STATIQUE des SOLIDES

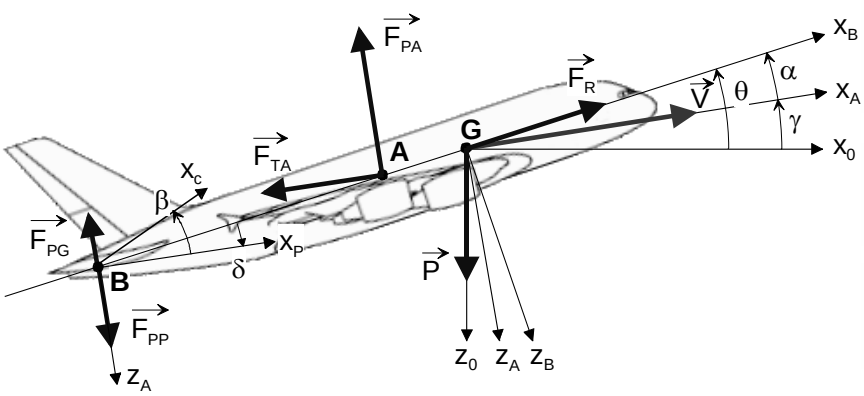
1. ACTIONS MÉCANIQUES 2
1.1. Les actions à distance 2
1.2. Les actions de contact 2
2. NOTION DE FORCE 3
3. MOMENT D'UNE FORCE PAR RAPPORT À UN POINT 4
3.1. Définition 4
3.2. Propriétés importantes 4
3.3. Couples 4
3.4. Remarques 5
4. DÉTERMINATION DES TORSEURS D'INTER-EFFORTS TRANSMISSIBLES PAR LES LIAISONS NORMALISÉES ENTRE DEUX SOLIDES 5
4.1. Remarques 6
5. PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE OU P.F.S. 7
5.1 Isolement d'un solide 7
5.2 Énoncé du Principe Fondamental de la Statique 7
5.3 Remarques 7
6 UTILISATION DU PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE 8
6.1 Bilan des actions extérieures 8
6.2 Application du Principe Fondamental de la Statique 8
6.3.1 Modélisation plane 9
6.4 Utilisation pratique du Principe Fondamental de la Statique 13
7 PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE APPLIQUÉ À UN MÉCANISME 13
7.1 Définition d'un mécanisme 13
7.2 Concept d'actions mécaniques extérieures ou intérieures 13
7.3 Énoncé du Principe Fondamental de la Statique pour un mécanisme 13
7.4 Principe l'action et de la réaction 13
8 UTILISATION DU PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE APPLIQUÉ À UN MÉCANISME 13
8.1 Bilan des actions extérieures 13
8.2 Application du Principe Fondamental de la Statique 14
8.3 Cas d'un problème plan 14
8.4 Utilisation pratique des résultats précédents 15

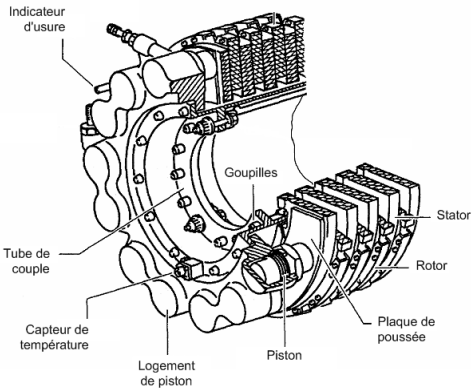
STATIQUE

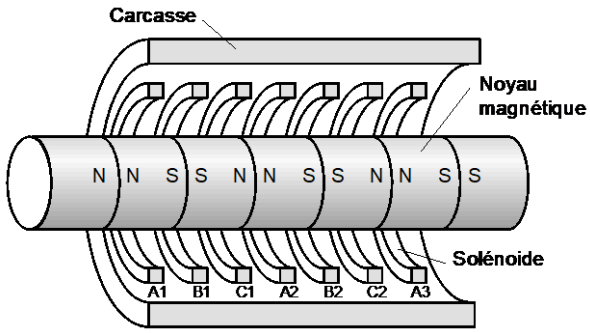
La Statique est l'étude des conditions de repos ou de mouvement uniforme ($\gamma = 0\,m.s^{-2}, \ddot{\theta} = 0\,rad.s^{-2}$) des solides sous l'action des effets extérieurs qui les sollicitent. On dit encore que les solides sont en «équilibre».

