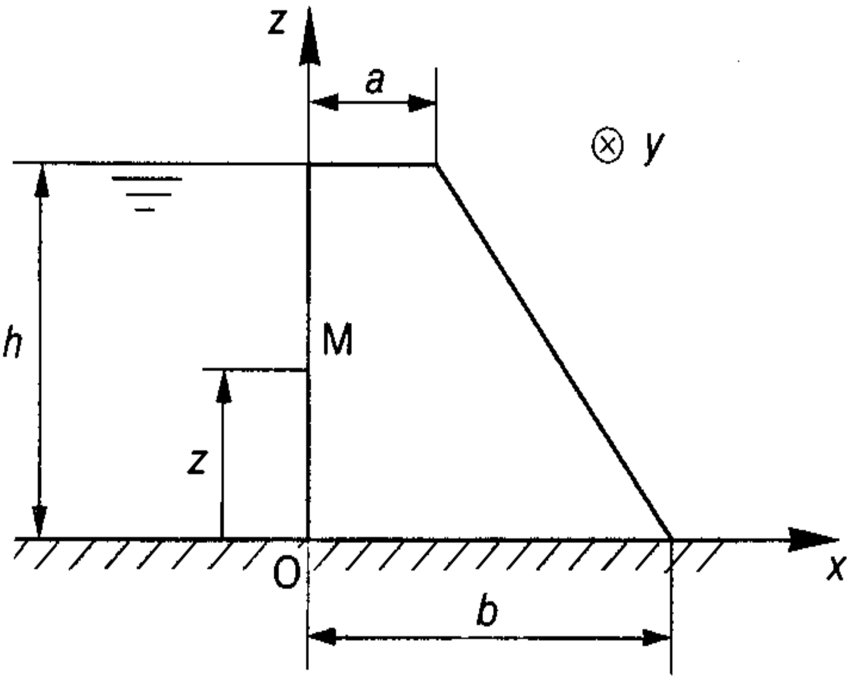
Barrage poids

Un barrage poids en béton (masse volumique ρ_b), de section droite trapézoïdale (largeurs a et b, de hauteur h) et de longueur L, repose sur un massif poreux.
L'eau exerce sur la paroi verticale du barrage une action mécanique définie par la pression hydrostatique en M : $p(z) = p_a + \rho_e.g(h - z)$
avec :
$p_a = 10^5 Pa$: la pression atmosphérique
ρ_e : masse volumique de l'eau
g : accélération de la pesanteur
z : abscisse du point M

On donne :
$\rho_e = 1 kg/dm^3$
$\rho_b = 2,5\, kg/dm^3$
$g = 9.81 m/s^2$
$a = 5\, m$
$h = 30\, m$
$b = 20\, m$
L=100m



On considère le point O dans le plan de symétrie du barrage.

Question 1 : Représenter les répartitions de pression de contact de l'eau et de l'air sur le dessin ci-dessus.

On rappelle que $\overrightarrow{dF} = p(z).\vec{x}.dS = p(z).\vec{x}.L.dz$

Question 2 : Déterminer la force de poussée de l'eau sur le barrage $\vec{F} = \int \overrightarrow{dF}$.

Question 3 : Déterminer le moment en O de la force de poussée de l'eau sur le barrage
$\vec{M}(O, e \to b) = \int \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{dF}$ somme des moments des forces élémentaires de poussée de l'eau sur le barrage.

On appelle alors le torseur exprimé en O de l'action mécanique de l'eau sur le barrage.

$$\{Te \to b\}_O = \left\{ \begin{matrix} \vec{F} \\ \vec{M}(O, e \to b) \end{matrix} \right\}_O$$

Comme pour tout torseur on a la relation de **changement de point** :
$\vec{M}(A, e \to b) = \vec{M}(B, e \to b) + \overrightarrow{AB} \wedge \vec{F}$

