

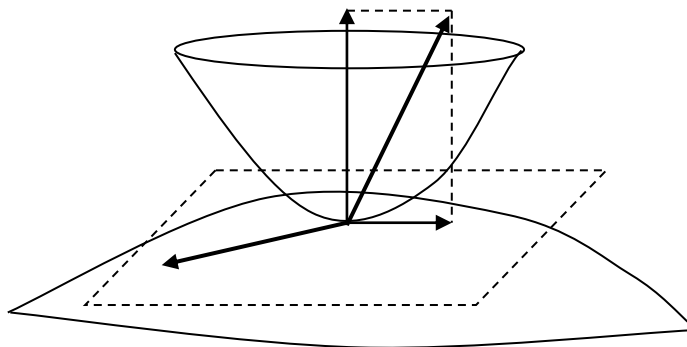
LOIS DE COULOMB OU LOIS DU FROTTEMENT

Les lois de COULOMB ou lois du frottement sont utilisées en Mécanique lorsqu'on ne peut plus faire raisonnablement l'hypothèse de frottement négligeable ($d\vec{F}(S_i \rightarrow S_k)$ perpendiculaire au plan tangent commun au point de contact entre les deux solides S_i et S_k).

Soient deux solides S_i et S_k en contact ponctuel au point I . Soit π le plan tangent commun en I aux deux solides et soit $\vec{n}$ la normale au plan π .

Le mouvement de S_k par rapport à S_i peut être caractérisé par trois déplacements de base.

- le glissement caractérisé par le vecteur-vitesse de glissement $\vec{V}(I \in S_k / S_i)$ qui appartient au plan tangent π ,
- le roulement caractérisé par le vecteur-rotation de roulement $\vec{\Omega}_T = \vec{n} \wedge (\vec{\Omega}_{k/i} \wedge \vec{n})$ qui appartient au plan tangent π ,
- le pivotement caractérisé par le vecteur-rotation de pivotement $\vec{\Omega}_N = \vec{n}(\vec{\Omega}_{k/i} \cdot \vec{n})$ qui est perpendiculaire au plan tangent π .



Considérons maintenant le torseur des actions s'appliquant de S_i sur S_k . Si le contact est rigoureusement ponctuel, ce torseur est un glisseur qui s'écrit :

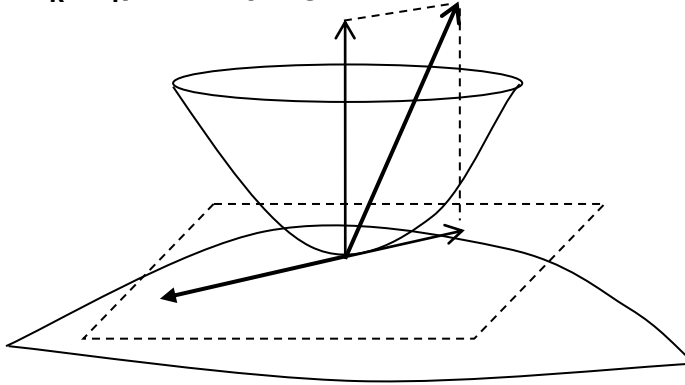
$$\{T(S_i \rightarrow S_k)\}_I = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R} = \vec{F}(S_i \rightarrow S_k) \\ \vec{M}(I, S_i \rightarrow S_k) = \vec{0} \end{array} \right\}_I$$

1. Énoncé des lois de COULOMB dans le cas d'un contact ponctuel

Les lois de COULOMB sont liées étroitement à la vitesse de glissement.

L'expérience distingue deux cas suivant que la vitesse de glissement est nulle ou non.

Premier cas : $\vec{V}(I \in S_k / S_i) \neq \vec{0}$, il y a glissement au contact



La loi de COULOMB s'énonce ainsi :

L'action de contact $\vec{F}(S_i \rightarrow S_k)$ fait un angle α constant avec la normale au plan tangent commun aux deux solides. Cet angle $\alpha = \varphi$ est l'angle de frottement. La projection de $\vec{F}(S_i \rightarrow S_k)$ sur le plan tangent commun est opposée à la vitesse de glissement.

Cette loi entraîne donc les relations suivantes :

$||\vec{T}(S_i \rightarrow S_k)|| = \tan \varphi ||\vec{N}(S_i \rightarrow S_k)|| = f ||\vec{N}(S_i \rightarrow S_k)||$ avec $f = \tan \varphi$ (f est le coefficient de frottement)

$\vec{V}(I \in S_k / S_i) \wedge \vec{T}(S_i \rightarrow S_k) = \vec{0}$

$\vec{V}(I \in S_k / S_i) \cdot \vec{T}(S_i \rightarrow S_k) < 0$

Le déplacement du point I appartenant au solide S_k par rapport au solide S_i pouvant se faire suivant toutes les directions appartenant au plan tangent commun π aux solides S_i et S_k , l'action $\vec{T}(S_i \rightarrow S_k)$ peut prendre toutes les positions autour du point I dans le plan π . $\vec{F}(S_i \rightarrow S_k)$ appartient donc à un cône de sommet I, d'axe la normale au plan tangent commun π aux deux solides S_i et S_k et demi-angle au sommet φ . Ce cône fictif est appelé **cône de frottement**. **Lorsqu'il y a glissement au contact entre deux solides, on dit que l'action de contact est située sur le cône de frottement.**