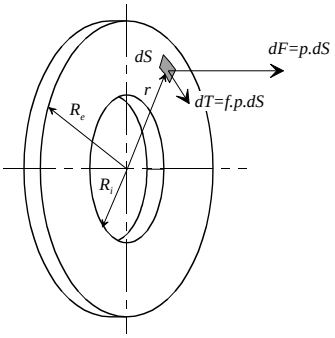
1. ACTIONS MÉCANIQUES

Le modèle de solide indéformable retenu en cinématique sera également le modèle retenu en Statique.
Chaque solide est soumis à deux types d'actions mécaniques : **les actions à distance et les actions de contact**.









1.1. Les actions à distance

On distingue trois types d'actions à distance liés à des champs :

- **Les actions massiques**
- **Les actions électriques**
- **Les actions magnétiques**

1.2. Les actions de contact

Tout contact entre deux solides ou entre un fluide et un solide donne une action de contact.

Il faut donc définir la (les) grandeur(s) physique(s) qui peut (peuvent) caractériser l'effet de ces actions à distance ou de contact.

2. NOTION DE FORCE

C'est une notion intuitive que l'on peut essayer de percevoir en s'intéressant à l'aspect physiologique. Quand je reçois un coup de poing, je ne vois pas la force mais je la ressens. Pour soulever une pierre ou pour la lancer, nous ressentons une sensation que l'on appelle effort musculaire : nous disons communément que nous exerçons une action.

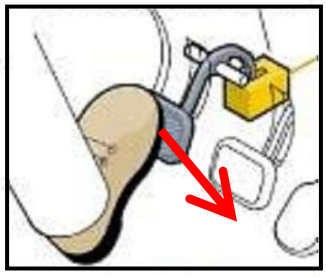
Expérimentalement, rien qu'un ouvrant une porte, nous pouvons faire les constations suivantes :

- l'effet d'une action mécanique dépend de la direction orientée (direction + sens) de celle-ci.
- l'effet d'une action mécanique dépend du sens de celle-ci.
- l'effet d'une action mécanique est différent suivant le point où elle s'exerce.
- l'effet d'une action mécanique est caractérisé par son intensité.

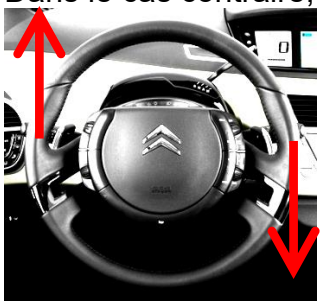
On peut donc conclure que toute action mécanique est caractérisée par :

- une direction,
- un sens,
- une quantité scalaire appelée intensité.

Il y a donc analogie avec les vecteurs définis en Mathématiques. On va donc **modéliser** chaque action mécanique localement par des vecteurs.
Si l'action mécanique est caractérisée par un point d'application alors elle est appelée **FORCE**.



Dans le cas contraire, il s'agit d'un **COUPLE**.



L'intensité des forces se mesure en Newtons (N). Le terme «effort» est aussi employé à la place du terme «force».

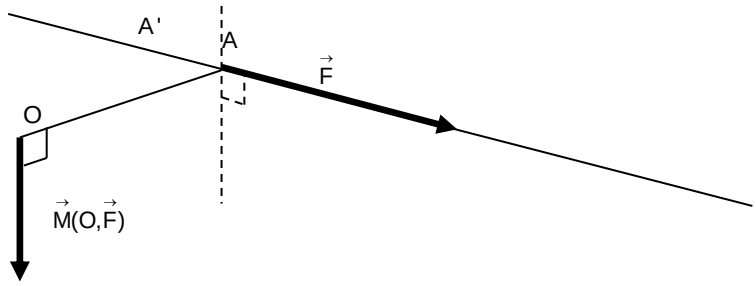
En tenant compte de toutes ces remarques, une force peut être représentée par un torseur-force ou glisseur. Les propriétés mathématiques des torseurs vont s'appliquer aux forces.

3. MOMENT D'UNE FORCE PAR RAPPORT À UN POINT

3.1. Définition

On appelle moment en O d'une force le vecteur :

$$\vec{M}(O,\vec{F}) = \overrightarrow{OA} \wedge \vec{F}$$



3.2. Propriétés importantes

On retrouve en fait toutes les propriétés du moment d'un vecteur par rapport à un point (une force est modélisée par un vecteur), en particulier :

$\vec{M}(O',\vec{F}) = \vec{M}(O,\vec{F}) + \overrightarrow{O'O} \wedge \vec{F}$ relation fondamentale de changement de point

$\vec{M}(O,\vec{F}) = \overrightarrow{OA} \wedge \vec{F} = \overrightarrow{OA'} \wedge \vec{F}$ si $\overrightarrow{AA'}$ est parallèle à $\vec{F}$

De même, on ne peut faire la somme que de moments calculés au même point.