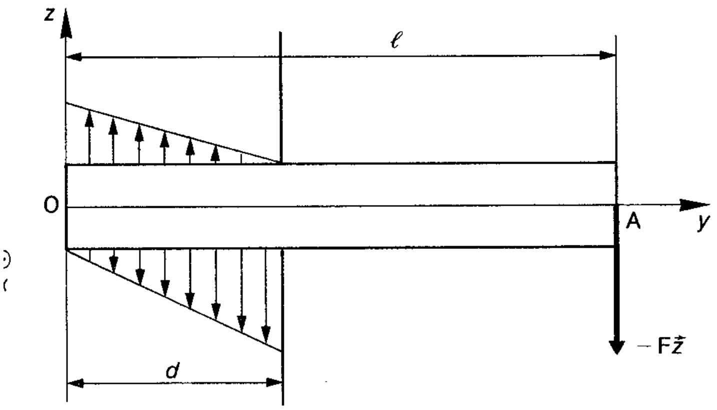
Question 4 : Déterminer la position du point A de la droite $(O, \vec{z})$ tel que $\vec{M}(A, e \to b) = \vec{0}$.

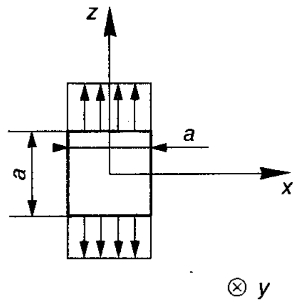
Question 5 : Calculer le poids $\vec{P}$ du barrage ainsi que la position de son centre de gravité G suivant l'axe $(O, \vec{x})$. En déduire le torseur des autres actions mécaniques. Préciser leur nature.

Poutre encastrée

Une poutre droite de section carrée est encastrée dans un mur en béton. A son extrémité A s'exerce une action mécanique représentée par la force $(A, -F\vec{z})$.

Afin d'évaluer les pressions de contact qu'exerce la poutre sur le mur, on adopte des lois de répartition de pression linéaires en fonction de y, et constantes en fonction de x, sur les faces supérieure S_1 et inférieure S_2 de la poutre comme indiqué sur la figure.





On notera p_1 et p_2 les pressions maximales appliquées par la poutre sur le mur sur les surfaces S_1 et S_2.

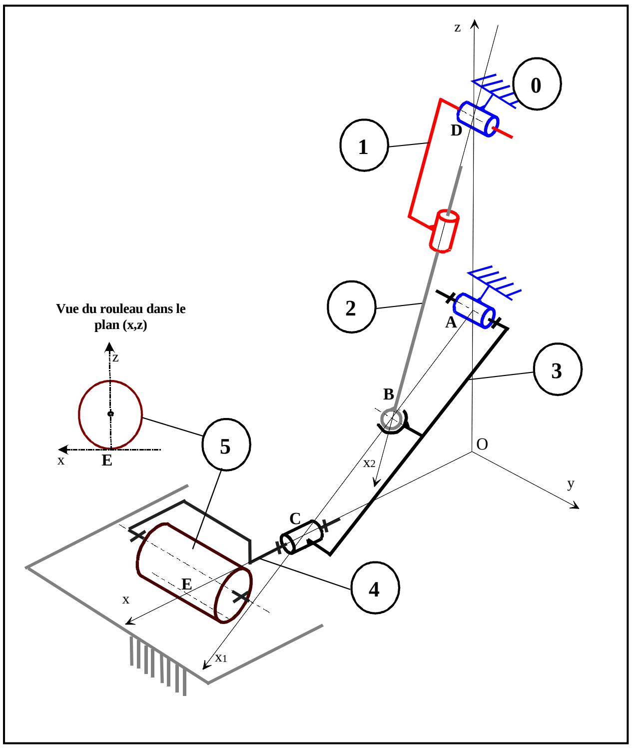
Sachant qu'à l'équilibre d'après le Principe Fondamental de la statique, ces pressions de contact ont une action mécanique équivalente à la force,

Question 1 : Exprimer les lois de répartition linéaires des pressions de contact en tout point de la face supérieure et de la face inférieure de la poutre.

Question 2 : En déduire la valeur maximum de la pression de contact qu'exerce la poutre sur le mur en fonction de F, l, a et d.

