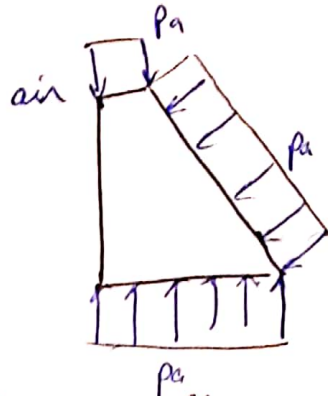
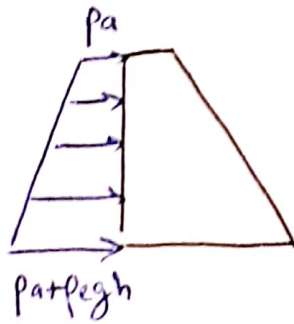


BARRAGE POIDS

1. eau



donc en question 5 on considèrera d'ailleurs uniquement la surpression hydrostatique $p^*(z) = \rho_e g(h-z)$ car la somme des actions de pression de l'air sur la surface contour du barrage est nulle.

$$\begin{aligned} 2. \quad \vec{F} &= \int_S d\vec{F} = \int_0^h p(z) \vec{x} L dz = L \vec{x} \int_0^h (p_a + \rho_e g h) - \rho_e g z dz \\ &= L \vec{x} \left[(p_a + \rho_e g h) z - \rho_e g \frac{z^2}{2} \right]_0^h = L \vec{x} \left(p_a + \rho_e g h^2 - \rho_e g \frac{h^2}{2} \right) \\ &= L \cdot h \left(p_a + \rho_e g \frac{h}{2} \right) \vec{x} \end{aligned}$$

$$\boxed{\vec{F} = P_{\text{moy}} \cdot S \cdot \vec{x}} \quad \text{avec } P_{\text{moy}} = p_a + \rho_e g \frac{h}{2} \text{ et } S = L \cdot h$$

A.N. $P_{\text{moy}} = 247 \cdot 10^5 \text{ Pa} ; S = 3000 \text{ m}^2 \quad \boxed{\|\vec{F}\| = 7,415 \cdot 10^8 \text{ N}}$

$$\begin{aligned} 3. \quad \vec{M}(O, e \rightarrow b) &= \int_S \vec{OM} \wedge d\vec{F} = \int_0^h z \vec{e} \wedge p(z) \vec{x} L dz = \int_0^h z p(z) \underbrace{\vec{e} \wedge \vec{x}}_{\vec{y}} L dz \\ \vec{M}(O, e \rightarrow b) &= L \vec{y} \int_0^h z \cdot p(z) dz = L \vec{y} \int_0^h (p_a + \rho_e g h) z - \rho_e g z^2 dz \\ \vec{M}(O, e \rightarrow b) &= L \cdot \vec{y} \left[(p_a + \rho_e g h) \frac{z^2}{2} - \rho_e g \frac{z^3}{3} \right]_0^h \end{aligned}$$

$$\boxed{\vec{M}(O, e \rightarrow b) = L \cdot \vec{y} \left(p_a \frac{h^2}{2} + \rho_e g \frac{h^3}{6} \right) = L \cdot \frac{h^2}{2} \left(p_a + \rho_e g \frac{h}{6} \right) \vec{y}}$$

A.N.: $\|\vec{M}(O, e \rightarrow b)\| = 9 \cdot 10^9 \text{ N.m}$

$$4. A / \vec{M}(A, e \rightarrow b) = \vec{0}$$

point de l'axe central des actions
de pression de l'eau sur le barrage.

$$\text{on } \vec{M}(A, e \rightarrow b) = \vec{M}(O, e \rightarrow b) + \vec{AO} \wedge \vec{F} \Rightarrow \vec{M}(O, e \rightarrow b) = -\vec{AO} \wedge \vec{F} = \vec{OA} \wedge \vec{F}$$

$$\text{avec } \vec{OA} = z_A \vec{z} \text{ on a } z_A \vec{z} \wedge \|\vec{F}\| \vec{x} = \|\vec{M}(O, e \rightarrow b)\| \vec{y}$$

$$\Rightarrow \boxed{z_A = \frac{\|\vec{M}(O, e \rightarrow b)\|}{\|\vec{F}\|}}$$

A.N.: $\boxed{z_A = 19,14 \text{ m}}$ un peu au dessus de $\frac{h}{3}$

$$5. \vec{P} = -\rho_b \cdot V \cdot g \vec{z} \text{ avec } V \text{ volume du prisme à base trapézoïdale du barrage.}$$

$$V = \frac{a+b}{2} \cdot h \cdot L = 37500 \text{ m}^3$$

$$\boxed{\vec{P} = -9,2 \cdot 10^8 \vec{z}}$$

x_G : position horizontale du centre de gravité du barrage
(barycentre des masses de la surface trapézoïdale)

$$x_G = \frac{x_{G1} \cdot S_1 + x_{G2} \cdot S_2}{S_1 + S_2} \quad \text{on } S_1 \text{ et } S_2 \text{ sont les surfaces respectives}$$

$$x_G = \frac{\frac{a}{2} \cdot (a \cdot h) + \left(a + \frac{b-a}{2}\right) \cdot \frac{(b-a)h}{2}}{ah + \frac{(b-a)h}{2}}$$