On peut donc représenter **l'action mécanique** d'un ensemble de **force** par un **torseur**

$$\left\{T(\vec{F}_i \to S)\right\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \\ \\ \vec{M}(O,\vec{F}_i \to S) = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{OI_i} \wedge \vec{F}_i \end{array} \right\}_O$$

3.3. Couples

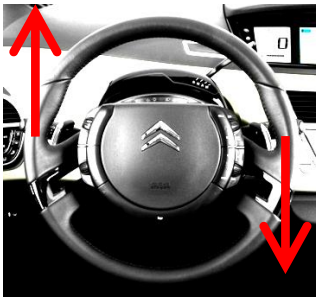
On appelle **couples**, les moments appliqués par un ensemble de forces de résultante (somme) nulle.

Un couple peut être représenté par un torseur-couple.

$$\left\{T(\vec{F}_i \to S)\right\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{0} \\ \\ \vec{M}(A,\vec{F}_i \to S) = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{AI_i} \wedge \vec{F}_i \end{array} \right\}_A$$

Exemples :

Couple engendré par les deux bras d'un conducteur sur un volant de voiture, couple moteur fourni par un moteur électrique ou un moteur thermique.



3.4. Remarques

L'unité utilisée pour les couples et les moments de forces est le Newton-mètre (N.m).

Nous pouvons donc représenter toutes les forces s'appliquant aux points I_i d'un solide S par le torseur exprimé en un point A :

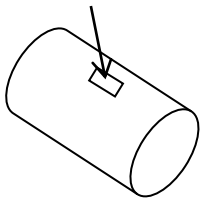
$$\left\{T(\vec{F}_i \to S)\right\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \\ \\ \vec{M}(A,\vec{F}_i \to S) = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{AI_i} \wedge \vec{F}_i \end{array} \right\}_A$$

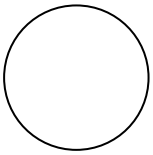
4. DÉTERMINATION DES TORSEURS D'INTER-EFFORTS TRANSMISSIBLES PAR LES LIAISONS NORMALISÉES ENTRE DEUX SOLIDES

Nous allons présenter ces liaisons et leur torseur d'inter-efforts transmissibles. Pour cela nous allons formuler les hypothèses suivantes :

- les solides S_i et S_k sont indéformables et en mouvement relatif,
- les surfaces de liaison entre les deux solides S_i et S_k sont géométriquement parfaites et leur positionnement géométrique relatif parfait,
- les solides S_i et S_k sont en contact sans adhérence, sans frottement et sans jeu,
- un repère $R(O,\vec{X},\vec{Y},\vec{Z})$ est associé à chaque liaison et les torseurs de ce paragraphe sont exprimés dans la base $(\vec{X},\vec{Y},\vec{Z})$.

Si le contact entre deux solides S_i et S_k est supposé sans frottement, en tout point M d'une surface S de liaison, la densité surfacique $d\vec{F}_{S_i \to S_k}$ est perpendiculaire au plan tangent commun en M aux deux solides S_i et S_k.





Le torseur d'inter-efforts transmissibles s'écrit :

$$\left\{T_{S_i \to S_k}\right\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R} = \int_{M \in S} d\vec{F}_{S_i \to S_k} = X\vec{x} + Y\vec{y} + Z\vec{z} \\ \\ \vec{M}(O,S_i \to S_k) = \int_{M \in S} \overrightarrow{OM} \wedge d\vec{F}_{S_i \to S_k} = L\vec{x} + M\vec{y} + N\vec{z} \end{array} \right\}_O$$

4.1. Remarques

Il ne faut pas confondre torseur d'inter-efforts transmissibles et torseur d'efforts transmis. Les efforts effectivement transmis par une liaison dépendent de «l'environnement» du mécanisme dans lequel se trouve cette liaison. Ainsi certaines composantes de la résultante ou du moment du torseur d'inter-efforts transmissibles qui ne sont pas nulles dans le cas général peuvent être nulles dans des cas particuliers.

Pour obtenir la forme des torseurs d'inter-efforts transmissibles en différents points, il faut employer la formule de changement de point pour les torseurs.

