre :

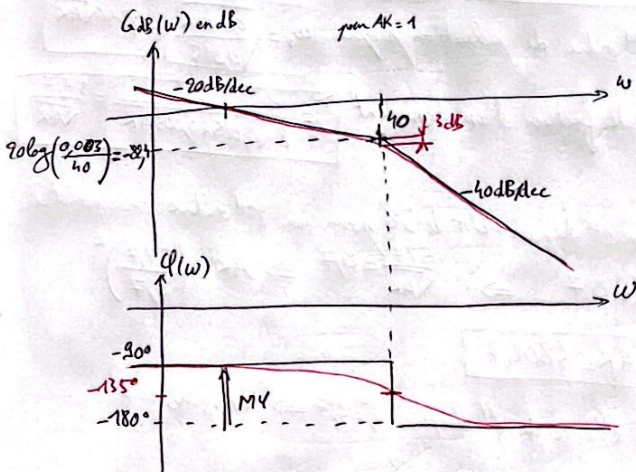
$$\theta(t) = K_c \cdot 0,003 \cdot B_0 \left(t - T' + T' e^{-\frac{t}{T'}} \right)$$



instable car une entrée bornée $\beta(t) = B_0$ donne une sortie non bornée $\lim_{t \rightarrow +\infty} \theta(t) = +\infty$

$$4. \quad H_{bo}(p) = \frac{0,003 AK}{p(1+0,025p)}$$

1^{er} ordre intégral



Capture en $(40 \text{ rad.s}^{-1}; -82,4 \text{ dB})$

$$5. \quad \begin{cases} M\varphi = \varphi(\omega_c) + 180^\circ & \text{marge de phase (représentée ci-dessus)} \\ |H_{bo}(j\omega_c)| = 1 \end{cases}$$

$$\text{Pour } M\varphi = 30^\circ \Rightarrow \varphi(\omega_c) = -150^\circ$$

$$\Rightarrow -90^\circ - \arctan(0,025 \cdot \omega_c) = -150^\circ \Rightarrow 0,025 \omega_c = \tan 60^\circ$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_c = 40\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{0,003 AK}{40 \sqrt{1+(0,025 \cdot \omega_c)^2}} = 1$$

$$\Rightarrow AK = \frac{40\sqrt{3} \sqrt{1+3}}{0,003} \quad \boxed{AK = 46188}$$

$$6. H_{bf}(p) = K_c \frac{0,003A}{p(1+0,025p)} = \frac{\frac{K_c}{K}}{1 + \frac{0,003AK}{p(1+0,025p)}} = \frac{\frac{K_c}{K}}{1 + \frac{1}{0,003AK} p + \frac{0,025}{0,003AK} p^2}$$

2nd ordre de pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{0,003AK}{0,025}} = 0,346\sqrt{AK}$

et de facteur d'amortissement $\xi = \frac{1}{2\sqrt{0,025 \times 0,003AK}} = \frac{57,7}{\sqrt{AK}}$

Un 1^{er} dépassement de 5% pour un 2nd ordre correspond à $\xi = 0,7 \Rightarrow \frac{57,7}{\sqrt{AK}} = 0,7 \Rightarrow AK = \left(\frac{57,7}{0,7}\right)^2$

$$AK = 6808,7$$

A l'aide de l'abaque $\xi = 0,7 \Rightarrow tr_{5\%} \cdot \omega_0 = 3$

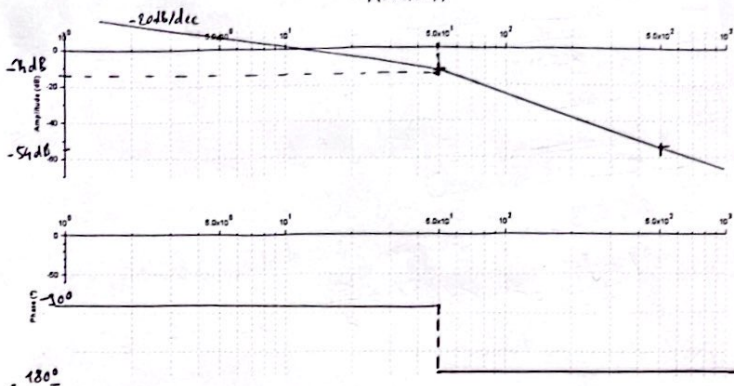
$$\Rightarrow tr_{5\%} = \frac{3}{\omega_0} = \frac{3}{0,346\sqrt{AK}}$$

$$tr_{5\%} = 0,1A$$

NOM: CORRIGE

DR1

$$H_{BO}(p) = \frac{10}{p(1 + 0,02p)}$$



DR2

$$H_{BF}(p) = \frac{X(p)}{X_c(p)}$$