Deuxième cas : $\vec{V}(I \in S_k / S_i) = \vec{0}$, il n'y a pas de glissement au contact

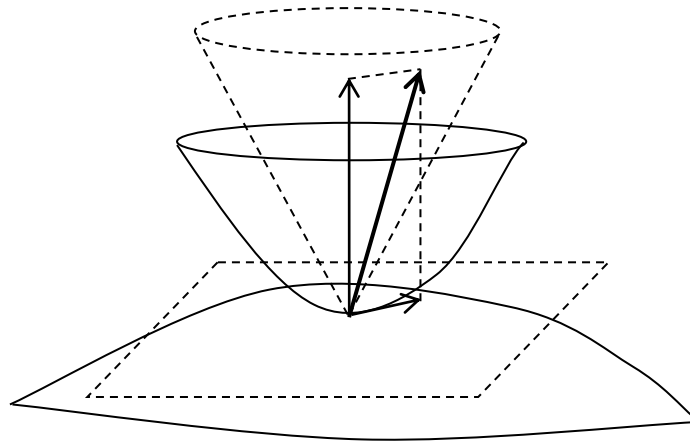
La loi de COULOMB s'énonce ainsi :

L'action de contact $\vec{F}(S_i \rightarrow S_k)$ fait avec la normale au plan tangent commun aux deux solides un angle α inférieur à l'angle de frottement φ .

Cette loi entraîne donc la relation suivante :

$\|\vec{T}(S_i \rightarrow S_k)\| \leq f \|\vec{N}(S_i \rightarrow S_k)\|$ avec $f = \tan \varphi$
(f est le coefficient de frottement)

L'action de contact $\vec{F}(S_i \rightarrow S_k)$ est à l'intérieur du cône de frottement, mais on ne sait pas où.



Les tableaux ci-dessous font apparaître quelques valeurs moyennes du coefficient de frottement f .

	f
Aluminium	0,8 à 1,2
Cuivre	0,4 à 1,6
Fer	0,6 à 1
Métaux / bois	0,30
Garniture de friction / acier	0,30
Pneus / chaussée	0,60

La Statique étant l'étude des systèmes au repos ou en mouvement uniforme, nous sommes toujours dans le mauvais cas d'application des lois de COULOMB. Pour pouvoir résoudre les problèmes posés, nous ferons donc les hypothèses suivantes dues au modèle de COULOMB :

En Statique, dès qu'il existe du frottement on se place toujours à la limite du glissement commençant donc sur le cône de frottement. L'action tangentielle au glissement commençant a la même direction que l'action tangentielle lors du mouvement (cas du mouvement uniforme).

2. Lois de COULOMB concernant le roulement et le pivotement

Si le contact est rigoureusement ponctuel alors $\vec{M}(I, S_i \rightarrow S_k) = \vec{0}$. De même si le contact n'est pas rigoureusement ponctuel et si la zone de contact est faible alors $\vec{M}(I, S_i \rightarrow S_k)$ peut être considéré comme nul. Dans ce cas, on ne peut écrire aucune loi de COULOMB concernant le roulement et le pivotement.

Mais dans un certain nombre de cas on ne peut pas faire cette simplification et nous énoncerons donc, si le contact n'est pas rigoureusement ponctuel, des lois comparables à celles qui régissent le glissement.

Si $\vec{\Omega}_T \neq \vec{0}$: $\vec{M}_T(S_i \rightarrow S_k) = h \vec{N}(S_i \rightarrow S_k)$ $\vec{M}_T(I, S_i \rightarrow S_k) \wedge \vec{\Omega}_T = \vec{0}$ $\vec{M}_T(I, S_i \rightarrow S_k) \cdot \vec{\Omega}_T < 0$	Si $\vec{\Omega}_N \neq \vec{0}$: $\vec{M}_N(S_i \rightarrow S_k) = k \vec{N}(S_i \rightarrow S_k)$ $\vec{M}_N(I, S_i \rightarrow S_k) \cdot \vec{\Omega}_N < 0$
Si $\vec{\Omega}_T = \vec{0}$: $\vec{M}_T(S_i \rightarrow S_k) < h \vec{N}(S_i \rightarrow S_k)$	Si $\vec{\Omega}_N = \vec{0}$: $\vec{M}_N(S_i \rightarrow S_k) < k \vec{N}(S_i \rightarrow S_k)$

Les coefficients de frottement de roulement et de pivotement sont en m contrairement au coefficient de frottement de glissement qui est un facteur sans unité, ces lois sont moins utilisées que celles concernant le frottement de glissement dans les sujets de concours.