Pour une liaison sans frottement entre deux solides S_i et S_k, le comoment du torseur d'inter-efforts transmissibles et du torseur cinématique (ces deux torseurs étant exprimés au même point) est nul. Cette propriété traduit le fait que la puissance P dissipée est nulle. Nous avons donc :

$$P = \vec{\Omega}_{k/i}.\vec{M}(O,S_i \to S_k) + \vec{V}(O \in S_k / S_i).\vec{R}(S_i \to S_k) = 0$$

Nous avons alors la relation traduisant la dualité entre torseurs cinématiques et statiques :

$$\boxed{L\omega_x + M\omega_y + N\omega_z + XV_x + YV_y + ZV_z = 0}$$

Connaissant le torseur cinématique associé à la liaison $L_{j/i}$, cette relation permet de déterminer le torseur d'inter-efforts transmissibles par cette liaison, notamment pour la liaison hélicoïdale

Par exemple, pour une liaison sphère-cylindre de centre O et d'axe $(O,\vec{X})$, nous avons $\omega_x \neq 0, \omega_y \neq 0, \omega_z \neq 0, V_x \neq 0, V_y = 0, V_z = 0$. La relation ci-dessus s'écrit donc : $L\omega_x + M\omega_y + N\omega_z + XV_x = 0 \quad \forall \omega_x, \forall \omega_y, \forall \omega_z, \forall V_x$. Nous en déduisons donc que $L = M = N = X = 0$ et que $Y \neq 0, Z \neq 0$. Pour une liaison modélisée comme parfaite, si n_c représente le nombre d'inconnues cinématiques et n_s le nombre d'inconnues «statiques» (nombre de composantes du torseur d'inter-efforts transmissibles) alors : $\mathbf{n_c + n_s = 6}$

Ainsi on peut reprendre le « tableau des liaisons » du cours de cinématique du solide et associer à chaque liaison un torseur des actions mécaniques transmissible par chacune de ces liaisons.

5. PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE OU P.F.S.

5.1 Isolement d'un solide

Soit un solide S appartenant à un système de solides. On appelle $\overline{S}$ ($\overline{S}$ se lit «S barre») tout ce qui n'appartient pas à S, c'est-à-dire :

- les autres solides du système de solides,
- tout ce qui est extérieur au système de solides.

En Statique, nous considérons les actions de $\overline{S}$ sur S qui sont appelées les actions extérieures au solide S. Ces actions sont des actions à distance ou des actions de contact. Nous pouvons donc considérer le torseur des actions extérieures qui s'appliquent sur le solide S.

5.2 Énoncé du Principe Fondamental de la Statique

Dans un repère galiléen, un solide S initialement au repos (ou en mouvement uniforme) reste au repos (ou en mouvement uniforme) si et seulement si le torseur des actions extérieures s'appliquant sur le solide S est un torseur nul :

$$\left\{T(\overline{S}\to S)\right\}=\left\{\begin{array}{l}\vec{R}=\sum\vec{R}(\overline{S}\to S)=\vec{0}\\ \\ \vec{M}(A,\overline{S}\to S)=\sum\vec{M}(\overline{S}\to S)=\vec{0}\end{array}\right\}_A$$

On dit encore que le solide S est en équilibre.

5.3 Remarques

Le Principe Fondamental de la Statique ne se démontre pas, c'est un cas particulier du Principe Fondamental de la Dynamique.

Si un torseur est nul alors il est nul en tout point. Il n'est donc pas nécessaire d'imposer un point pour exprimer le torseur des actions extérieures. Par contre, il est judicieux de choisir correctement ce point afin de simplifier au maximum les calculs : en particulier ce point peut être l'origine d'une force inconnue.

Les repères galiléens et en particulier les repères liés à la terre permettent d'obtenir des résultats corrects.

6 UTILISATION DU PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE

6.1 Bilan des actions extérieures

Le Principe Fondamental de la Statique fait intervenir les actions extérieures s'appliquant de $\bar{S}$ sur S. Il faut donc recenser toutes les actions dans les deux grandes catégories rencontrées précédemment :

- actions à distance,
- actions de contact.

Ces actions peuvent être connues, inconnues ou partiellement inconnues (direction et/ou sens et/ou intensité inconnu).

Ce bilan fait donc apparaître m composantes inconnues.