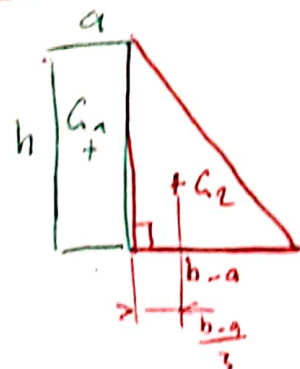
$$x_G = \frac{\frac{a^2}{2} + \left(\frac{a(b-a)}{2} + \frac{(b-a)^2}{3}\right)}{\frac{a+b}{2}}$$

$$x_G = \left(\frac{a^2}{3} + \frac{2}{3}ab + \frac{b^2}{3}\right) \frac{1}{a+b}$$

$$\boxed{x_G = \frac{a^2 + ab + b^2}{3(a+b)}}$$

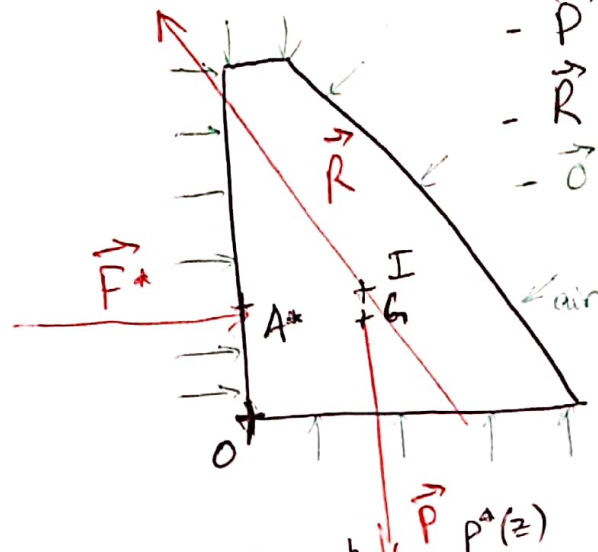
$$\text{A.N.: } x_G = \frac{5^2 + 5 \times 20 + 20^2}{3 \times (20+5)} = \frac{525}{75} = 7 \text{ m}$$

$$\boxed{x_G = 7 \text{ m}}$$



on peut alors considérer notre barrage en équilibre sous l'action de 3 forces :

- $\vec{F}^*$ en A^* supression de l'eau
- $\vec{P}$ en G poids
- $\vec{R}$ en I action de la roche
- $\vec{O}$ pour l'action de l'air



on doit considérer $\vec{F}^* = \int_0^h (\underbrace{p(z) - p_a}_{p^*(z)}) \vec{x} L dz$ en A^* à déterminer pour ne conserver que la impulsion hydrostatique, ainsi :

$$\vec{F}^* = L \vec{x} \int_0^h p_e g (h-z) dz = \boxed{P_{\text{moy}} \cdot S \vec{x}} \quad \text{avec } S = L \cdot h \text{ et } P_{\text{moy}} = p_e g \frac{h}{2}$$

$$= L \vec{x} p_e g \left[hz - \frac{z^2}{2} \right]_0^h = L \vec{x} p_e g \frac{h^2}{2} \quad \text{A.N.: } \boxed{\|\vec{F}^*\| = 4,4145 \cdot 10^8 \text{ N}}$$

et $A^* / \vec{M}(A^*, e \rightarrow b) = \vec{O} \Leftrightarrow \vec{OA}^* \wedge \vec{F}^* = \vec{M}(O, e \rightarrow b)$

avec $\vec{M}(O, e \rightarrow b) = \int_0^h \vec{OM} \wedge p^*(z) \vec{x} L dz$

$$= L \vec{y} \int_0^h p_e g (h-z) z dz = L \vec{y} p_e g \left[h \frac{z^2}{2} - \frac{z^3}{3} \right]_0^h$$

$$\vec{M}(O, e \rightarrow b) = \frac{L \cdot h^3}{6} p_e g \vec{y}$$

on trouve alors $z_{A^*} = \frac{\|\vec{M}(O, e \rightarrow b)\|}{\|\vec{F}^*\|} = \frac{\frac{L h^3}{6} p_e g}{L \frac{h^2}{2} p_e g} = \frac{h}{3}$

d'après le P.F.S. en $I \equiv (A^*, \vec{x}) \cap (G, \vec{z})$ appliqué au barrage :

$$\begin{cases} \vec{F}^* + \vec{P} + \vec{R} = \vec{O} \\ \vec{M}(I, e \rightarrow b) + \vec{M}(I, p_e \rightarrow b) + \vec{M}(I, \text{roche} \rightarrow b) = \vec{O} \end{cases}$$

d'où le tenseur d'action mécanique de la roche sur le barrage:

$$\left\{ T_{\text{roche} \rightarrow b} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R} = (\vec{F} + \vec{P}) \\ \vec{O} \end{array} \right\}_I$$

$$\text{avec } \vec{OI} = z_A \vec{z} + x_A \vec{x} \quad / \quad \boxed{\vec{OI} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix}} \quad (\text{en m})$$

$$\text{et } \boxed{\vec{R} = \begin{pmatrix} -4,445 \cdot 10^8 \\ 0 \\ +9,2 \cdot 10^8 \end{pmatrix}} \quad (\text{en N})$$

nécessaire à l'équilibre.

L'encastrement dans la roche nécessite alors des calculs de dimensionnement correspondant.