Question 3 : Faire l'application numérique pour a=0,1m d=0,3m l=1m et F=1000N. Sachant que la pression de fissuration du béton est de l'ordre de 30MPa, quelle est alors la force maximale F supportée par le béton du mur.

Dimensionnement de liaison pivot



Pour valider le dimensionnement de la liaison pivot glissant on cherche à vérifier que la pression de contact maximale dans cette liaison ne dépasse pas $p_{\lim} = 50N/mm^2$, pression de contact supportée par la bague autolubrifiée utilisée dans cette liaison dans ces conditions de fonctionnement. La géométrie de la bague est définie par son diamètre intérieur d_1 et sa longueur L :

$d_1 = 16\ mm$ et $L = 20\ mm$

Modèle n° 1

Dans un premier temps, on suppose les symétries matérielles et de chargement du mécanisme vérifiées permettant de représenter le chargement de la liaison pivot glissant 0/1 par le torseur suivant :

$$\{1 \to 0\}_D = \begin{Bmatrix} \vec{R}(1 \to 0) = X_{10}\vec{x}_2 \\ \vec{M}(D,1 \to 0) = \vec{0} \end{Bmatrix}_D \quad \text{avec} \quad X_{10} = 260N$$

On fait l'hypothèse d'une répartition uniforme de pression de contact p_0 sur la moitié de la bague conformément à la figure 6 :

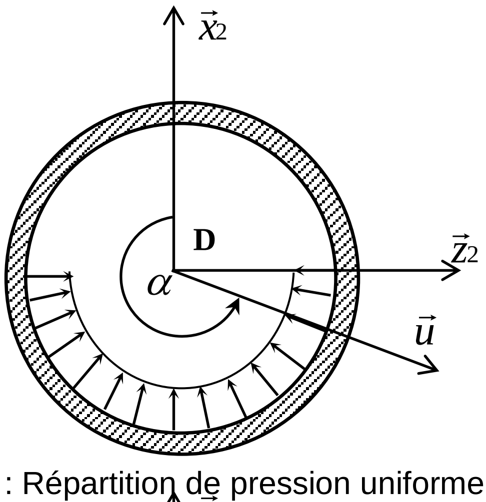


Figure 1 : Répartition de pression uniforme

Question 1 : Déterminer p_0. Comparer à $p_{\lim} = 50N/mm^2$.

Modèle n° 2

On suppose toujours les symétries matérielles et de chargement du mécanisme vérifiées permettant de représenter le chargement de la liaison pivot glissant 0/1 par le torseur suivant :

$$\{1 \to 0\}_D = \begin{Bmatrix} \vec{R}(1 \to 0) = X_{10}\vec{x}_2 \\ \vec{M}(D,1 \to 0) = \vec{0} \end{Bmatrix}_D \quad \text{avec} \quad X_{10} = 260N$$

On fait l'hypothèse d'une répartition de pression proportionnelle à la déformation de la bague. En supposant l'axe lié à 0 infiniment rigide et la liaison sans jeu, on peut écrire cette répartition de pression de la manière suivante :

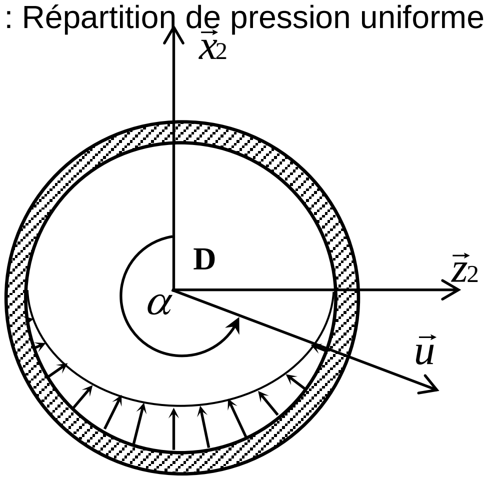


Figure 2 : Répartition de pression proportionnelle à la déformation

$p(\alpha) = -p_{\max}\cos\alpha$ sur la moitié de la bague définie par $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ conformément à la figure 7 :

Question 2 : Déterminer $p_{\max}$. Comparer à $p_{\lim} = 50N/mm^2$.