6.2 Application du Principe Fondamental de la Statique

Le Principe Fondamental de la Statique introduit deux équations vectorielles :

Théorème de la résultante $\sum \vec{R}(\bar{S} \to S) = \vec{0}$

Théorème du moment $\sum \vec{M}(\bar{S} \to S) = \vec{0}$

En projetant ces deux équations vectorielles dans une base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, nous obtenons six équations scalaires :

$\sum \vec{R}(\bar{S} \to S).\vec{x} = 0$	$\sum \vec{M}(\bar{S} \to S).\vec{x} = 0$
$\sum \vec{R}(\bar{S} \to S).\vec{y} = 0$	$\sum \vec{M}(\bar{S} \to S).\vec{y} = 0$
$\sum \vec{R}(\bar{S} \to S).\vec{z} = 0$	$\sum \vec{M}(\bar{S} \to S).\vec{z} = 0$

Soit r_g le rang de ce système d'équations : r_g est l'ordre du plus grand déterminant non nul, de la matrice obtenue avec les coefficients intervenant dans ce système d'équations (r_g est encore le nombre d'équations linéairement indépendantes). Donc : $\mathbf{r_g \leq 6}$.

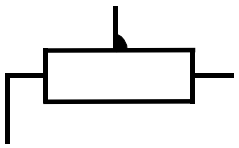
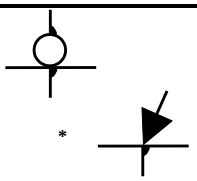
Nous pouvons donc conclure :

- si $\mathbf{m > r_g}$ alors le problème n'est pas résolvable. Il est **HYPERSTATIQUE** (nombre d'inconnues supérieur au nombre d'équations linéairement indépendantes). Pour résoudre ce problème, il faut introduire $m - r_g$ équations supplémentaires (équations de la Résistance des Matériaux,...) ou alors reprendre la modélisation des actions mécaniques qui s'exercent sur le solide S.
- si $\mathbf{m = r_g}$ alors le problème est résolvable. Il est **ISOSTATIQUE** (nombre d'inconnues égal au nombre d'équations linéairement indépendantes).

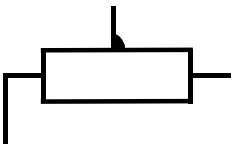
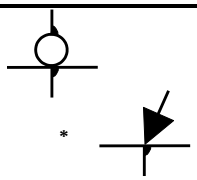
6.3 Cas particuliers

6.3.1 Modélisation plane

Dans un problème considéré comme plan, un solide S_k possède au maximum trois degrés de liberté par rapport à un repère de référence R_i. Quatre modèles de liaisons, correspondant à des formes particulières du torseur cinématique, peuvent être retenus :

Liaison	Torseur cinématique associé	Schématisation
Encastre-ment	$\left\{V_{S_k/S_i}\right\} = \left\{\begin{array}{l}\vec{\Omega}_{k/i} = \vec{0} \\ \vec{V}(M,k/i) = \vec{0}\end{array}\right\}_M$ $\forall$M, forme conservée	
Pivot ou Articulation	$\left\{V_{S_k/S_i}\right\} = \left\{\begin{array}{l}\vec{\Omega}_{k/i} = \omega_{k/i}\vec{z} \\ \vec{V}(M,k/i) = \vec{0}\end{array}\right\}_M$ Au point O	
Glissière	$\left\{V_{S_k/S_i}\right\} = \left\{\begin{array}{l}\vec{\Omega}_{k/i} = \vec{0} \\ \vec{V}(M,k/i) = v_{k/i}\vec{y}\end{array}\right\}_M$ $\forall$M	
Ponctuelle Plane	$\left\{V_{S_k/S_i}\right\} = \left\{\begin{array}{l}\vec{\Omega}_{k/i} = \omega_{k/i}\vec{z} \\ \vec{V}(M,k/i) = v_{k/i}\vec{x}\end{array}\right\}_M$ $\forall M \notin \text{l'axe } (O,\vec{x})$, forme conservée	

D'après la relation de dualité $L\omega_x + M\omega_y + N\omega_z + XV_x + YV_y + ZV_z = 0$ on obtient alors pour un problème plan : $N\omega_z + XV_x + YV_y = 0$. D'où le tableau suivant :

Liaison	**Torseur d'inter-efforts transmissibles exprimé dans la base $(\vec{X},\vec{Y},\vec{Z})$**	**Schématisation**
Encastre-ment	$\left\{T_{S_i\to S_k}\right\} = \left\{\begin{array}{c}\vec{R}=X\vec{X}_i+Y\vec{Y}_i \\ \vec{M}(M,S_i\to S_k)=N\vec{Z}\end{array}\right\}_M$ $\forall$M, forme conservée	
Pivot ou Articulation	$\left\{T_{S_i\to S_k}\right\} = \left\{\begin{array}{c}\vec{R}=X\vec{X}_i+Y\vec{Y}_i \\ \vec{M}(O,S_i\to S_k)=\vec{0}\end{array}\right\}_O$ Au point O	
Glissière	$\left\{T_{S_i\to S_k}\right\} = \left\{\begin{array}{c}\vec{R}=Y\vec{Y}_i \\ \vec{M}(M,S_i\to S_k)=N\vec{Z}\end{array}\right\}_M$ $\forall$M, forme conservée	
Ponctuelle Plane	$\left\{T_{S_i\to S_k}\right\} = \left\{\begin{array}{c}\vec{R}=Y\vec{Y}_i \\ \vec{M}(O,S_i\to S_k)=\vec{0}\end{array}\right\}_O$ $\forall P \in$ l'axe $(O,\vec{Y}_i)$, forme conservée	

6.3.2 Problème plan

Si le solide S présente une symétrie matérielle ou mécanique ou appartient à un systèmes de solides qui peut être modélisé comme plan, alors les forces qui s'exercent sur le solide S appartiennent toutes à un même plan ou sont parallèles à ce plan, les couples étant perpendiculaires à ce plan.

Soit par exemple $(O,\vec{x},\vec{y})$ ce plan. En projetant ces deux équations vectorielles dans une base $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$, nous obtenons trois équations scalaires (les trois autres étant triviales) :

$$\sum \vec{R}(\bar{S} \to S).\vec{x} = 0 \qquad \sum \vec{M}(\bar{S} \to S).\vec{z} = 0$$
$$\sum \vec{R}(\bar{S} \to S).\vec{y} = 0$$

Soit r_g le rang de ce système d'équations. Donc : $\mathbf{r_g \leq 3}$.

Si le bilan des actions extérieures s'appliquant sur le solide S fait apparaître m composantes inconnues, nous pouvons donc conclure :

- si $\mathbf{m \rangle r_g}$ alors le problème n'est pas résolvable. Il est **HYPERSTATIQUE** (nombre d'inconnues supérieur au nombre d'équations linéairement indépendantes). Pour résoudre ce problème, il faut introduire $m - r_g$ équations supplémentaires (équations de la Résistance des Matériaux,...) ou alors reprendre la modélisation des actions mécaniques qui s'exercent sur le solide S.
- si $\mathbf{m = r_g}$ alors le problème est résolvable. Il est **ISOSTATIQUE** (nombre d'inconnues égal au nombre d'équations linéairement indépendantes).

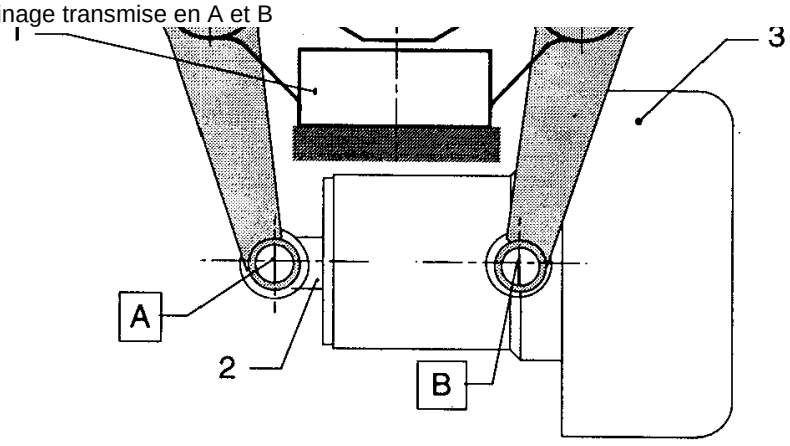
6.3.3 Solide soumis à deux forces non nulles

Soit un solide S soumis à deux forces $\vec{F}_A$ et $\vec{F}_B$ (poids) dont les supports passent respectivement par A et B.

Théorème 1 :
Dans un repère galiléen, pour qu'un solide initialement au repos (ou en mouvement uniforme) et soumis à l'action de deux forces (en A et B) reste au repos (ou en mouvement uniforme), il est nécessaire et suffisant que ces deux forces soient directement opposées (selon (AB)) et d'intensité égale.

Exemple : vérin pneumatique de freinage de TGV

Hypothèse : on néglige le poids des tiges et corps de vérin par rapport à la force de freinage transmise en A et B



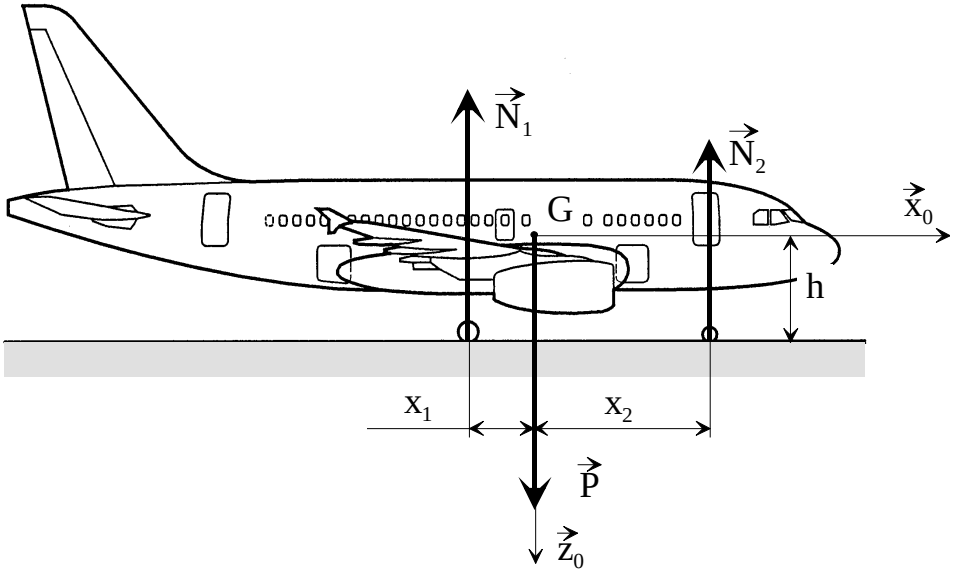
6.3.4 Solide soumis à trois forces non nulles

Soit un solide S soumis à trois forces dont les supports passent par 3 points différents.

Théorème 2 :
Dans un repère galiléen, pour qu'un solide initialement au repos (ou en mouvement uniforme) et soumis à l'action de trois forces reste au repos (ou en mouvement uniforme), il est nécessaire et suffisant que ces trois forces :
- **soient coplanaires,**
- **aient leur somme géométrique nulle,**
- **soient concourantes au même point ou alors parallèles entre elles. Dans ce cas, les distances entre les directions parallèles sont respectivement inversement proportionnelles aux intensités des forces portées par ces directions**.

Exemple 1 : Poulie

Exemple 2 : Avion au sol



6.4 Utilisation pratique du Principe Fondamental de la Statique

Il est important de procéder avec méthode :

- **isoler un solide**,
- **faire correctement le bilan des actions extérieures : actions à distance et actions de contact**,
- **appliquer le Principe Fondamental de la Statique à ce solide**.

7 PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE APPLIQUÉ À UN MÉCANISME

7.1 Définition d'un mécanisme

Un mécanisme (ou système de solides) est constitué de plusieurs solides liés entre eux par des liaisons.
Les liaisons entre solides impliquent l'existence d'actions mécaniques entre ces solides. Il faut clairement définir si ces actions sont extérieures ou intérieures au mécanisme.

7.2 Concept d'actions mécaniques extérieures ou intérieures

Une action mécanique n'est pas extérieure ou intérieure en soi. C'est une distinction arbitraire qui dépend de la frontière du système de solides isolé.

Cette notion est néanmoins très importante car le Principe Fondamental de la Statique ne fait intervenir que des actions extérieures.

7.3 Énoncé du Principe Fondamental de la Statique pour un mécanisme

Dans un repère galiléen, un mécanisme initialement au repos (ou en mouvement uniforme) restera au repos (ou en mouvement uniforme) si chaque solide est au repos (ou en mouvement uniforme), donc si le torseur des actions extérieures qui s'applique sur chaque solide est nul.

7.4 Principe l'action et de la réaction

$$\left\{T_{S_k \to S_i}\right\} = -\left\{T_{S_i \to S_k}\right\}$$

Donc si un solide S_i exerce sur un autre solide S_k un torseur $\left\{T_{S_i \to S_k}\right\}$, alors le solide S_k exerce sur le solide S_i un torseur opposé $-\left\{T_{S_k \to S_i}\right\}$.

8 UTILISATION DU PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE APPLIQUÉ À UN MÉCANISME

8.1 Bilan des actions extérieures

Le bilan des actions extérieures (actions à distance et de contact) appliquées à chaque solide fait apparaître m composantes inconnues. En tenant compte du principe de l'action et de la réaction, on réduit le nombre de composantes inconnues à p avec $p < m$.

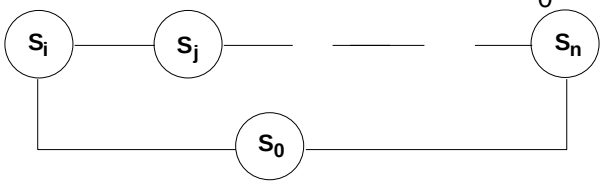
8.2 Application du Principe Fondamental de la Statique

Considérons un mécanisme composé de n solides et du bâti.

Le Principe Fondamental de la Statique appliqué à chaque solide introduit 2n équations vectorielles. En projetant ces 2n équations vectorielles dans une base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, nous obtenons 6n équations scalaires. Soit r_g le rang de ce système d'équations. Donc : $\mathbf{r_g \leq 6n}$.

Nous pouvons donc conclure :
- si $\mathbf{p > r_g}$ alors le problème n'est pas résolvable. Il est **HYPERSTATIQUE** (nombre d'inconnues supérieur au nombre d'équations linéairement indépendantes). Pour résoudre ce problème, il faut introduire $p - r_g$ équations supplémentaires (équations de la Résistance des Matériaux,...) ou alors reprendre la modélisation des actions mécaniques qui s'exercent sur les solides composant le mécanisme.
- si $\mathbf{p = r_g}$ alors le problème est résolvable. Il est **ISOSTATIQUE** (nombre d'inconnues égal au nombre d'équations linéairement indépendantes).

Remarque :
Soit une chaîne simple fermée constituée de n solides et du bâti S_0 :



Si la chaîne simple fermée comporte n solides et le bâti, il faut appliquer le Principe Fondamental de la Statique à chaque solide (soit n fois).

8.3 Cas d'un problème plan

Si le mécanisme présente une symétrie matérielle et de chargement, alors on peut représenter les forces qui s'exercent sur le solide S toutes dans un même plan, les moments de forces étant alors perpendiculaires à ce plan.

Soit par exemple $(O, \vec{x}, \vec{y})$ ce plan. Les 2n équations vectorielles introduites par le Principe Fondamental de la Statique vont donner 3n équations scalaires. Soit r_g le rang de ce système d'équations. Donc : $\mathbf{r_g \leq 3n}$.

Si le bilan des actions extérieures s'appliquant sur les solides du mécanisme fait apparaître p composantes inconnues (en tenant compte du principe de l'action et de la réaction), nous pouvons donc conclure :
- si $\mathbf{p > r_g}$ alors le problème n'est pas résolvable. Il est **HYPERSTATIQUE** (nombre d'inconnues supérieur au nombre d'équations linéairement indépendantes). Pour résoudre ce problème, il faut introduire $p - r_g$ équations supplémentaires (équations de la Résistance des Matériaux,...) ou alors reprendre la modélisation des actions mécaniques qui s'exercent sur le solide S.
- si $\mathbf{p = r_g}$ alors le problème est résolvable. Il est **ISOSTATIQUE** (nombre d'inconnues égal au nombre d'équations linéairement indépendantes).

8.4 Utilisation pratique des résultats précédents

Pour un mécanisme constitué de n solides et du bâti, nous pouvons écrire 6n équations scalaires dans le cas général. En fait en considérant tout «sous-système» de ce mécanisme nous pouvons écrire d'autres équations. **Mais il ne s'agit pas d'écrire toutes les équations que permet la conception du mécanisme. Il faut choisir judicieusement celles qui vont permettre de déterminer les actions mécaniques inconnues**.

Il est important de procéder avec méthode :

- **isoler des solides ou des ensembles de solides**,
- **faire correctement le bilan des actions extérieures (actions à distance et actions de contact)**,
- **appliquer le Principe Fondamental de la Statique à ces solides ou ensembles de solides**.

Le bilan des actions extérieures permet de valider le choix des solides ou ensembles de solides isolés. **Il faut d'abord chercher à isoler les solides ou ensembles de solides qui vont permettre des résolutions rapides (par exemple solides soumis à deux ou trois forces,...)**. Ces résultats, facilement obtenus, vont permettre de résoudre complètement le problème posé, s'il est résolvable.